

Capítulo 1

Introducción

1.1. Resumen histórico

El suministro de electricidad sobre bases comerciales se basaba inicialmente en generadores de corriente continua que alimentaban instalaciones especializadas como los sistemas de iluminación de calles, grandes almacenes y teatros. En enero de 1882 la «Holborn Viaduct Generating Station» (Central Generadora del Viaducto Holborn de Londres) comenzó a funcionar y ésta fue una de las primeras centrales de generación de energía eléctrica del mundo que se utilizaba para consumidores privados de modo general en oposición a las instalaciones especializadas. Este esquema comprendía un generador de 60 kW accionado por una máquina de vapor horizontal; la tensión de generación era de 110 V de corriente continua. El mismo año empezó a funcionar una central semejante en Nueva York.

La primera central importante de corriente alterna de Gran Bretaña se instaló en Deptford en donde la energía se generaba mediante máquinas de 10 000 HP y se transmitía a 10 kV a los consumidores de Londres. Durante este período la batalla entre los defensores de la corriente alterna y los de la corriente continua alcanzó su nivel más intenso y agrio. Durante este mismo período tuvo lugar un desarrollo semejante en los Estados Unidos y, en otros países del mundo. Debido principalmente al invento del transformador prevalecieron los defensores de la corriente alterna y comenzó un rápido desarrollo de las centrales generadoras de electricidad locales de modo que cada gran ciudad o centro en el cual se consumía una cantidad importante de energía eléctrica tenía su propia central en funcionamiento.

En 1926, en Inglaterra, una Ley del Parlamento creó la Oficina Central de Electricidad con objeto de interconectar la parte más importante de las 500 centrales que entonces funcionaban mediante un sistema de alta tensión conocido como *red*. En 1948 fue nacionalizada la industria de producción de energía eléctrica inglesa y se crearon dos organizaciones: (a) las *comisiones de área* dedicadas fundamentalmente a la distribución y servicio de los consumidores, y (b) las *comisiones de generación de energía* responsables de la generación y funcionamiento de la red de transmisión de alta tensión. En la mayoría de los demás países, excepto en los Estados Unidos, existe también un grado importante de control del gobierno central sobre el sistema de generación de energía eléctrica principal.

1.2. Características fundamentales que influyen sobre la generación y transporte de la energía eléctrica

Existen tres características fundamentales de la generación de la energía eléctrica que, aunque resultan evidentes, tienen una profunda influencia sobre la forma en que se produce técnicamente. Estas características son las siguientes:

- (a) La electricidad, a diferencia del gas y del agua, no puede almacenarse y el suministrador o fabricante tiene poco control sobre su consumo o carga en cualquier instante. Los técnicos de control tienen que procurar mantener la salida de los generadores de modo que sea igual a la carga conectada para la tensión y frecuencia especificada; la dificultad de esta tarea resulta evidente a partir de un estudio de una curva de carga diaria como el de la figura 1.1. Se verá que la carga se compone básicamente de una componente constante, conocida como carga base, más picos que dependen de la hora del día, de los programas de televisión populares y de otros factores. Se indica también, en la figura 1.2, el efecto de un programa de televisión poco frecuente.
- (b) Existe un incremento continuo de la demanda de esta energía que equivale aproximadamente a duplicar su demanda cada diez años. Esto se aplica a la mayor parte de los países, aunque en algunos países subdesarrollados esta proporción es incluso más elevada. Así pues, se produce un proceso grande y continuo de adicionar al sistema más centros de producción. Por lo tanto, las redes deben desarrollarse a lo largo de los años y no deben planificarse de un modo definitivo para quedar invariables en el futuro.
- (c) La distribución y naturaleza del *combustible* disponible. Este aspecto es de gran interés puesto que el carbón se obtiene en minas que están situadas en zonas normalmente alejadas de los centros de consumo principales; la energía hidroeléctrica también se acostumbra obtener en lugares remotos de los centros de carga fundamentales. Estas dos son las fuentes convencionales de energía en la mayoría de los países y el problema de fijar dónde se sitúa la estación generadora y la distancia de transporte es un problema de economía. Hoy en día el uso creciente de combustibles líquidos derivados del petróleo y de la energía nuclear tienden a modificar el esquema existente de fuentes de suministro de energía.

Un aspecto adicional de naturaleza diferente que resulta cada día más importante, es el de su influencia sobre el paisaje. Existen presiones de la opinión pública en contra de la proliferación de líneas aéreas que se produce cuando aumenta de modo constante la demanda de electricidad. Aunque la elevación de las tensiones de suministro aumenta sustancialmente la energía transportada en cada línea aérea, el número de líneas va creciendo rápidamente y parecería lógico que partes limitadas de la red estuvieran enterradas a pesar de su costo mucho más elevado. Estos cables subterráneos se instalarían además de los utilizados normalmente en las

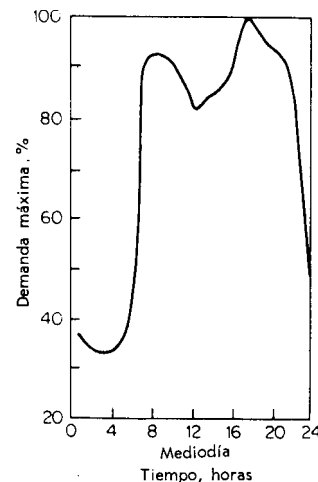


FIG. 1.1. Curva típica de carga diaria en invierno.

zonas edificadas. En el caso de distancias relativamente pequeñas es factible utilizar corriente alterna de alta tensión con cables subterráneos, pero en el caso de distancias más largas habrán de utilizarse corrientes continuas a tensiones elevadas por razones que se estudiarán más adelante.

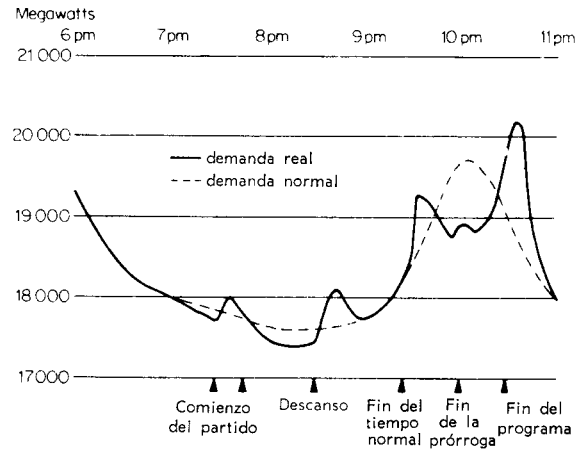


FIG. 1.2. Influencia de los programas de televisión sobre la demanda. Partido de fútbol de la Copa de Europa televisado en Inglaterra el 29 de mayo de 1968. Los picos los causaron las conexiones de utensilios de cocina, etc., en los intervalos de descanso y al final. (Con permiso de Central Electricity Generating Board.)

1.3. Representación de los sistemas de energía

Los sistemas de suministro de energía eléctrica modernos son invariablemente trifásicos. La red de distribución se proyecta de forma que su funcionamiento normal es razonablemente próximo al de las tres fases equilibradas y con frecuencia basta con estudiar las condiciones eléctricas de una sola fase para obtener un análisis completo. Se asegura la carga igual de las tres fases de una red haciendo, siempre que sea posible, que las cargas domésticas se repartan por igual entre las fases de las líneas de distribución de baja tensión; normalmente las cargas industriales son siempre trifásicas.

Un modo útil y sencillo de representar gráficamente una red es el diagrama esquemático o lineal en que cada uno de los circuitos trifásicos se representa mediante una sola línea. En la figura 1.3 se indican ciertos convenios para representar cada uno de los elementos de una planta. Un diagrama típico de una parte de un sistema de energía eléctrica se indica en la figura 1.4. En ella, el generador está conectado en estrella, estando el punto central de la misma conectado a tierra a través de una resistencia. La naturaleza de la conexión del punto central de la estrella de las máquinas rotativas y transformadoras a tierra es de importancia vital cuando se consideran ciertos fallos o averías que producen desequilibrios eléctricos en las tres fases. El generador alimenta a dos líneas trifásicas (aéreas o subterráneas). La tensión de la línea se aumenta respecto a la correspondiente a los terminales del generador mediante transformadores conectados del modo indicado. Al final de las líneas se reduce la tensión para la distribución secundaria de energía. Se prevé la instalación de dos líneas con objeto de mejorar la *seguridad* del suministro de energía, es decir, si en una línea se produce una avería y ha de desconectarse, la otra restante todavía podrá suministrar energía

al extremo receptor. No es necesario en cálculos normales de tensión y corriente indicar la presencia de interruptores, etc., en el diagrama, pero en algunos casos, como por ejemplo cuando se calcula la estabilidad, la situación de los interruptores, transformadores de corriente y protecciones resulta ser muy interesante.

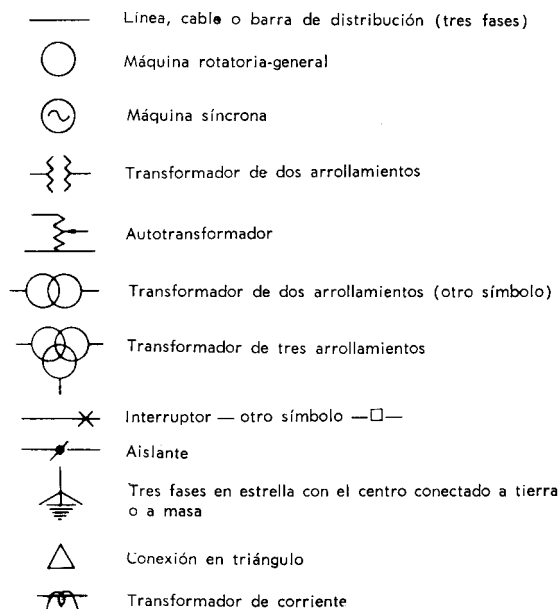


FIG. 1.3. Símbolos para representar los componentes de un sistema de energía eléctrica trifásico.

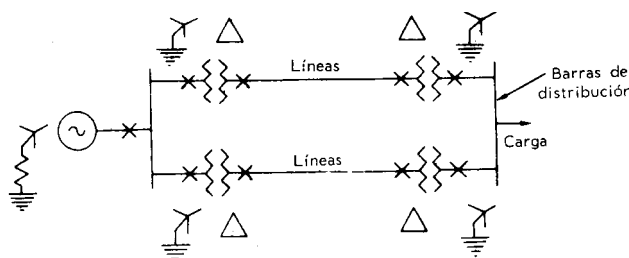


FIG.1.4. Diagrama de un sistema sencillo.

Aunque se procura evitar en todo lo posible el empleo del argot profesional, será necesario recurrir a ciertos términos que pueden ser más bien vagos al principiante en este tema. A continuación figura una corta lista en que se da la explicación de cada término.

Sistema. Se utiliza para describir la red eléctrica completa, los generadores, las cargas y los motores que accionan a aquéllos.

Carga. Esta expresión puede utilizarse en distintos sentidos; para indicar un dispositivo o reunión de dispositivos que consumen electricidad; para indicar la energía necesaria para un determinado circuito de suministro de energía; la potencia o corriente que pasa a través de una línea o máquina.

Barra de distribución. Conexión eléctrica de impedancia cero que une, varios aparatos o elementos tales como líneas, cargas, etc. Con frecuencia tiene la forma real de una barra de cobre o aluminio.

Conexión a tierra. La conexión de un conductor o armazón de un dispositivo al cuerpo principal de la tierra. Debe hacerse de tal manera que la resistencia entre el aparato y la tierra esté por debajo de ciertos límites prescritos. Exige con frecuencia enterrar conjuntos grandes de varillas conductoras en tierra y el empleo de conectores de área de sección recta grande.

Avería. Consiste en un mal funcionamiento de la red normalmente debido al corto-circuito de dos conductores o de un conductor activo que se conecta con la tierra.

Seguridad de suministro. Debe tenerse en cuenta que hay que asegurar la continuidad de suministro a los consumidores aunque estén fuera de funcionamiento ciertos aparatos de la central. Normalmente se utilizan dos circuitos en paralelo y se dice que un sistema es seguro cuando está asegurada la continuidad. Es evidentemente el tema de principal prioridad en el diseño y funcionamiento.

1.4. Conversión de energía empleando vapor

La combustión del carbón o de los combustibles derivados del petróleo en las calderas produce vapor a temperatura y presión elevadas que se hace pasar a turbinas de vapor. Los combustibles líquidos tienen ventajas económicas cuando pueden bombearse directamente desde la refinería a través de oleoductos a las calderas de la central generadora. El empleo de la energía resultante de la fisión nuclear se está extendiendo progresivamente para la generación de energía eléctrica; también en este caso la energía básica se utiliza para producir vapor que mueva las turbinas. El tipo más común y usado de turbina es el de flujo axial con varios rodets situados sobre el mismo eje.

Las centrales de generación de energía mediante vapor funcionan según un ciclo Rankine modificado para incluir el calentamiento del agua de alimentación y el recalentamiento del vapor. Se obtiene así un aumento del rendimiento térmico utilizando vapor con la temperatura y presión más elevadas posibles. Además, para que las turbinas sean económicas de construir resulta que cuanto mayor es su tamaño, menor es el coste de la instalación. Como resultado se están utilizando ahora turbogeneradores de 500 MW e incluso mayores. Con turbinas de vapor de 100 MW de capacidad se obtiene una elevación de rendimiento volviendo a calentar el vapor, después de que ha sido expandido parcialmente, mediante un calentador externo. El vapor recalentado vuelve entonces a la turbina en donde se expande de nuevo a través de las etapas finales de la misma. En la figura 1.5 se indica un diagrama esquemático de una central por calefacción de carbón. En la figura 1.6 se muestra el flujo de energía de una central de vapor moderna. A pesar de los avances continuos en el proyecto dios, especialmente con el empleo de células de combustible y métodos magnetohidrodinámicos.

1.5. Conversión de energía utilizando agua

Quizá la forma más antigua de conversión de energía es mediante el empleo de la energía hidráulica. En las centrales hidroeléctricas la energía se obtiene libre de costo. Esta característica atractiva se ve siempre un poco apagada por el elevado gasto de instalación, especialmente la construcción de la obra de ingeniería correspondiente a las presas. Sin embargo, hoy el gasto de instalación por kilowatt de las centrales hidroeléctricas empieza a resultar comparable con el de las centrales de vapor. Desgraciadamente, las condiciones geográficas necesarias para la generación hidroeléctrica no son abundantes, especialmente en Inglaterra. En la mayor parte de los países con un desarrollo elevado las fuentes hidroeléctricas están utilizadas hasta el máximo. Existe todavía un gran potencial hidroeléctrico en muchos países subdesarrollados y sin duda se verá utilizado cuando aumente su carga.

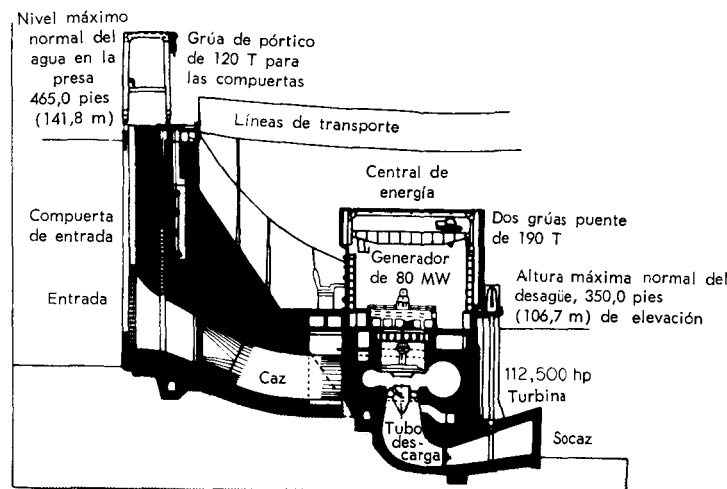


FIG. 1.7. Esquema hidroeléctrico; Kainji, Nigeria. Sección a través de la toma en la presa y edificio donde se alojan las máquinas. El esquema comprende un sistema inicial formado por cuatro equipos con turbinas Kaplan de 80 MW estando prevista la instalación de ocho equipos más. Velocidad normal 115,4 rev/min. Este esquema corresponde a un sistema de gran flujo y carga baja con compuertas de 28 pies (8,5 m) de diámetro. (Con permiso de Engineering.)

Como alternativa al empleo convencional de la energía del agua, el almacenamiento mediante bombeo permite utilizar el agua en ocasiones en que no podría utilizarse en esquemas convencionales. Ha sido tema de especulación el empleo de la energía de los flujos de las mareas en los canales. Las dificultades técnicas y económicas son muy grandes y existen pocos lugares en donde sea factible un esquema de este tipo. Se ha construido una instalación utilizando el flujo de las mareas sobre el estuario de La Rance, en el norte de Francia, en donde la altura de las mareas llega a alcanzar 9,2 m y el flujo de las mismas se estima en 18 000 m³/s.

Antes de estudiar los tipos de turbinas utilizados, haremos un comentario breve sobre los modos generales de funcionamiento de las centrales hidroeléctricas. La diferencia de altura entre el depósito más elevado y el nivel de las turbinas se conoce como *altura de carga*. El agua que cae a través de esta carga adquiere energía cinética que luego suministra a los álabes de la turbina. Existen tres tipos principales de instalación que son los siguientes:

- (a) *Carga elevada o almacenada.* El área de almacenamiento o embalse se llena normalmente en un tiempo superior a 400 horas.
- (b) *Carga media.* El embalse se llena en el intervalo de 200 a 400 horas.
- (c) *Corriente de río.* El embalse se llena en menos de dos horas y tiene una carga de 3 a 15 m de altura.

En la figura 1.7 se da un diagrama esquemático en el caso del tipo (c).

Asociados con estas varias alturas de carga del nivel de agua por encima de las turbinas existen tipos particulares de turbina que se adaptan mejor a ellas. Éstos son:

- (a) *Pelton.* Éstas se utilizan para cargas de 180 a 1800 m; se componen de un rotor con rueda de paletas con toberas de flujo ajustables.
- (b) *Francis.* Utilizadas para cargas de 35 a 500 m y son del tipo de flujo mixto.
- (c) *Kaplan.* Utilizadas para las corrientes de los ríos con carga de hasta 60 m. Este tipo tiene un rotor de flujo axial con paletas de paso variable.

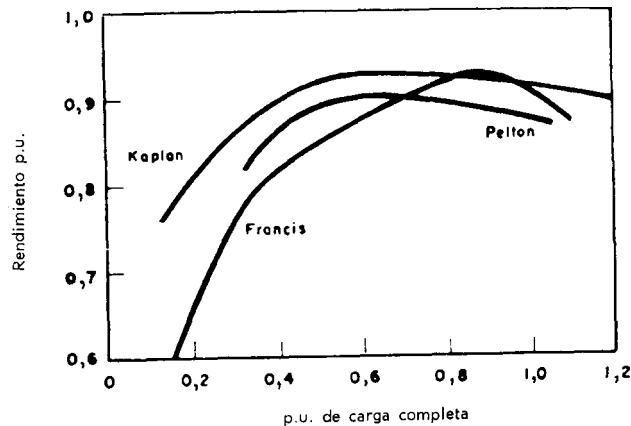


FIG. 1.8. Curvas de rendimiento típicas de las turbinas hidráulicas.

En la figura 1.8 se indican las curvas de rendimiento típico de cada tipo de turbina. Como el rendimiento depende de la altura de carga, que está fluctuando continuamente, con frecuencia se utiliza el consumo de agua en m^3/kWh y se relaciona con la altura de carga. La planta hidroeléctrica tiene la facultad de ponerse en marcha rápidamente y la ventaja de que no se producen pérdidas cuando se está en una etapa de bajo consumo. Por consiguiente, tiene grandes ventajas para generar energía eléctrica de modo que se ajuste a las cargas punta con un mínimo de coste, trabajando en unión con las centrales térmicas. Utilizando control remoto de las instalaciones hidroeléctricas, el tiempo que se tarda desde la instrucción correspondiente al arranque hasta la conexión real con la red de potencia puede ser tan breve como dos minutos y la velocidad con que la máquina adquiere la carga de trabajo es del orden de 20 MW/min. Puesto que los grandes suministros de agua necesarios para estas cargas están situados a gran distancia de los centros de consumo se necesitan normalmente líneas de transporte de gran longitud.

Almacenamiento bombeado. Un método relativamente reciente de obtener las ventajas de la planta hidroeléctrica en donde no se dispone de la cantidad de agua necesaria es el empleo de almacenamiento bombeado. Éste se compone de un depósito superior y otro inferior y turbina-generadores que puede utilizarse como motor-bomba. El depósito superior tiene capacidad suficiente para de 4 a 6 horas de generación de energía a carga completa con una reserva de 1 a 2 horas.

La secuencia de funcionamiento es la siguiente. Mientras duran las puntas de carga sobre la red, las turbinas están accionadas por el agua que cae del depósito superior de un modo normal. Luego los generadores se convierten en motores síncronos, alimentados a partir de la red de energía eléctrica general, accionando la turbina que ahora está actuando en forma de bomba. Durante la noche, cuando sólo las centrales de carga base están en funcionamiento y se está produciendo electricidad a precio más barato, se bombea de nuevo hacia el depósito superior el agua contenida en el depósito inferior para quedar aquél en condiciones de suministrar agua al día siguiente. Los rendimientos de funcionamiento típico obtenidos son:

Motor y generador	96
Bomba y turbina	77
Línea de conducción y túnel	97
Transporte (línea)	95

obteniéndose un rendimiento global del 67 por ciento. Una ventaja adicional es que las máquinas síncronas pueden utilizarse fácilmente como compensadores síncronos si es necesario (ver capítulo 4).

1.6. Turbinas de gas

El empleo de la turbina de gas como motor principal tiene ciertas ventajas sobre las centrales de vapor aunque el funcionamiento normal resulta menos económico. La ventaja principal radica en la capacidad de arrancar y adquirir toda la carga rápidamente. De aquí que las turbinas de gas están empezando a utilizarse como método para tener en cuenta las cargas punta del sistema. En el momento en que se escribe este libro existen muchas instalaciones cuyos generadores llegan a tener una salida de 60 MW. Otro empleo de este tipo de máquinas es como compensador síncrono para ayudar a mantener los niveles de tensión. Incluso desde un punto de vista económico es probablemente ventajoso el poder hacer frente a las puntas de carga poniendo en marcha, en un tiempo del orden de dos minutos, turbinas de gas paradas y no tener en marcha de modo continuo plantas de vapor de repuesto.

La instalación se compone de una turbina, de una cámara de combustión y de un compresor accionado por la turbina. El aire comprimido se lleva a la cámara de combustión en donde se mantiene una combustión continua del combustible inyectado; los gases calientes son los que accionan la turbina.

1.7. Generación magnetohidrodinámica (M.H.D.)

Cuando el combustible utilizado es el carbón, un derivado del petróleo o un combustible nuclear, el resultado final es la producción de vapor que a continuación acciona a la turbina. Se han hecho intentos de generar electricidad sin necesidad de un motor primario o generador rotativo. En el método magnetohidrodinámico los gases a 25000C se hacen pasar a través de una cámara en la que se ha creado un campo magnético intenso (fig. 1.9). Si el gas está a una temperatura suficientemente alta, resulta ligeramente conductor de la electricidad (suele sembrarse con potasio para mejorar la conductividad) y constituye un conductor que se mueve dentro de un campo magnético. Se induce así una f.e.m. que puede aplicarse a unos electrodos adecuados. Se están haciendo en este momento grandes esfuerzos en varios países para construir generadores M.H.D. grandes y económicos. En su forma práctica se utilizarán en unión de la planta tradicional. En la figura 1.10 se muestra un esquema de un sistema posible en el que se incorpora el método de accionamiento normal mediante el vapor con los generadores M.H.D. Sin embargo, existen grandes dudas de la viabilidad económica de esta forma de generación de electricidad.

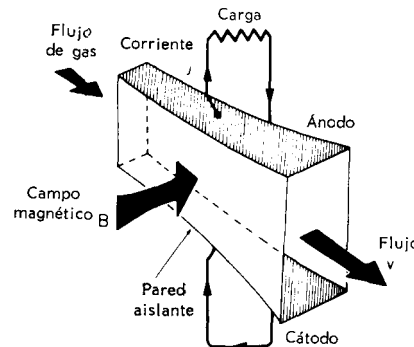


FIG. 1.9. Fundamentos de la generación de energía magnetohidrodinámica MHD.
(Con permiso de la English Electric Co. Ltd.)

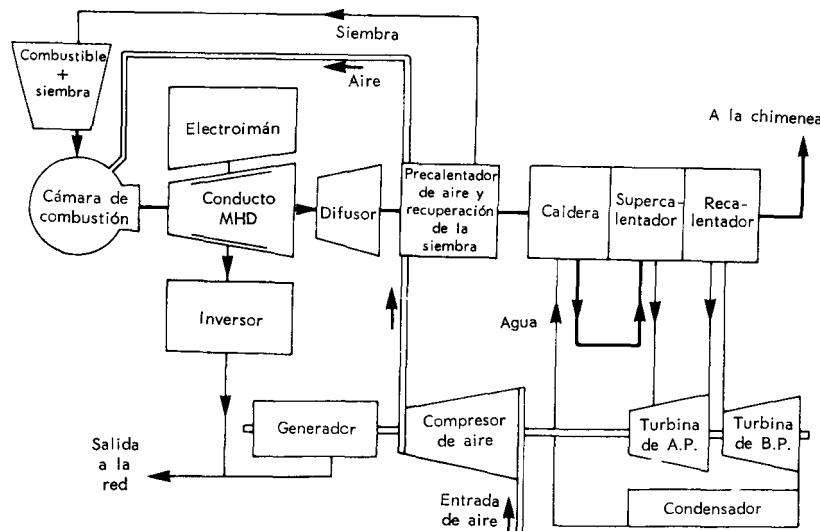


FIG. 1.10. Diagrama de bloques de una central generadora MHD con ciclos abiertos.
(Con permiso de la English Electric Co. Ltd.)

Entre otras formas de generación directa debemos incluir la emisión termiónica y las células de combustión, ambas en etapa de desarrollo con objeto de mejorar su rendimiento.

1.8. Energía nuclear

La fisión nuclear tiene lugar cuando un neutrón libre choca contra el núcleo de un material fisionable como el Uranio-235. Por el choque, el núcleo se divide en dos partículas, liberando energía que aparece en forma de calor. En este proceso algunos de los nuevos neutrones liberados chocan con otros núcleos fisionables que también se dividen y se establece así una reacción en cadena. La central que contiene el material fisionable se denomina reactor o pila. El reactor produce calor que debe convertirse en energía eléctrica a través de un intercambiador térmico, una turbina y un generador. Existe un cierto número de versiones de los reactores en uso con diferentes refrigerantes y tipos de combustibles fisionables. En Inglaterra se ha utilizado el reactor Magnox que consume uranio natural en forma de varillas encerradas en envueltas de una aleación de magnesio. Los elementos combustibles se colocan en una estructura o núcleo formado por ladrillos de grafito puro que recibe el nombre de moderador. Este núcleo de grafito hace descender la velocidad de los neutrones hasta el margen correcto con objeto de proporcionar el número máximo de choques. El proceso de fisión se controla por la inserción de varillas de un material que absorbe neutrones; el número y posición de estos controles regula la producción de calor del reactor. El calor se extrae del grafito mediante monóxido de carbono gaseoso bombeado a través de conductos verticales situados dentro del núcleo. Este calor se transfiere luego al agua para formar vapor a través de un intercambiador térmico. Una vez que el vapor ha pasado a través de la turbina de alta presión se devuelve al intercambiador térmico para su recalentamiento como en las calderas calentadas por carbón o por derivados del petróleo. En la figura 1.11 se muestra un diagrama esquemático en el que se indican los elementos básicos de este tipo de reactor.

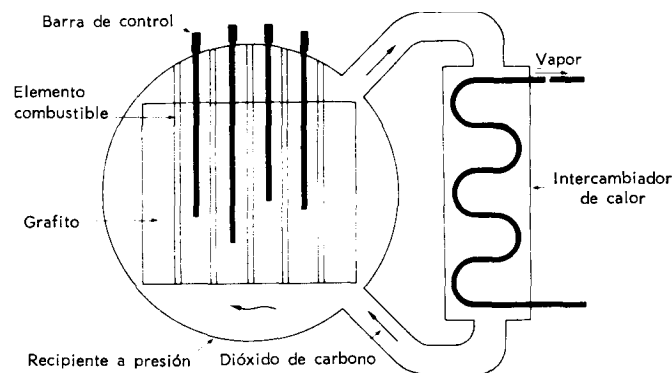


FIG. 1.11. Vista esquemática del reactor nuclear inglés tipo Magnox.

Un reactor más reciente semejante al Magnox es el Reactor Avanzado enfriado por gas. Un recipiente de presión construido de hormigón armado recubierto de acero contiene el reactor y el intercambiador térmico. Se utiliza un combustible formado por pastillas de dióxido de uranio encerradas en cápsulas de acero inoxidable; se sitúan dentro del núcleo en canales verticales y cierto número de cápsulas forman un elemento combustible cilíndrico. La eliminación del calor se realiza mediante dióxido de carbono gaseoso a una

presión más elevada que en el tipo Magnox. Las varillas de control están hechas de acero al boro. Los elementos combustibles gastados, una vez extraídos del núcleo, se almacenan en una cámara especial durante una semana aproximadamente y luego se desmontan y se introducen en un estanque de agua en donde permanecen hasta que el nivel de radiactividad ha disminuido lo suficiente para que puedan retirarse de la central.

Las centrales de generación nuclear exigen poca cantidad de combustible en función del volumen y peso y por lo tanto pueden establecerse independientemente del suministro del combustible, aunque ciertas consideraciones de seguridad tienden a mantenerlas alejadas de grandes centros de población. Una desventaja de las mismas es su coste de instalación inicial relativamente alto en contra de los costes de funcionamiento. Esto exige que las centrales nucleares funcionen continuamente como estaciones o centrales de carga básica. Con el desarrollo del sistema últimamente citado se ha reducido considerablemente el coste por unidad de electricidad en una central nuclear y ahora es más favorable la situación económica de este tipo de generación eléctrica (ver capítulo 2). Por consiguiente, es de prever para los próximos años que un porcentaje cada vez mayor de centrales generadoras será de tipo nuclear. Esto puede influir finalmente en los esquemas de transporte si resulta posible situar las centrales nucleares cerca de grandes concentraciones urbanas.

En los Estados Unidos se utilizan reactores de agua a presión y de agua hirviendo. En *el tipo de agua a presión*, el agua se bombea a través del reactor y actúa como refrigerante al mismo tiempo que hace de moderador, calentándose el agua hasta 315°C . La presión del agua es mayor que su presión de vapor a esta temperatura y el agua abandona el reactor por debajo del punto de ebullición. El combustible tiene la forma de pastillas de dióxido de uranio encerradas en haces tubulares de acero inoxidable. El *reactor de agua hirviendo* se desarrolló posteriormente al tipo anterior y se usa ahora extensamente. Dentro del reactor se transfiere el calor al agua hirviendo a una presión de 690 N/cm^2 . En las figuras 1.12 y 1.13 se indican diagramas esquemáticos de estos reactores.

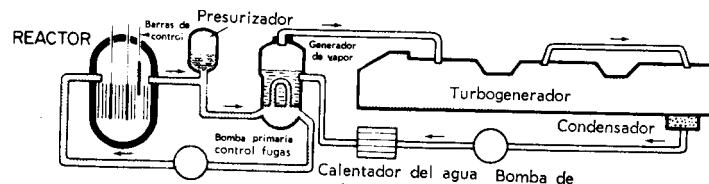


FIG. 1.12. Diagrama esquemático de un reactor de agua a presión.
(Con permiso de Edison Electric Institute.)

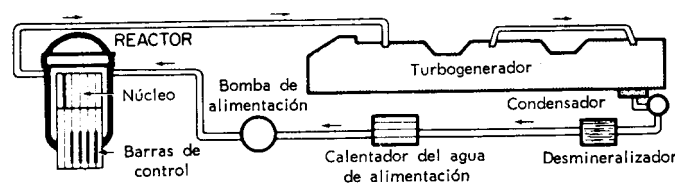


FIG. 1.13. Diagrama esquemático de un reactor de agua hirviendo.
(Con permiso de Edison Electric Institute.)

Todos los reactores que utilizan uranio producen plutonio en la reacción. La mayor parte de este último elemento no se utiliza en el reactor. Los *reactores reproductores rápidos* que están desarrollándose en el momento actual producen combustible nuevo en cantidades considerables durante la reacción al mismo tiempo que producen calor. En el reactor reproductor rápido de metal líquido indicado en la figura 1.14, el refrigerante es sodio líquido que sale del reactor a 650 °C a presión atmosférica. A continuación el calor se transfiere a un circuito de sodio secundario que finalmente transfiere su calor a un intercambiador térmico produciendo vapor a 540 °C. Un esquema semejante sigue el reactor reproductor rápido enfriado por vapor. En éste el material de alimentación inicial es U-238 que produce plutonio a razón de 1:5. Los reactores reproductores son una gran promesa para el futuro. En la mayor parte de los países se está llevando a cabo un programa de construcción considerable.

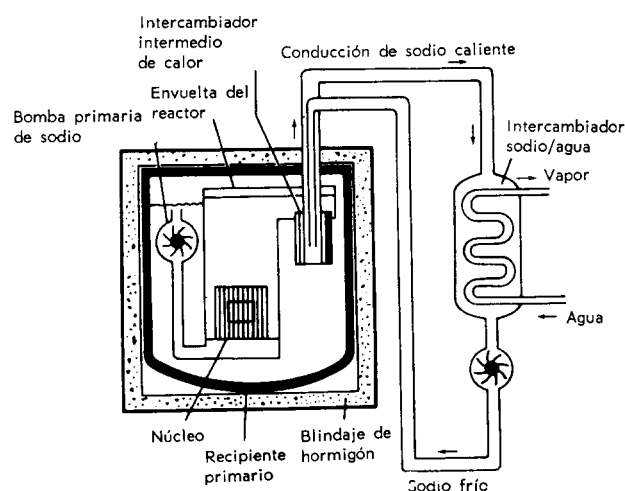


FIG. 1.14. Diagrama esquemático de un reactor rápido reproductor con metal líquido como refrigerante. (Con permiso de Edison Electric Institute.)

1.9. Funcionamiento económico de la central de generación. - Orden de mérito

Puesto que se están poniendo en funcionamiento cada vez más instalaciones generadoras nuevas y de mayor rendimiento, existe un margen amplio de centrales disponibles para su empleo. Como se mencionó anteriormente la carga se compone de una base más un elemento variable que depende del momento del día y de otros factores. Evidentemente la carga base deberá ser suministrada por la central de mayor rendimiento que entonces deberá estar funcionando 24 horas al día y la carga remanente deberá recaer sobre las centrales de menor rendimiento. Para facilitar este método de funcionamiento las centrales generadoras se realizan en orden de costo por unidad generada y la carga se distribuye a cada estación sucesivamente, teniendo en cuenta la necesaria seguridad del suministro.

Además de las máquinas que suministran la carga se mantiene en reserva una cierta proporción de las centrales disponibles para poder salvar una contingencia repentina. Una cierta cantidad de esta reserva debe ser capaz de ponerse en funcionamiento en 5 minutos y de aquí que algunas máquinas deben estar funcionando por lo menos al 75 % de su carga total para permitir esta capacidad generadora de repuesto.

1.10. Naturaleza de los sistemas de transporte y distribución

Normalmente se indica con la palabra transporte la transferencia global de energía a través de enlaces de alta tensión entre los centros de carga principales. Por distribución se entiende principalmente el transporte de esta energía a los consumidores mediante redes de tensión inferior.

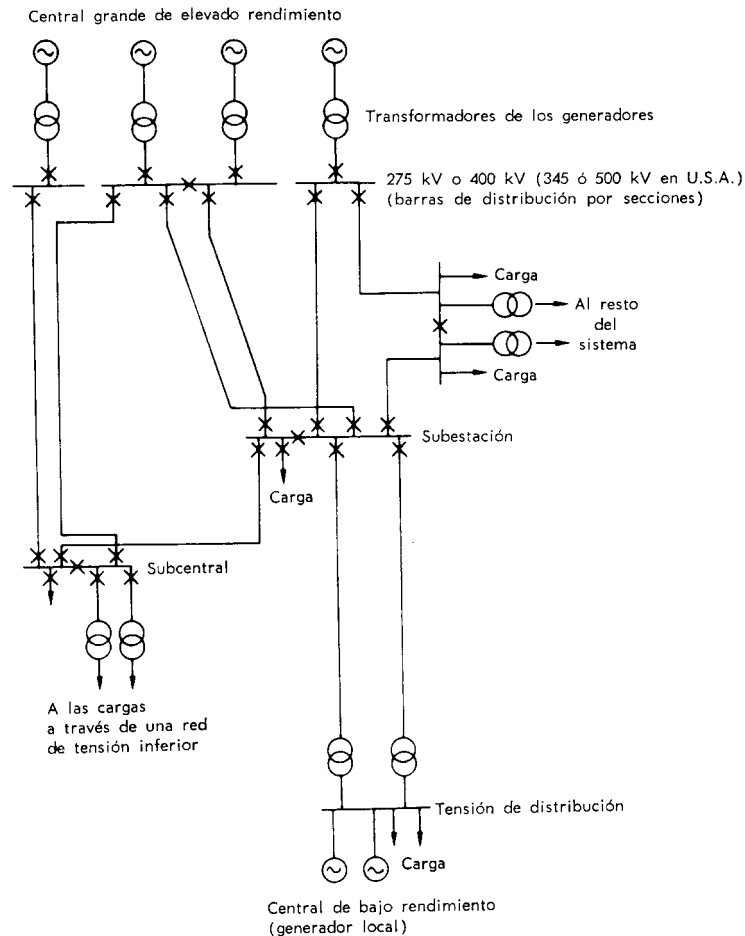


FIG. 1.15. Parte de un sistema de potencia típico.

Las máquinas normalmente generan la tensión en el margen de 11-25 kV que luego se va aumentando mediante transformadores hasta la tensión de las líneas principales de transporte. En las subestaciones se hacen las conexiones entre los diversos componentes del sistema, tales como las líneas y los transformadores, y se lleva a cabo la conexión o desconexión de estos componentes. En Inglaterra se transportan grandes cantidades de energía desde las centrales generadoras a las subestaciones centrales de carga a 400 kV y 275 kV mientras que en los Estados Unidos se hace a 345 kV y 500 kV. La red formada por esta línea de muy alta tensión se denomina a veces *super-red*. La mayor parte de las grandes centrales y de mayor rendimiento alimentan, a través de transformadores, directamente a esta red. La red, a su vez, alimenta a una red de subtransporte que funciona a 132 kV en Inglaterra y a 115 kV en Estados Unidos. Algunas de las centrales más antiguas y de menor rendimiento alimentan este sistema que a su vez suministra a las redes que están

relacionadas con la distribución a los consumidores de un área determinada. En Inglaterra estas redes funcionan a 33 kV, 11 kV o 6,6 kV y suministran al consumidor final alimentaciones a 415 V trifásicas, lo que da 240 V por fase. Aisladamente existen otras tensiones en diversos lugares, por ejemplo el sistema de cable de 66 kV de Londres. Una parte de una red típica de suministro se indica esquemáticamente en la figura 1.15. El sistema de energía está así formado por redes a diversas tensiones. De hecho existen diversas escalas de tensión como se representa en la figura 1.16. La figura 1.17 muestra la disposición geográfica de la red de transporte en Inglaterra y el País de Gales.

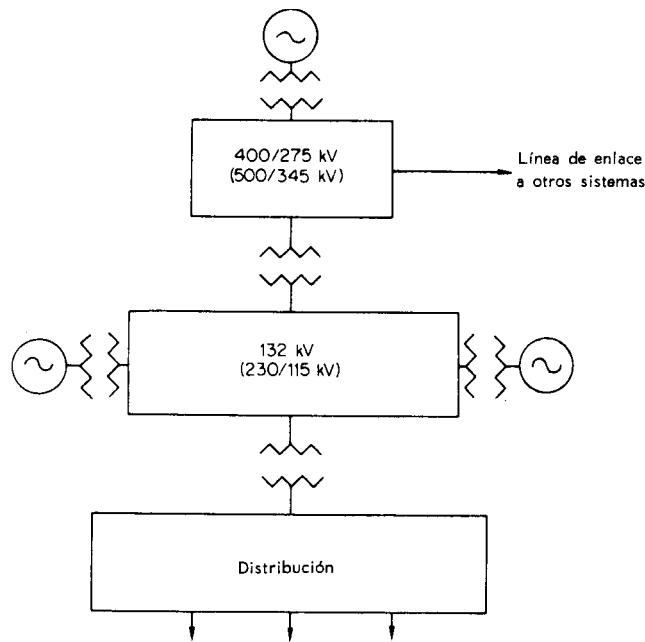


FIG. 1.16. Diagrama esquemático de las redes constituyentes de un sistema de suministro. Las tensiones en los EE. UU. se dan entre paréntesis.

Resumiendo, la red de transporte proporciona una fuente al por mayor de 66 kV o superior; las de subtransporte proporcionan fuentes de tensión al detal a tensiones de 11 kV a 132 kV y finalmente la red de distribución proporciona a través de los transformadores reductores tensiones de 2 a 33 kV.

1.11. Razones para la existencia de interconexiones

- (a) Las instalaciones generadoras son cada vez mayores y en la actualidad están en funcionamiento centrales de una capacidad hasta de 2000 MW. No sólo es inferior el costo inicial por kVA de las centrales de capacidad muy grande respecto a otras menores, sino que sus rendimientos son sustancialmente superiores. De aquí que, independientemente de su posición geográfica, es más económico utilizar estas centrales de alto rendimiento hasta su capacidad total durante 24 horas al día y transportar la energía a distancias considerables, que utilizar centrales más locales, pero de menor rendimiento. La carga base principal debe por lo tanto suministrarse mediante estas grandes centrales, que deben estar interconectadas de modo que alimenten a un sistema general y no a una carga concreta.

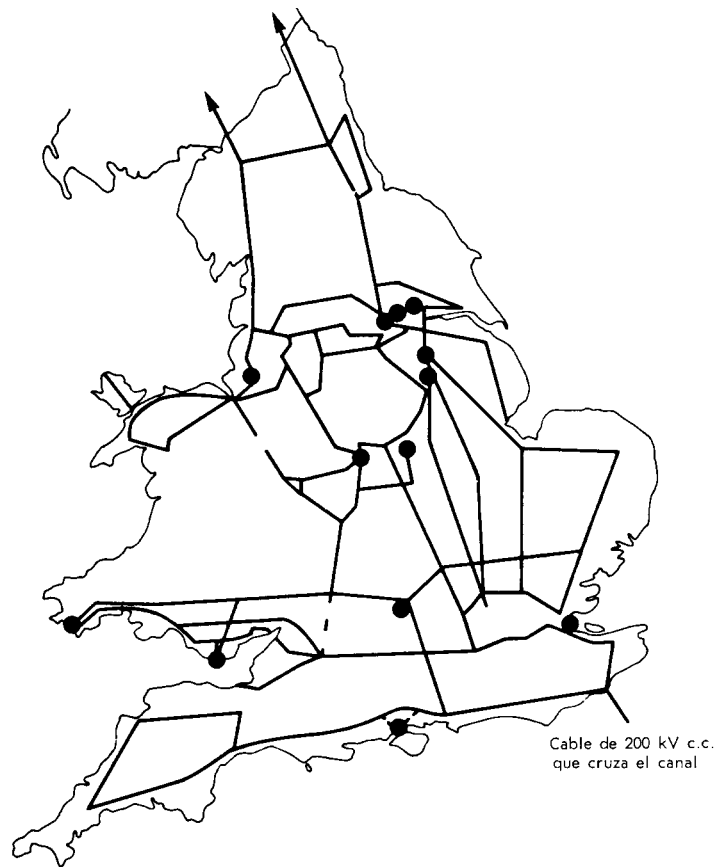


FIG. 1.17. Disposición geográfica del sistema inglés de 400/275 kV. ● Centrales de 2000 MW de potencia o superiores; — línea de 400/275 kV, ---- líneas proyectadas de 400 kV. (Con permiso de Electricity Council.)

- (b) Con objeto de poder absorber un aumento repentino de carga se necesita una cierta cantidad de capacidad generadora conocida como «reserva de energía». Ésta está compuesta por generadores que están funcionando en vacío a velocidad normal y dispuestos para suministrar instantáneamente esta energía. Si las máquinas están paradas se necesita un tiempo razonable para que alcancen su velocidad de funcionamiento normal (especialmente en el caso de los turboalternadores de vapor); este tiempo puede llegar a ser hasta de una hora. Es más económico disponer de ciertas centrales que sólo cumplen esta función, a que cada central mantenga su propia reserva de energía.
- (c) Los suministros de electricidad en todo el país están sincronizados y existe una frecuencia común.
- (d) En una red interconectada compuesta esencialmente de mallas, se mantiene una continuidad de suministro puesto que las subestaciones pueden ser alimentadas a partir de otras direcciones.

1.12. Estadística de los sistemas

En todo el mundo la forma general de los sistemas energéticos sigue el mismo esquema. El valor de la tensión varía de un país a otro, estando originada la diferencia fundamentalmente por razones geográficas e históricas. Quizás una diferencia importante en parámetros característicos es la de la frecuencia, aunque hoy la mayor parte de Europa funciona con 50 Hz y tanto Norteamérica como Sudamérica a 60 Hz. En la mayor parte de los países el suministro de electricidad fue originado con muchas instalaciones locales e incluso privadas y esto originó variaciones de tensión y de la práctica general de su funcionamiento que están ahora desapareciendo cuando los sistemas resultan cada vez más integrados en una base continental.

Los valores generales de los sistemas en dos países darán indicación del inmenso tamaño y de la inversión de capital necesaria en todos los sistemas de energía, teniendo en cuenta que su tamaño se duplica aproximadamente cada diez años.

Inglaterra. Se ha previsto que el sistema británico tendrá una demanda máxima simultánea de aproximadamente 70 000 MW al final de la década de 1970, siendo la tensión más elevada de las líneas de transporte fundamentales de 400 kV. El rendimiento más elevado de una central térmica (1969) es el 35 % y el factor de carga es de 52,7 por ciento. Los circuitos de transporte principales comprenden las siguientes longitudes de líneas aéreas en kilómetros en 1969: 400 kV 2840, 275 kV 2370, 132 kV 9640, 66 kV 93; las longitudes correspondientes de cables subterráneos fueron 9,6, 215, 1260 y 294 a estas tensiones respectivas. El número total de castilletes es de 52 213 y el número de subestaciones 884.

En el caso de sistemas de distribución la longitud (en kilómetros) de líneas aéreas era, 33 kV 19 860, 11 kV 118 500, 6,6 kV a 11 kV 3460; las longitudes correspondientes de cable subterráneo eran 11 750, 67 400 y 19 550. El kilometraje de circuito por cada 1000 consumidores en el margen de tensión de 33 kV a 650 V es de 12,4 y por debajo de 650 V, 14,5. En 1969 la energía total generada era de $187\,064 \times 10^6$ kWh y la capacidad instalada total 47 746 MW.

Norteamérica. En los *Estados Unidos* los sistemas funcionan tanto por compañías privadas como por empresas del gobierno en contraposición con la mayor parte de los demás países en que el suministro de energía está básicamente controlado por el Estado. Los sistemas individuales están interconectados con líneas de enlace formando así una red síncrona masiva. El sistema de los Estados Unidos es el mayor del mundo y las subredes individuales son comparables con las de los países europeos. El mayor consumo de electricidad y las grandes distancias a cubrir han originado tensiones de transporte más elevadas en Norteamérica que en la mayor parte de los demás países. Las compañías Canadian Hydro-Quebec y la American Electric Power ya funcionan con líneas de 765 kV. Los ingenieros de investigaciones están considerando ahora que el nivel próximo de tensión superior a 765 kV deberá estar en el margen de 1000 kV a 1500 kV.

En los Estados Unidos los kilómetros de circuitos totales a diversos niveles de tensión fueron en 1968 los siguientes: Por debajo de 60 kV, 218 000; 69 kV, 132 000; 115 kV, 123 500; 138 kV, 75 000; 230 kV, 59 500; 345 kV, 14 500; 500 kV, 6430. La tensión básica del

consumidor es de 120 V monofásica con unas tensiones de distribución nominal preferentes por debajo de 69 kV de 46, 34,5, 23, 14,4, 13,2, 7,2, 4,8 y 2,4 kV. En diciembre de 1973 la punta de demanda de electricidad se predijo que sería 330 000 MW con un factor de carga del 63,1 %. Está en desarrollo la generación de energía eléctrica mediante la energía nuclear y en el programa de expansión programado, el 38 % de la cantidad de energía generada adicional será nuclear. Los reactores son de varios tipos diferentes, predominando los correspondientes al agua a presión y los de agua hirviendo.

En Norteamérica la naturaleza de la carga difiere estacionalmente de un lado a otro del país y también persiste la diversidad de cargas debido a las distintas horas en las diferentes zonas. Generalmente las cargas de verano e invierno son mucho más comparables que en Europa debido al gran empleo del acondicionamiento de aire en el verano. El cociente (punta de verano)/(punta de carga en el diciembre siguiente) se utiliza para señalar esta característica, y ya a principios de 1970 era del orden de 1,06. En el apéndice 6 se estudian las propuestas para transmitir la capacidad generadora de energía en exceso de una región a otra para evitar la necesidad de instalar nuevas plantas generadoras en otra zona.

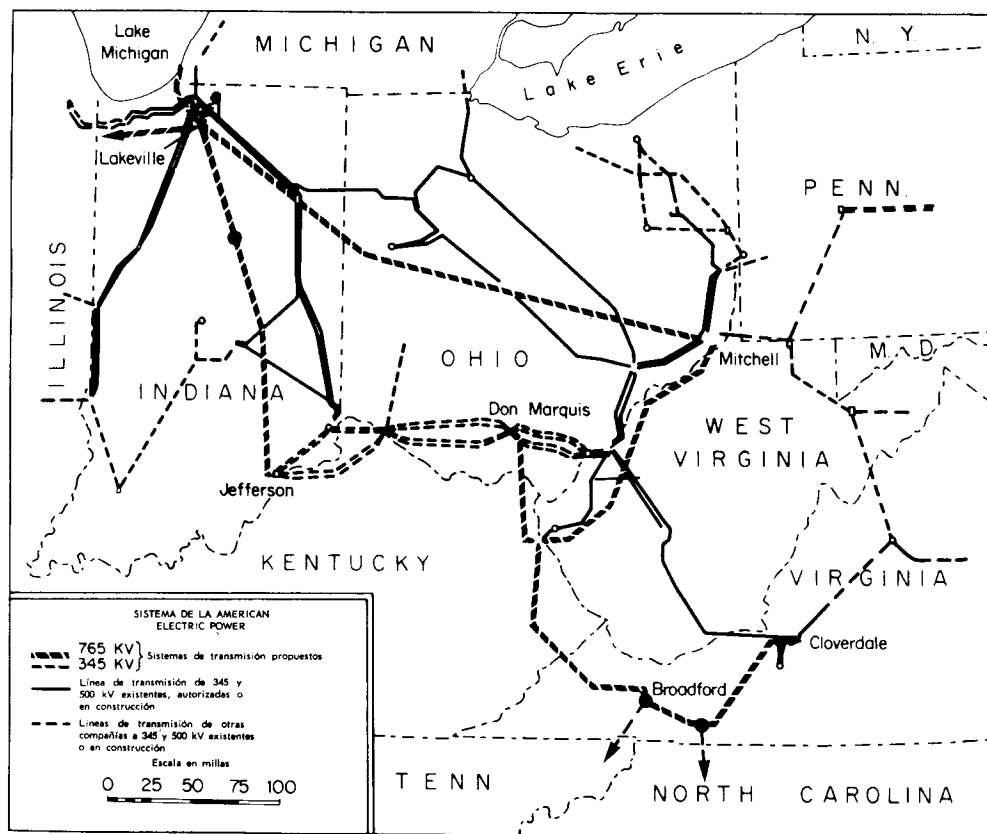


FIG. 1.18. Sistema de 765 kV de la American Electric Power Co. (Con permiso del Institute of Electrical and Electronic Engineers.)

En la figura 1.18 se muestra el sistema de 765 kV de la American Electric Power Company sobre un mapa del área cubierta por esta organización. Se espera que en 1980 la carga sea de 20 000 MW y para 1990 de 34 000 MW. Un cierto número de factores influye en la naturaleza de la red de 735 kW y entre éstos hay que incluir la carga del sistema, el tamaño

de los generadores, la capacidad de transmisión interna para las transferencias de energía y la capacidad de las interconexiones a los sistemas exteriores. El sistema tiene 1850 km de línea a 765 kV, una capacidad de transformación de 14 700 MVA y 27 interruptores de circuitos. Existen 7 subestaciones de 765/345 kV, dos de 765/500 kV y otras dos de 765/138. Además está prevista la existencia de reactores montados en paralelo y conectados directamente a la línea de 765 kV con una capacidad total de 4200 MVA. En la figura 1.19 se indica la relación entre la potencia transmisible en 765 kV y 345 kV y la longitud del circuito. La relación correspondiente entre el coste del transporte y la potencia transportada se muestra en la figura 1.20 para las tensiones de 345 kV y 765 kV para las diversas distancias mostrando los puntos de corte de ambas.

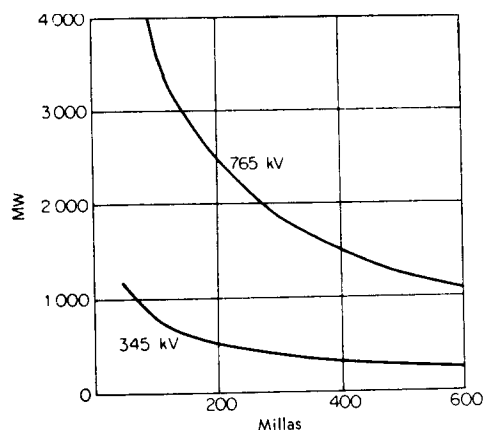


FIG. 1.19. Relación entre capacidad de transporte de potencia y longitud del circuito para circuitos de 765 kV y 345 kV.

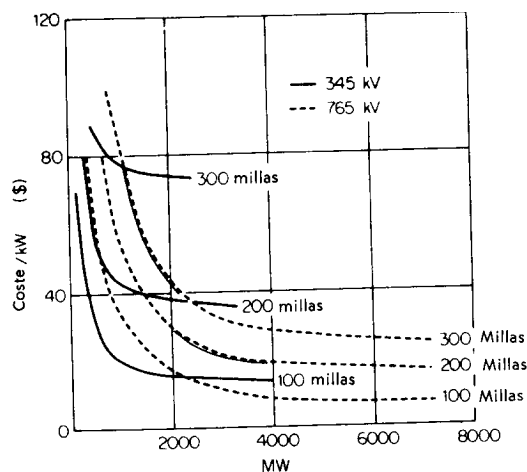


FIG. 1.20. Relación entre coste del transporte y la potencia transmitida en el caso de circuitos de 345 kV y 765 kV de diversas longitudes.

En la figura 1.21 se muestra el crecimiento de la carga total en los Estados Unidos desde 1948 hasta 1973. En la figura 1.22 se indican curvas semejantes que muestran el aumento de la electricidad producida por habitante a lo largo del tiempo para cuatro países. Las ventas de electricidad (kilowatthora) en los Estados Unidos por agrupamientos de consumidores en 1968 fueron las siguientes: industrial $518\,834 \times 10^6$ (43 por ciento), residencial $367\,692 \times 10^6$ (31 por ciento), comercial $265\,151 \times 10^6$ (22 por ciento) y otros 50

644×10^6 (4 por ciento). Esta electricidad se produce principalmente mediante diversos tipos de combustible y la producción total para 1968 de 1100 millones de kilo watt-hora se repartió del modo siguiente: carbón, 683; fuel-oil, 100; gas, 304; nuclear, 12,3. De la capacidad total de 290 365 MW en los Estados Unidos en 1968, el 83 por ciento fue proporcionado por vapor y el 17 por ciento restante por generación hidráulica. Las compañías con inversionistas propios alcanzaban hasta el 75,8 % de la capacidad total estando controlado el resto por centrales del gobierno y cooperativas. Se prevé que la capacidad total de las compañías con inversionistas propios, en 1980 será del orden de 492000 MW.

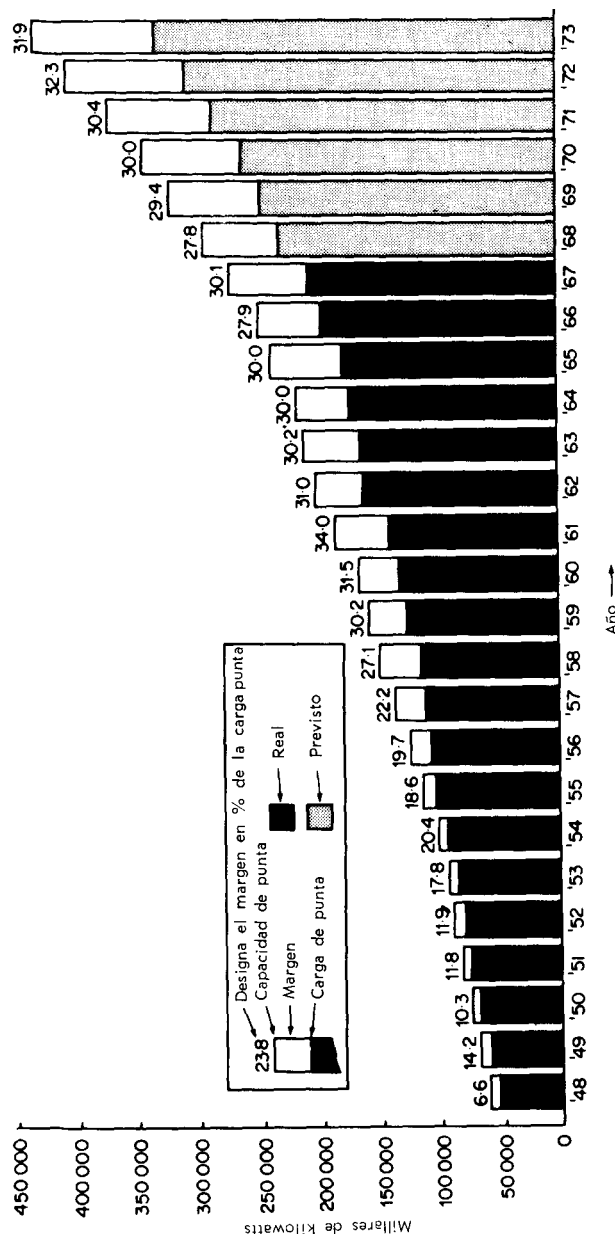


FIG. 1.21. Capacidades de producción punta, demandas de carga punta desde 1948 hasta 1973 en los Estados Unidos. Valores correspondientes a diciembre (obsérvese que en algunas zonas la demanda máxima se presenta en verano).

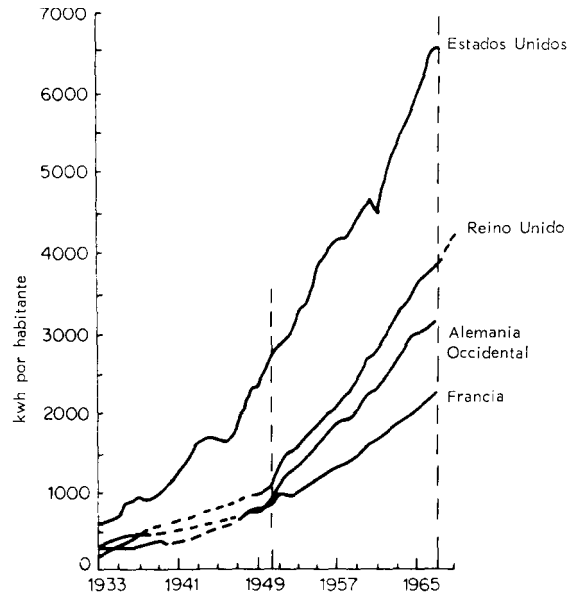


FIG. 1.22. Producción de electricidad comparada por habitante: las líneas de trazos indican valores provisionales para aquellos años en los que no se disponía de información. (Con permiso de Institution of Electrical Engineers.)

En la figura 1.23 se resume el empleo y costo de la electricidad correspondiente a los consumidores domésticos.

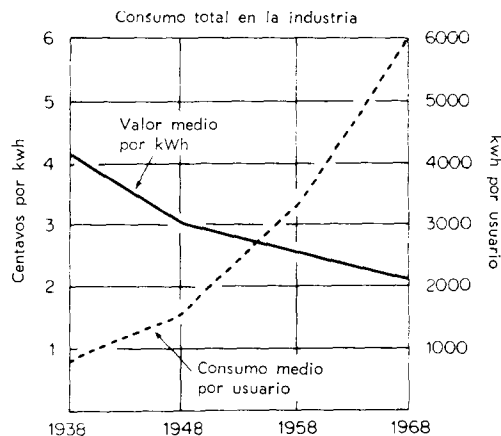


FIG. 1.23. Empleo y costo de la electricidad en los Estados Unidos para usos domésticos. (Con permiso de Edison Electric Institute.)

Con relación al capital invertido en el sistema total de los Estados Unidos la generación de la energía absorbe el 40 por ciento, la distribución el 40 por ciento, el transporte el 17 por ciento y los gastos varios el 3 por ciento. De los costos de transporte (del orden de 20 mil millones de dólares) el transporte subterráneo justifica el 10 por ciento, que con relación a la capacidad total de transporte eléctrico sólo alcanza el 1 por ciento.

1.13. Sistemas de distribución

Aunque a lo largo de este libro existe una cierta tendencia hacia la red de transporte y sus problemas asociados, no debe considerarse como de importancia secundaria el área general de la distribución. La red de distribución difiere de las redes de transporte en varios aspectos, aparte del valor de la tensión. El número de ramas y de fuentes es mucho más elevado en la red de distribución y también es diferente la estructura general o topología. Un sistema típico se compone de un transformador reductor escalonado (por ejemplo 66/11 kV) en un punto de suministro global que alimenta un cierto número de cables que pueden variar en longitud desde algunos cientos de metros a varios kilómetros. A lo largo del cable están situados, convenientemente espaciados, una serie de transformadores trifásicos reductores, por ejemplo de 11 kV/415 kV en Inglaterra o 4,16 kV/200 V en los Estados Unidos, y a partir de ellos se suministran al consumidor redes trifásicas, con cuatro conductores, que dan una tensión de 240 V o 120 V (en los EE. UU.), monofásica, a las casas y cargas semejantes.

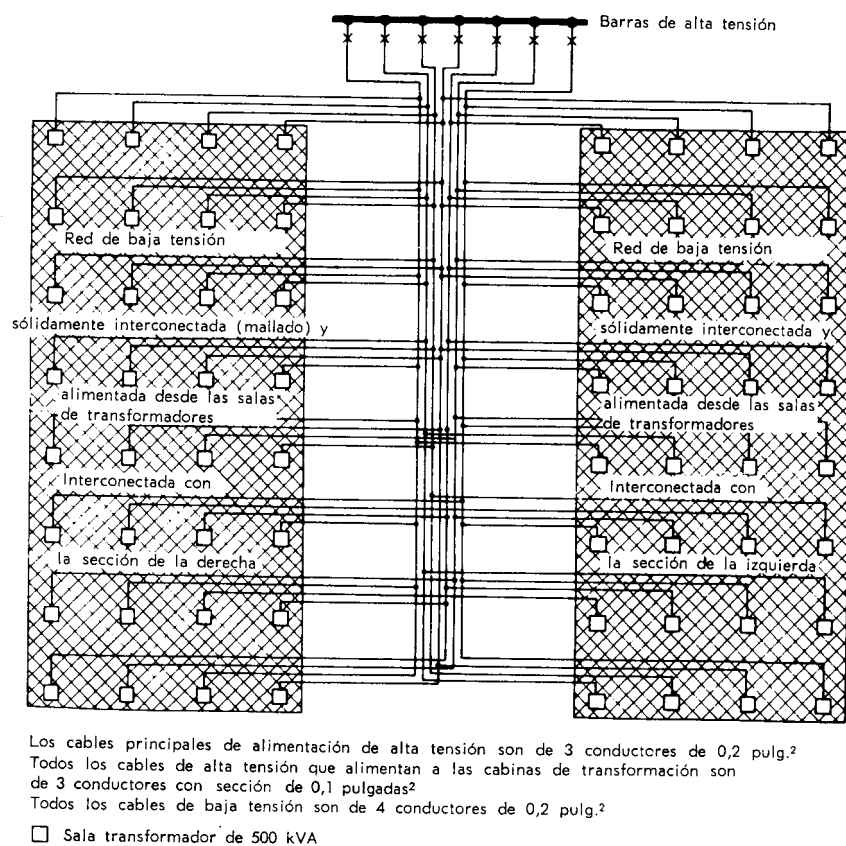


FIG. 1.24. Diagrama esquemático de un sistema de distribución de baja tensión interconectado. (Con permiso de Electricity Council.)

La estructura de la red varía con su localización. En las áreas rurales se suelen utilizar alimentadores radiales (normalmente líneas aéreas) mientras que en las áreas urbanas se alimenta un área bien definida de baja tensión a partir de la red a tensión más elevada. Por razones de seguridad estas áreas están conectadas a través de fusibles a las vecinas y a otras

áreas semejantes que se alimentan de orígenes diferentes. En estos sistemas la red tiene esencialmente una topología de naturaleza de bucle. Como muchas de las averías tienden a ser de naturaleza transitoria, se suelen utilizar interruptores de circuitos de autoconexión posterior. Este circuito se abre en cuanto se produce una avería y luego se vuelve a cerrar después de un período breve. Si la avería o fallo persiste vuelven a abrirse y la secuencia continúa durante tres veces. En la figura 1.24 se muestra una parte de una red de distribución urbana típica. Este tipo particular de conexión está generalizado en áreas urbanas densamente pobladas. En la figura 1.25 se muestran disposiciones típicas para el suministro a la red de distribución. Un sistema típico para áreas rurales se indica en la figura 1.26. En el capítulo 8 se indican los desarrollos recientes en los suministros monofásicos de alta tensión (12 kV) a los transformadores.

1.14. Empleo de computadoras digitales

La variación más importante en el análisis de sistemas de energía en la última década ha sido el amplio empleo de las computadoras. Su utilización ha permitido que sean controlados y analizados grandes sistemas de un modo mucho más eficaz y económico. El empleo de las computadoras en sistemas de energía adquiere dos formas principales: aplicaciones «off-line» (fuera de línea) y «online» (sobre la línea).

Las aplicaciones «off-line» incluyen la investigación, el cálculo de rutina del rendimiento del sistema y datos para el cobro correspondiente.

Las aplicaciones «on-line» abarcan el registro de datos y el control del estado del sistema. Es una parte esencial del mantenimiento global del sistema en estado de régimen, incluyendo la conexión de interruptores, enclavamientos de seguridad, la carga de las centrales, los controles después de las averías y los cambios de carga. Una aplicación reciente consiste en su empleo para los instrumentos de protección, en los que se hacen medidas a altas velocidades de los parámetros del sistema para comparar magnitudes de interés y así pueden sustituir a otros dispositivos más lentos y más clásicos.

El empleo de una gran computadora central para el control seguro y económico de un sistema grande presenta en el momento actual todavía dificultades y una buena alternativa consiste en subdividirlo en pequeñas redes con un sistema de coordinación central adecuado. Una subred típica puede controlar por ejemplo 100 generadores y alrededor de 600 líneas con 1200 interruptores de circuito. Las funciones con una computadora de control «on-line» serán las siguientes:

- (a) Predicción de la demanda en los puntos de demanda.
- (b) Seguridad de la generación y transporte.
- (c) Funcionamiento económico de la central generadora y del sistema de red.
- (d) Mantenimiento de las tensiones del sistema y de los flujos de potencia reactiva dentro de los límites especificados.
- (e) Mantenimiento de la información de la capacidad de corriente de la central y sus limitaciones.
- (f) Valorar el coste de las operaciones propuestas.

- (g) Dar las instrucciones sobre la magnitud de la carga a las unidades generadoras y asegurarse de que se cumplen las instrucciones.
- (h) Control de rendimiento de las centrales respecto a sus objetivos y a sus costos.
- (i) Revisión de las centrales de reserva en funcionamiento. (j) Revisión de la configuración de la red.

Además de los aspectos del sistema mencionados anteriormente las computadoras instaladas en las centrales generadoras controlan diversos procesos tales como la puesta en marcha paulatina desde el estado «en frío» de los turbogeneradores. Estas computadoras tienen una aplicación completamente local.

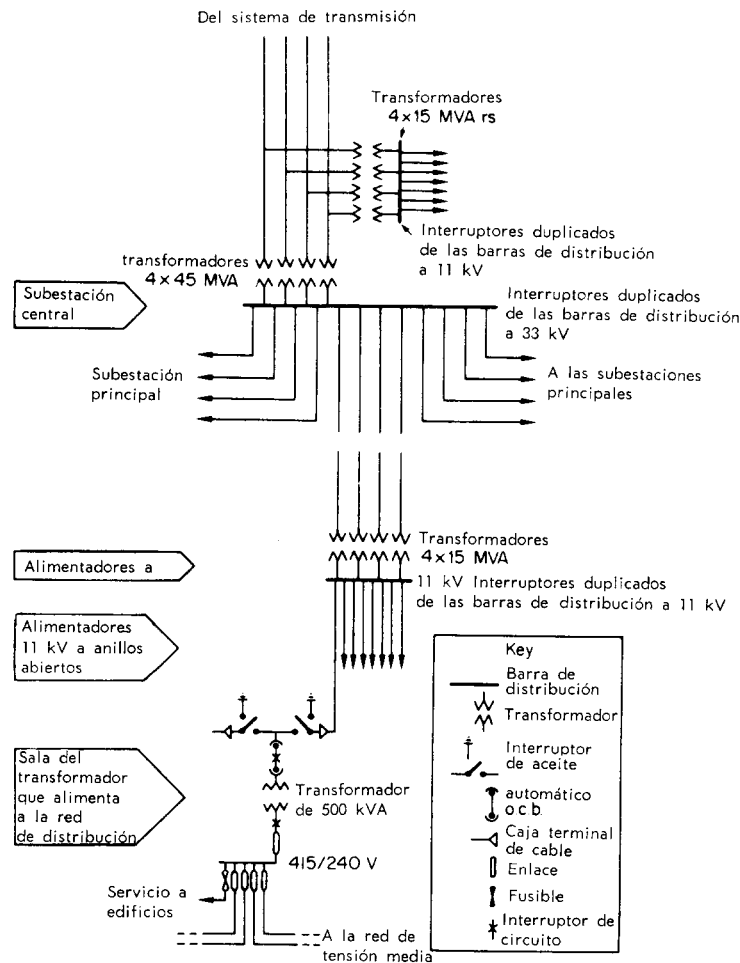


FIG. 1.25. Esquema típico de alimentación a la red de tensión media; práctica inglesa. (Con permiso de Institution of Electrical Engineers.)

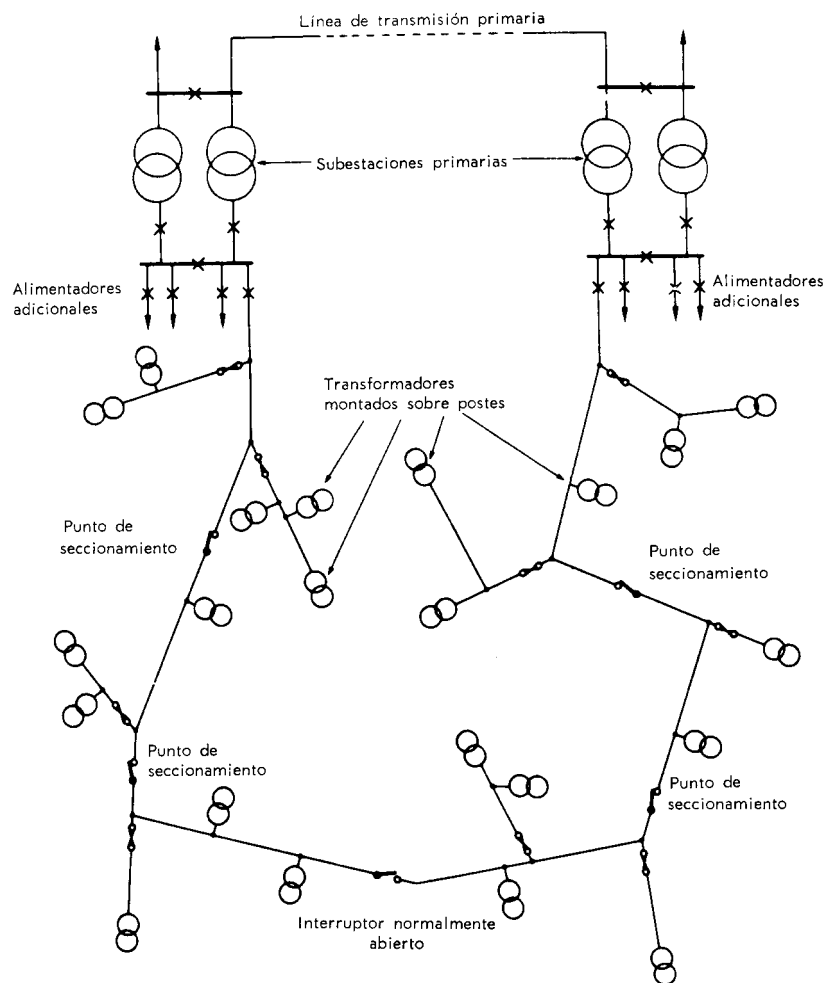


FIG. 1.26. Sistema de distribución rural típico. (Con permiso de Electricity Council.)

1.15. Equipo de los sistemas de potencia

En los siguientes capítulos se estudiara con detalle la naturaleza y los parámetros del equipo que forma un sistema de potencia. Sin embargo, es de esperar que un resumen breve de algunos aspectos de este equipo pueda ser de interés aquí para los no iniciados en el tema.

Turbogeneradores

La potencia de los generadores de rotor cilíndrico accionados por una turbina de vapor ha aumentado de un modo notabilísimo en la última década y se están instalando ahora equipos hasta de 1000 MW (1 GW). Las ventajas de esta potencia tan elevada radican en el rendimiento mayor (en el cuerpo de vapor) y los costos más bajos de la instalación. Se prevé en un futuro próximo el empleo de máquinas de 2 GW e incluso superiores.

Los avances más interesantes en el proyecto de máquinas se han realizado en el área de la refrigeración y transferencia de calor. Mediante el empleo de métodos de refrigeración intensos se han aumentado mucho menos las dimensiones físicas de los generadores que las

correspondientes potencias eléctricas producidas. Esto es de gran importancia debido a las restricciones de tamaño y peso de las piezas de las centrales que deben ser transportadas desde el lugar en donde se fabrican hasta la central generadora bien por ferrocarril o por carretera. Hoy los grandes generadores se refrigeran mediante hidrógeno o agua bombeada a través del centro de los conductores, siendo normalmente el arrollamiento del estator refrigerado por agua y el del rotor refrigerado por hidrógeno. También están apareciendo ahora máquinas en las que tanto el rotor como el estator se refrigeran con agua.

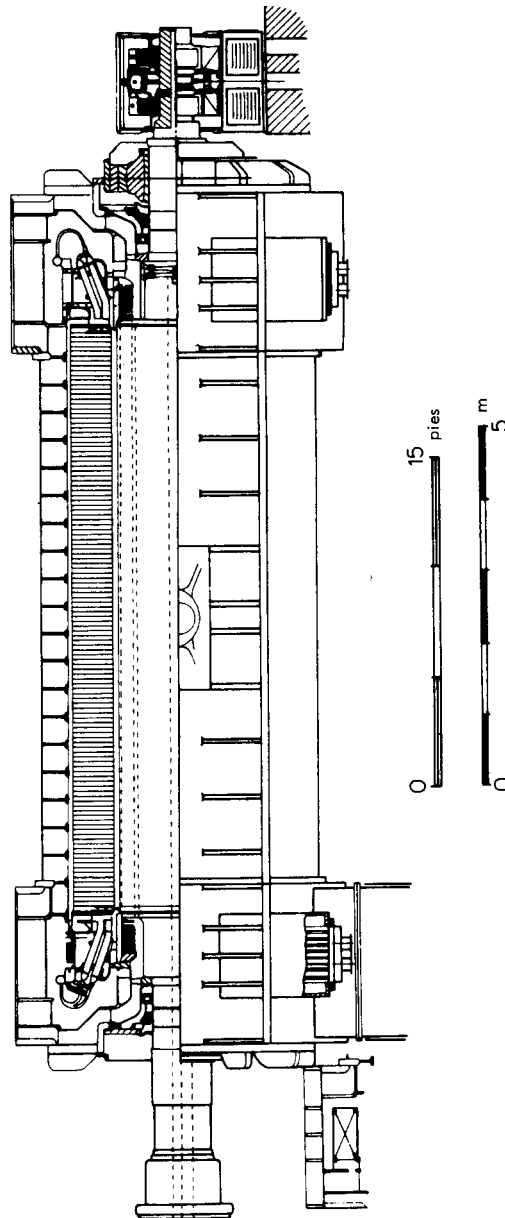


FIG. 1.27. Sección de un generador de 60 Hz, 1000 MVA y 1800 rev./min.
(Con permiso de Institution of Electrical Engineers.)

Datos típicos de un generador grande son los siguientes:

500 MW; 588 MVA: refrigeración del arrollamiento-rotor, agua; estator, agua;
diámetro del rotor 1,12 m; longitud del rotor 6,2 m; peso total 0,63 kg/VA; peso del
rotor 0,1045 kg/VA.

En la figura 1.27 se muestra el corte de un generador de turbina de vapor de 1200 MW.

Transformadores

Normalmente estos aparatos emplean un núcleo magnético de tres columnas y tanto este núcleo como los arrollamientos están sumergidos en un tanque lleno de aceite aislante. Se dejan unos canales entre los arrollamientos para permitir la circulación del aceite con objeto de conseguir mejor refrigeración. Lo mismo que ocurre con los generadores, el peso y el tamaño son parámetros de gran importancia y se han obtenido avances en este sentido mediante refrigeraciones más intensas. Los transformadores presentan la ventaja de que cuando la potencia es muy alta pueden utilizarse tres unidades monofásicas separadas aliviando así el problema de transporte.

Líneas aéreas y cables subterráneos

La forma física de las líneas aéreas es demasiado evidente para todos los habitantes de las partes desarrolladas del mundo. Con el creciente consumo de electricidad (la proporción de aumento por año no muestra signos de decrecer) la potencia o energía a transmitir aumenta y con objeto de que se obtengan transmisiones de potencia económicas, debe elevarse la tensión de las líneas. Ahora se le está dando una gran consideración a las tensiones entre fases de 1000 kV y aún mayores presentándose serios problemas debido al tamaño resultante de las estructuras metálicas (capítulo 10), que repercute en la conservación del paisaje e influye sobre la estética del mismo.

El costo relativamente elevado de los cables subterráneos es un impedimento para su empleo. Sin embargo, con las técnicas de enfriamiento artificiales de que se dispone ahora (ver capítulo 8) pueden obtenerse potencias transmitidas en circuitos con un cable trifásico que se aproximan a las potencias transmitidas por las líneas aéreas. Una dificultad de estos esquemas es la necesidad de estaciones de refrigeración situadas sobre el suelo a lo largo de la trayectoria de los cables. En el momento actual se están realizando múltiples investigaciones hacia el desarrollo de cables superconductores a través de los cuales pueda transmitirse una cantidad muy grande de energía.

Interruptores.

Los interruptores mediante los cuales se controlan los sistemas se conocen como disyuntores o ruptores de circuitos. A tensiones elevadas pueden disponer de varias secciones de ruptura (contactos) por fase y sus estructuras son muy grandes y complicadas (ver capítulo 11). El propio acto de abrir un circuito, que en instalaciones domésticas está asegurado, resulta ser un problema técnico de gran importancia a tensiones muy elevadas. A las tensiones más altas de transporte las corrientes de corto circuito que han de interrumpirse son muy altas y la relación entre su valor y la tensión del sistema (europeo) se ilustra en la figura 1.28 a y b. En la figura 1.29 se muestra un diagrama de un disyuntor de circuito de 245 kV de soplado de aire.

Protección

Cuando el sistema funciona defectuosamente por cualquier razón, por ejemplo un corto circuito hacia tierra desde una línea o transformador, se requieren medios automáticos rápidos para separar el equipo que tiene el defecto. Al mismo tiempo debe dejarse funcionando sin variar el resto del sistema. Los sistemas de protección abarcan diversos esquemas de medida y de relés para conseguir este objetivo. En una gran red de suministro interconectada tiene la máxima importancia una protección eficiente y su mal funcionamiento puede producir un colapso eléctrico completo del sistema de suministro.

Gran parte del análisis que se hace en este texto tiene como objetivo final la instalación de los esquemas de protección correctos. La protección está íntimamente ligada con los interruptores, representando la primera parte el sistema nervioso y la última la acción física resultante. En el momento actual en el sistema inglés de 400 kV se pretende controlar completamente una avería en 140 ms, pero para el futuro, debido al tamaño y complejidad creciente de las instalaciones, se está empezando a considerar un valor de 80 ms. Esto permitiría por ejemplo dos ciclos de 50 Hz para que la protección detectase la avería y otros dos ciclos para que abriesen los disyuntores de circuito, requisito que es muy estricto.

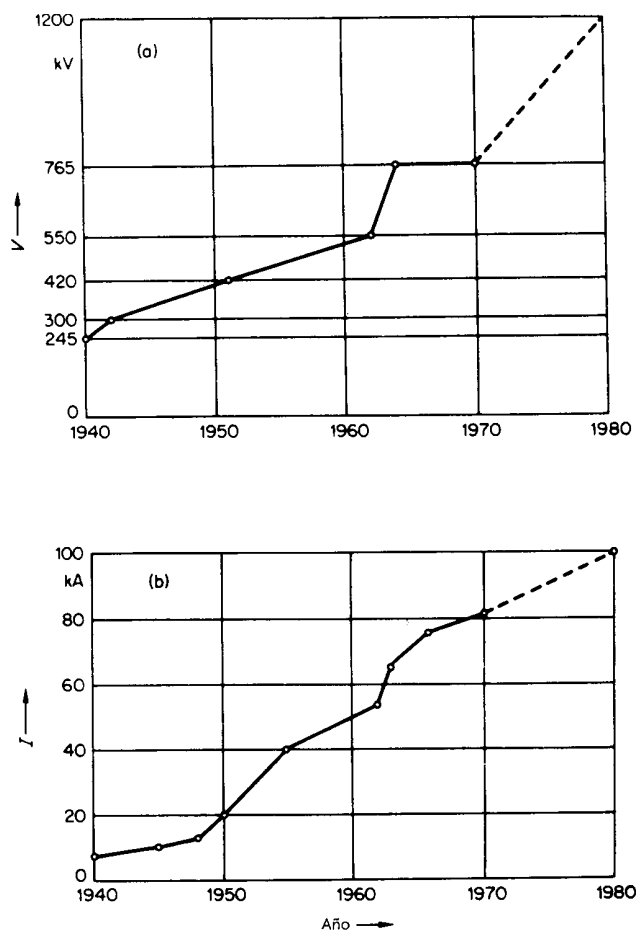
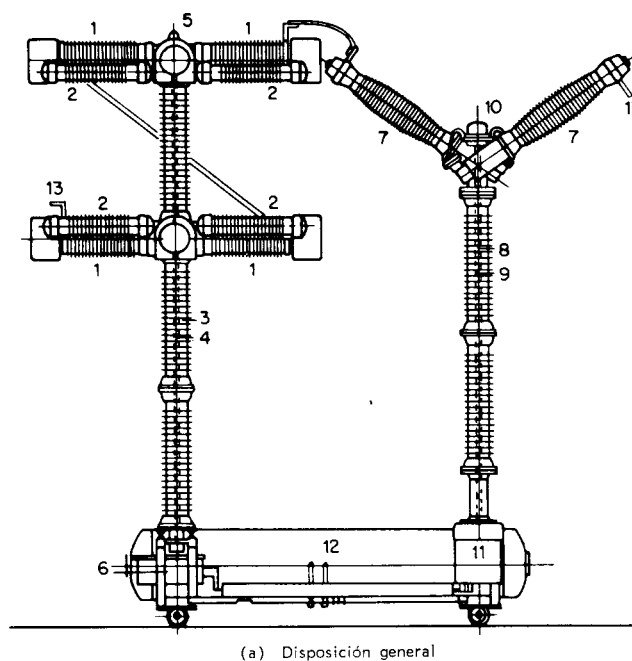
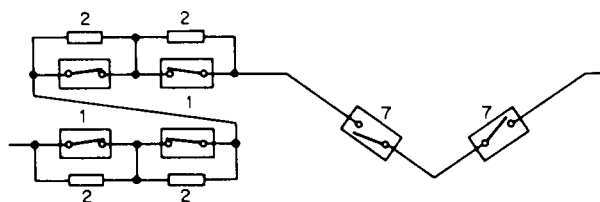


FIG. 1.28. Relación entre la tensión de transporte y la corriente de cortocircuito (sistemas europeos). (Con permiso de Brown Boveri Co.)



(a) Disposición general



(b) Circuito (interruptor abierto)

FIG. 1.29. Disposición general y diagrama básico del circuito de un interruptor de circuito con soplado de aire a 245 kV monopolar. (Con permiso de Brown Boveri Co.)

a: Disposición general
b: Circuito (interruptor abierto)

1 = Cámara de impulso
2 = Resistencia en paralelo con 1
3 = Columna de la cámara de impulso
4 = Varilla de unión

5 = Válvula de la cámara de impulso
6 = Unidad de control de la cámara de impulso
7 = Cuerpo del seccionador
8 = Montante
9 = Varilla de unión
10 = Válvula de la cámara aislante
11 = Unidad de control del seccionador
12 = Depósito de aire
13 = Terminales

Referencias

LIBROS

1. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, Westinghouse Electric Corp., East Pittsburgh, Pennsylvania.

2. Waddicor, H., *Principles of Electric Power Transmission*, Chapman and Hall, London, 5^a ed., 1964.
3. Guthrie Brown, I. (Ed.), *Hydro-Electric Engineering Practice*, Blackie, Glasgow, Vols. 1, 2 y 3, 1968.
4. Carr, T. H., *Electric Power Stations*, Chapman and Hall, London, Vols. I y II, 1944.
5. Sporn, P., *Research in Electric Power*, Pergamon, London, 1966.
6. Edison Electric Institute, *Nuclear Power*, Publication No. 67-68.
7. Zurban, A. H. y E. P. Nye, *Power Plants*, International Textbook Company, Scranton, 2.^a ed., 1956.
8. Angrist, S. W., *Direct Energy Conversion*, Allyn and Bacon, New Jersey, 1965.
9. Sutton, G. W., *Direct Energy Conversion*, McGraw-Hill, New York, 1966.
10. Bary, C. W., *Operational Economics of Electrical Utilities*, Columbia University Press, New York, 1963.
11. Zoborszky, J. y J. W. Rittenhouse, *Electric Power Transmission*, Rensselaer Bookstore, Troy, New York, 1969.
12. Hore, R. A., *Advanced Studies in Electrical Power System Design*, Chapman y Hall, London, 1966.

ARTÍCULOS

13. Edison Electric Institute, EHV Transmission Line Reference Book, 1968.
14. Connor, R. A. W. y R. A. Parkins, 'Operational Statistics in the Management of Large Distribution Systems', *Proc. I.E.E.*, **113**, 1823, (1966).
15. *The Economics of the Reliability of Supply*, IEE Conference Publication 34, 1967.
16. Milne, A. G. y J. H. Maltby, 'An Integrated System of Metropolitan Electricity Supply', *Proc. I.E.E.*, **114**, 745 (1967).
17. Papers describing the American Electric Power 765 kV System, *I.E.E.E. PAS*, **88**, p. 1313 (1969).
18. Booth, E. S. y otros, 'The 400 kV grid system for England and Wales', *Proc. I.E.E.*, Part A (1962).
19. 'M.H.D. Electrical Power Generation', *Intern. Symp. I.E.E.* (1964).
20. Farmer, E. D. y otros, 'The development of automatic digital control of a power system from the laboratory to the field installation', *Proc. I.E.E.*, **116**, 436 (1969).

Capítulo 2

Sistemas Eléctricos de Gran Potencia

2.1. Introducción

En este capítulo se estudiarán las características fundamentales de los componentes de un sistema de potencia. Es esencial que éstas se comprendan perfectamente antes de emprender el estudio de los grandes sistemas de interconexión entre dichos componentes. En todos los casos se utilizará una representación muy sencilla en la que se emplea un circuito equivalente, no sólo para hacer los principios más claro sino también debido a que estos modelos sencillos se utilizan en la práctica. En el caso de un estudio más completo, especialmente cuando se trate de máquinas síncronas, el lector deberá consultar textos más avanzados que se mencionan al final de este capítulo.

Se supone que el lector ha realizado algún curso de introducción a las teorías de circuitos y máquinas (o conversión de energía electromagnética). Para el estudio de la respuesta dinámica de las máquinas se necesita algún conocimiento de la teoría de control básico, aunque dicha sección puede omitirse sin pérdida esencial de la continuidad del texto.

Las cargas se consideran como componentes aunque su composición y características exactas no se conozcan con certidumbre completa. Cuando se proyecta un sistema de suministro o se amplía uno ya existente, se necesita prever las cargas que se espera tener, utilizándose entonces métodos estadísticos. Éste es el aspecto del problema de suministro de energía que se conoce con menos precisión.

Antes de considerar los componentes se explicarán algunas ideas básicas, especialmente el sistema de notación «por unidad» (*per unit system* en inglés) que se emplea ampliamente en el análisis de redes de potencia. En el apéndice 2 se da una breve revisión del análisis de redes más importante. En el apéndice 1 figura un estudio de la naturaleza y signo de la potencia reactiva (Q) que se aconseja estudiar en este momento a todos los lectores.

Se destaca que la mayor parte de los circuitos equivalentes utilizados son monofásicos y emplean los valores entre fase y neutro. Esto supone que las cargas están equilibradas entre las tres fases, lo cual es razonable en el caso de funcionamiento en régimen normal. Cuando existe un desequilibrio entre las fases, se necesita un estudio completo de las tres fases y en el capítulo 6 se darán las técnicas especiales para hacer dicho estudio.

2.2. El sistema de cálculo por unidad (tanto por uno)

Para el análisis de redes de potencia, en lugar de utilizar los valores reales de las cantidades, es normal expresarlas con fracciones de unas magnitudes o cantidades de referencia, como por ejemplo los valores a plena carga. Estas fracciones se denominan por unidad (y se designan como p.u.) y se define el valor p.u. de cualquier magnitud en la forma:

$$\frac{\text{valor real (en cualquier unidad)}}{\text{valor de base o referencia en la misma unidad}}$$

Algunos autores expresan el valor p.u. como un porcentaje. Aunque el empleo de los valores p.u. puede a primera vista parecer más bien un método indirecto de expresión, tiene de hecho grandes ventajas; algunas de ellas son las siguientes.

- (a) El aparato considerado puede variar ampliamente de tamaño; las pérdidas y las caídas de tensión también varían considerablemente. En el caso de aparatos del mismo tipo general las caídas de tensión y pérdidas p.u. son del mismo orden con independencia del tamaño.
- (b) Como se verá posteriormente, se reduce el empleo de la raíz cúbica en los cálculos trifásicos.
- (c) Seleccionando las bases de tensión apropiadas se facilita la solución de redes que contienen varios transformadores.
- (d) Los valores p.u. por sí mismos se prestan más fácilmente al cálculo automatizado.

Resistencia

$$\begin{aligned} R_{p.u.} &= \frac{R(\Omega)}{R(\Omega)_{\text{base}}} \\ &= \frac{R(\Omega)}{\text{tensión base } (V_b) / \text{Corriente base } (I_b)} \\ &= \frac{R(\Omega) \cdot I_b}{V_b} \\ &\quad \text{caída de tensión a lo largo de } R \\ &= \frac{\text{cuando circula por ella la corriente base}}{\text{tensión base o nominal}} \end{aligned}$$

También

$$\begin{aligned} R_{p.u.} &= \frac{R(\Omega) \cdot I_b^2}{V_b \cdot I_b} \\ &= \frac{\text{pérdida de potencia con la corriente base}}{\text{potencia base o voltamperes}} \end{aligned}$$

∴ la pérdida de potencia (p.u.) en la corriente básica o nominal = $R_{p.u.}$

Pérdida de potencia (p.u.) con la corriente = $R_{p.u.} \cdot I_{p.u.}^2$

De modo análogo, impedancia p.u. = impedancia en ohms $\frac{\text{tensión base}}{\text{corriente base}}$

Ejemplo 2.1. Una máquina serie de corriente continua cuyas características nominales son 200 V, 100 A, tiene una resistencia de rotor de 0,1 y una resistencia de campo de 0,15 ohms. La pérdida por rozamiento y en las bobinas es de 1500 W. Calcular el rendimiento cuando funciona como generador.

Solución. Resistencia total en serie

$$R_{p.u.} = \frac{0.25}{200/100} = 0.125 \text{ p.u.}$$

En donde

$$V_{base} = 200 \text{ V, e } I_{base} = 100 \text{ A}$$

Pérdidas por rozamientos y en arrollamiento

$$= \frac{1500}{200 \times 100} = 0.075 \text{ p.u.}$$

Con la carga nominal, la pérdida por la resistencia en serie =

$$\begin{aligned} &= 1^2 \times 0.125 \text{ p.u. y la pérdida total =} \\ &= 0.125 + 0.075 = 0.2 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

Como la potencia de salida = 1 p.u., el rendimiento = $\frac{1}{1+0.2} = 0.83 \text{ p.u.}$

Circuitos trifásicos. La tensión de fase p.u. tiene el mismo valor numérico que la correspondiente tensión de la línea p.u. Con una tensión de línea de 100 kV y una tensión nominal de línea de 132 kV, el valor p.u. es 0,76. Las tensiones de fase equivalentes son $100/\sqrt{3}$ kV y $132/\sqrt{3}$ kV y por lo tanto el valor p.u. es de nuevo 0,76. Los valores reales de R , X_L y X , para las líneas, cables y los demás aparatos son los valores de fase. Cuando se trabaja con valores óhmicos resulta ser menos confuso utilizar los valores de fase de todas las magnitudes. En el sistema p.u. los valores trifásicos de la tensión, corriente y potencia pueden utilizarse sin preocuparse de que el resultado sea incorrecto en un factor $\sqrt{3}$.

$$I_{base} = \frac{\text{base VA}}{\sqrt{3} \cdot V_{base}}$$

$Z_{base} = \frac{V_{base}/\sqrt{3}}{I_{base}}$ suponiendo un sistema conectado en estrella

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{V_b}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_b}{\sqrt{3}}}{\frac{I_b \cdot V_b}{\sqrt{3}}} = \frac{V_b^2}{\sqrt{3} \cdot V_b \cdot I_b} \\ &= \frac{(\text{tensión de la línea base})^2}{VA_{base}} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Debe señalarse que se obtiene el mismo valor para Z_{base} utilizando valores de base puros. De aquí que,

$$Z_{p.u.} = \frac{Z(\Omega) \times VA \text{ base}}{(\text{tensión base})^2},$$

Es decir, es directamente proporcional a los voltamperes base e inversamente proporcional a la (tensión base)².

De aquí, $Z_{p.u.}$ (bases nuevas)

$$= Z_{p.u.} (\text{base original}) \times \frac{V_{\text{anterior base}}}{V_{\text{nueva base}}} \times \frac{VA_{\text{nueva base}}}{VA_{\text{anterior base}}} \quad (2.2)$$

Transformadores. Consideremos un transformador monofásico en el que la impedancia en serie total de los dos arrollamientos referidos al primario es Z_1

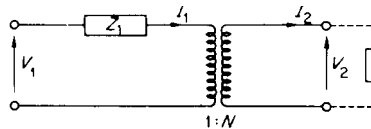


FIG. 2.1. Circuito equivalente de un transformador monofásico.

(fig. 2.1). Entonces la impedancia p.u. = $I_1 Z_1 / V_1$ en donde I_1 y V_1 son los valores nominales o bases. La impedancia total referida al secundario

$$\begin{aligned} &= Z_1 N^2 \text{ y este valor está en notación p.u.} \\ &= Z_1 N^2 \left(\frac{I_2}{V_2} \right) \\ &= Z_1 N^2 \frac{I_1}{N} \frac{1}{V_1 N} \\ &= \frac{Z_1 I_1}{V_1} \end{aligned}$$

De aquí que la impedancia p.u. de un transformador es independiente del arrollamiento considerado.

En un circuito con varios transformadores ha de tenerse cuidado para tener en cuenta los diferentes niveles de tensión. Consideremos la red de la figura 2.2: en esta red, dos transformadores monofásicos suministran una carga resistiva de 10 kVA y la tensión de carga se mantiene a 200 V. De aquí que la resistencia de carga es $(200^2/10\,000)$, es decir 4Ω . En cada uno de los circuitos A, B y C existe una tensión diferente de modo que cada uno de ellos tendrá su propia tensión de base, es decir, 100 V en A, 490 V en B y 200 V en C. Aunque no es esencial que las tensiones nominales se utilicen como bases, sí que lo es que *las tensiones bases utilizadas estén relacionadas por los cocientes de espiras de los transformadores*.

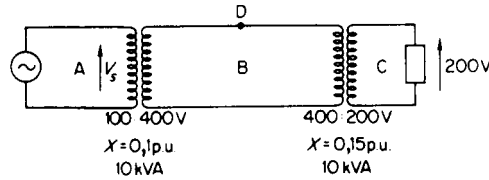


FIG. 2.2. Red con dos transformadores; método por unidad.

Si no se hace de este modo el sistema completo basado en las p.u. se viene abajo. Se utiliza la misma base volt-ampere para todos los circuitos pues $V_1 I_1 = V_2 I_2$ a cada lado de un transformador que en este caso es de 10 kVA.

La impedancia base en C es

$$= \frac{200^2}{10000} = 4 \Omega$$

La resistencia de carga (p.u.) en C

$$= \frac{4}{4} = 1 \text{ p.u.}$$

En B la impedancia base es

$$= \frac{400^2}{10000} = 16 \Omega$$

Y la resistencia de carga referida a B

$$= 4 \times 2^2 = 16 \Omega$$

De aquí que la carga p.u. referida a B

$$= 1 \text{ p.u.}$$

Análogamente la resistencia de carga p.u. referida a A es también 1 p.u. De aquí que si se relacionan las tensiones base por los cocientes de las espiras el valor de carga p.u. es el mismo para todos los circuitos. Puede utilizarse un circuito equivalente como se indica en la figura 2.3. La base de voltamperes es 10 kVA; la tensión a través de la carga (V_R) es 1 p.u. (cuando la tensión base en C es 200 V, si la tensión de carga se ha mantenido a 100 V, V_R será 0,5 p.u.)

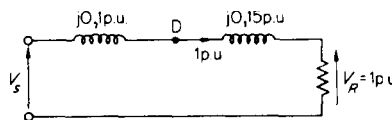


FIG. 2.3. Circuito equivalente, con valores por unidad, de la red de la figura 2.2.

La corriente base

$$= \frac{(VA)_b}{V_b} = \frac{10000}{200} = 50 \text{ A en C}$$

Las corrientes correspondientes en los demás circuitos son 25 A en B y 100 A en A.

La corriente de carga real $= 50/50 = 1$ p.u. (en fase con V_R , fasor de referencia). De aquí que la tensión de suministro V_s .

$$\begin{aligned} &= 1(j0,1 + j0,15) + 1 \text{ p.u.} \\ V_s &= 1,03 \text{ p.u.} \\ &= 1,03 \times 100 = 103 \text{ V} \end{aligned}$$

La tensión en el punto D de la figura 2.2.

$$\begin{aligned} &= 1 + j0,15 \times 1 = 1 + j0,15 \\ &= 1,012 \text{ p.u. módulo} \\ &= 1,012 \times 400 = 404,8 \text{ V} \end{aligned}$$

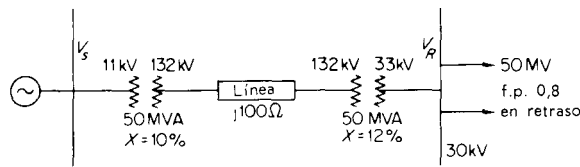


FIG. 2.4. Diagrama de línea del sistema correspondiente al ejemplo 2.2.

Es un ejercicio interesante repetir este ejemplo utilizando ohms, volts y amperes.

Ejemplo 2.2. En la figura 2.4 se muestra el diagrama esquemático de un sistema de transporte radial. En ella se indican los valores nominales y las reactancias de los diversos componentes junto con las tensiones de línea nominales de los transformadores. De la subestación de 33 kV que ha de mantenerse a 30 kV se toma una carga de 50 MW con un factor de potencia de 0,8 en retraso. La línea y los transformadores pueden representarse mediante reactancias en serie.

Solución. Se observará que la reactancia de la línea viene dada en ohms; ésta es la práctica normal. Se ha decidid tomar como tensiones bases de los diversos circuitos las tensiones nominales de los transformadores, es decir 11, 132 y 33 kV. Para todos los circuitos se utilizará una base de 100 MVA. Las reactancias (se desprecia la resistencia) se expresan en las bases apropiadas de tensión y MVA.

Impedancia base para la línea.

$$= \frac{132^2 \times 10^6}{100 \times 10^6} = 174 \Omega$$

De aquí que la reactancia p.u.

$$= \frac{j100}{174} = j0,575$$

Reactancia p.u. del transformador del extremo de salida

$$= \frac{100}{50} \times j0,1 = j0,2$$

Reactancia p.u. del transformador del extremo de entrada

$$= j0,12 \times \frac{100}{50} = j0,24$$

Corriente de carga

$$= \frac{50 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 30 \times 10^3 \times 0,8} = 1200 \text{ A}$$

Corriente base para 33 kV, 100 MVA

$$= \frac{100 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 33 \times 10^3} = 1750 \text{ A}$$

De aquí la corriente de carga p.u.

$$= \frac{1200}{1750} = 0,685$$

Tensión de la barra de distribución de cargas

$$= \frac{30}{33} = 0,91 \text{ p.u.}$$

En la figura 2.5 se indica el circuito equivalente.

También,

$$\begin{aligned} V_s &= 0,685(0,8 - j0,6)(j0,2 + j0,575 + j0,24) + (0,91 + j0) \\ &= 1,33 + j0,555 \text{ p.u.} \\ V_s &= 1,44 \text{ p.u. o bien } 1,44 \times 11 \text{ kV} = 15,84 \text{ kV} \end{aligned}$$

2.3. Relaciones entre la potencia, la potencia reactiva y la tensión en circuitos sencillos

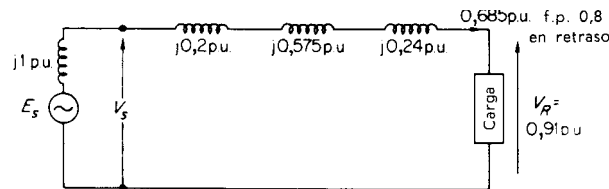


FIG. 2.5. Circuito equivalente correspondiente al ejemplo 2.2.

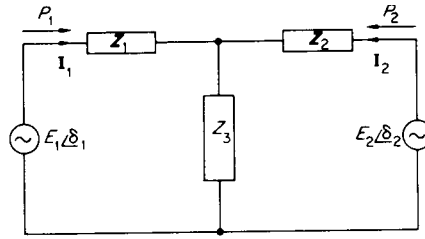


FIG. 2.6. Red con dos fuentes de tensión.

de sistemas de potencia. Se analizará con detalle el circuito sencillo de la figura 2.6 y los resultados se ampliarán al caso general de una red con n nudos. La potencia procedente de la fuente de tensión E_1

$$= P_1 = \text{Parte real de } E_1 I_1^* = E_1 I_1 \cos \phi_1$$

(I_1^* es la parte conjugada compleja de I_1)

Análogamente

$$P_2 = \text{Parte real de } E_2 I_2^* = E_2 I_2 \cos \phi_2$$

$$Q_1 = \text{Parte imaginaria de } E_1 I_1^* \text{ y así sucesivamente}$$

Además

$$I_1 = E_1 Y_{11} - E_2 Y_{12}$$

$$I_2 = E_2 Y_{22} - E_1 Y_{21}$$

Y_{11} , e Y_{12} son las admitancias de cortocircuito y de transferencia respectivamente (véase como referencia el apéndice 2).

De aquí que

$$P_1 = \text{Parte real de } E_1 e^{j\delta_1} (E_1 e^{j\delta_1} Y_{11} e^{j\theta_{11}} - E_2 e^{j\delta_2} Y_{12} e^{j\theta_{12}})^*$$

$$= E_1 e^{j\delta_1} [E_1 Y_{11} \{\cos(\delta_1 - \theta_{11}) + j \sin(\delta_1 - \theta_{11})\} - E_2 Y_{12} \{\cos(\delta_2 - \theta_{12}) + j \sin(\delta_2 - \theta_{12})\}]^*$$

Desarrollando los términos en coseno y en seno y sustituyendo

$$\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2 \quad \alpha_{11} = 90 - \theta_{11} \quad \alpha_{12} = 90 - \theta_{12}$$

$$P_1 = E_1^2 Y_{22} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12})$$

Análogamente

$$P_1 = E_1^2 Y_{22} \sin \alpha_{22} + E_1 E_2 Y_{21} \sin(\delta_{21} - \alpha_{21})$$

$$= E_2^2 Y_{22} \sin \alpha_{22} - E_1 E_2 Y_{21} \sin(\delta_{12} + \alpha_{12})$$

como

$$\delta_{21} = -\delta_{12}$$

Además

$$Q_1 = E_1^2 Y_{11} \cos \alpha_{11} - E_1 E_2 Y_{12} \cos(\delta_{12} - \alpha_{12})$$

y

$$Q_2 = E_2^2 Y_{22} \cos \alpha_{22} - E_1 E_2 Y_{21} \cos(\delta_{21} - \alpha_{21})$$

En el caso de una red con n fuentes

$$P_m = E_m^2 Y_{mm} \sin \alpha_{mm} + E_m E_2 Y_{m2} \sin(\delta_{m2} - \alpha_{m2}) + E_m E_3 Y_{m3} \sin(\delta_{m3} - \alpha_{m3}) + \dots \quad (2.3)$$

Cuando no existe ninguna resistencia presente, $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \text{etc.} = 0$ y

$$P_m = E_m E_2 Y_{m2} \sin \delta_{m2} + E_m E_3 Y_{m3} \sin \delta_{m3} + \dots \quad (2.4)$$

Cálculo de las tensiones de salida y de llegada en función de la potencia y de la potencia reactiva. Evidentemente la determinación de las tensiones y corrientes en una red puede obtenerse por medio de una notación compleja, pero en los sistemas de potencia normalmente se especifican la potencia (P) y la potencia reactiva (Q) despreciándose con frecuencia la resistencia de las líneas en comparación con la reactancia. Por ejemplo, si $R = 0,1X$, el error que se obtiene al despreciar R es 0,49 por ciento e incluso si $R = 0,4X$ el error es sólo del 7,7 por ciento.

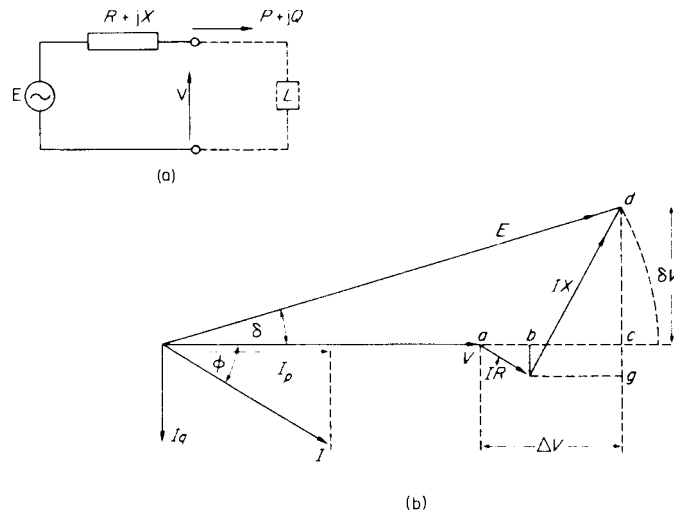


FIG. 2.7. Diagrama fasorial para la transmisión de potencia a través de impedancias en serie.

En la figura 2.7a se indica una línea de transporte sencilla. Se pide establecer las ecuaciones correspondientes a E , V y S . A partir de la figura 2.7b

$$\begin{aligned} E^2 &= (V + \Delta V)^2 + \delta V^2 \\ &= (V + RI \cos \phi + XI \sin \phi)^2 + (XI \cos \phi - RI \sin \phi)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore E^2 = \left(V + \frac{RP}{V} + \frac{XQ}{V} \right)^2 + \left(\frac{XP}{V} - \frac{RQ}{V} \right)^2 \quad (2.5)$$

De aquí que

$$\Delta V = \frac{RP + XQ}{V} \quad (2.6)$$

y

$$\delta V = \frac{XP - RQ}{V} \quad (2.7)$$

Si

$$\delta V \ll V + \Delta V$$

$$E^2 = \left(V + \frac{RP + XQ}{V} \right)^2$$

y

$$E - V = \frac{RP + XQ}{V} = \Delta V$$

De aquí que la diferencia aritmética entre las tensiones venga dada aproximadamente por

$$\frac{RP + XQ}{V}$$

Si

$$R = 0$$

$$E - V = \frac{XQ}{V}$$

y a partir de la ecuación 2.5 esto es válido si

$$PX \ll V^2 + QX$$

El ángulo de transmisión δ se tiene a partir de $\arcsen(\delta V/E)$.

Se utilizarán siempre que sea posible las ecuaciones 2.6 y 2.7 debido a su gran sencillez.

Consideremos una línea de 275 kV (R y X por kilómetro = 0,034 y 0,32 Ω , respectivamente), evidentemente $R \ll X$.

Supongamos una carga de 600 MW, 300 MVar (600 MVA es el valor nominal térmico para una línea de $2 \times 0,4$ pulgadas² o sea $2 \times 2,6$ cm²) y tomando una base de 100 MVA, la impedancia base es

$$\frac{275^2 \times 10^6}{100 \times 10^6} = 755 \Omega$$

Para una línea de 100 kilómetros de longitud, $X = \frac{32}{755} = 0,0424$ p.u. y hagamos que la tensión recibida correspondiente a 275 kV sea = 1 p.u.

$$PX = 6 \times 0,0424 = 0,256$$

y

$$V^2 + QX = 1,127$$

De aquí que el empleo de la ecuación 2.6 encerrará alguna inexactitud. Utilizando la ecuación 2.5 despreciando R ,

$$E^2 = \left(1 + \frac{0,0424 \times 3}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,0424 \times 6}{V}\right)^2 = 1,127^2 + 0,256^2$$

$$E = 1,153 \text{ p.u.}$$

Mediante la ecuación 2.6,

$$E - V = \delta V = \frac{0,0424 \times 3}{1} = 0,127$$

∴

$$E = 0,127$$

Es decir un error de 2,3 por ciento.

Con una longitud de 50 kilómetros de esta línea con la misma carga,

$$PX = 6 \times 0,0212 = 0,127$$

y

$$V^2 + QX = (1 + 3 \times 0,0212) = 1,064$$

La fórmula exacta da

$$E = 1,073 \text{ p.u.}$$

Y la aproximada da

$$E = 1,064 \text{ p.u.} \quad \text{es decir un error del 0,95 por ciento.}$$

Por consiguiente, se deduce que puede tratarse con la fórmula aproximada una longitud considerable de una línea de circuito doble con la carga nominal. En el caso de un conductor de 275 kV, $2 \times 0,175$ pulgadas², la potencia nominal de la línea es 4,3 p.u. y por tanto puede considerarse una longitud mayor que en el caso anterior. En el caso de líneas de 132 kV con una base de 100 MVA la reactancia de una línea de 100 millas (160,8 km) con cable de 0,6 pulgadas² es $100 \times 0,65/174$ o sea 0,37 p.u. y la potencia nominal 1,5 p.u. ($Q = 0,75$ p.u. para el mismo factor de potencia)

$$PX = 1,5 \times 0,37 \quad \text{y} \quad V^2 + QX = 1 + 0,277$$

$$= 0,55 \quad \quad \quad = 1,28$$

De aquí que se espere un error del orden del 5 por ciento.

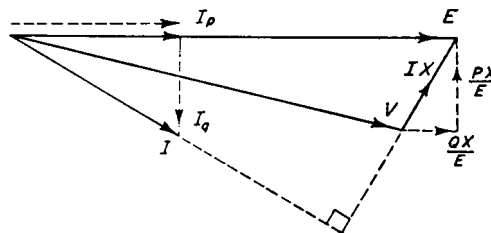


FIG. 2.8. Diagrama fasorial cuando se especifica E .

Si se especifica el valor de E y se pide el de V , se utiliza el diagrama de los fasores de la figura 2.8. A partir de éste,

$$V = \sqrt{\left(E - \frac{QX}{E}\right)^2 + \left(\frac{PX}{E}\right)^2}$$

Cuando $R = 0$.

Si

$$\frac{PX}{E} \ll \frac{E^2 - QX}{E}$$

Entonces

$$V = E - \frac{QX}{E}$$

MÁQUINAS SÍNCRONAS

2.4. Introducción

En este capítulo se estudiarán aquellas características de la máquina síncrona que sean interesantes de conocer para el estudio de los sistemas de potencia. Se supone que el lector tiene un conocimiento básico de la teoría de la máquina síncrona. Las dos formas de construcción del rotor producen características que influyen en el funcionamiento del sistema en cantidades variables. En el rotor redondo o cilíndrico el arrollamiento de campo está situado en ranuras cortadas axialmente a lo largo de la longitud del rotor; el diámetro es relativamente pequeño (del orden de 90 cm) y la máquina es adecuada para funcionamiento a altas velocidades accionada por una turbina de vapor. De aquí que se le conozca como turbo-alternador. En el rotor de polos salientes los polos se proyectan como se indica en la figura 2.9 y es normal un funcionamiento a baja velocidad mediante accionamiento por turbina hidráulica. La frecuencia de la f.e.m. generada y la velocidad están relacionadas por la expresión $f = (np/60)$, en donde n es la velocidad en revoluciones/minuto y p el número de pares de polos; así pues un hidrogenerador necesita muchos polos para generar a la frecuencia nominal.

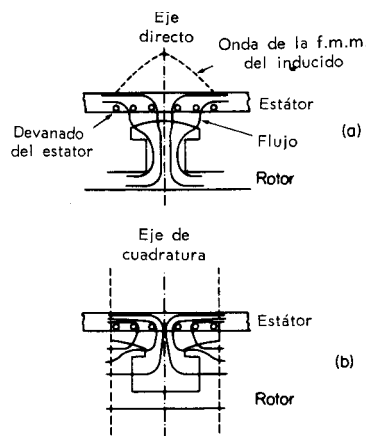


FIG. 2.9a. Polo del rotor y conductores asociados del estator; eje directo. El factor de potencia de la corriente del estator es tal que la onda de f.m.m. está en la posición indicada.

FIG. 2.9b. Espacio interpolar del rotor y conductores asociados del estator; eje de cuadratura.

Las corrientes trifásicas en el devanado del estator o inducido generan un campo magnético rotatorio que es estacionario respecto al rotor y su campo. Al efecto de esta onda de fuerza magnetomotriz sobre el campo del rotor se le llama reacción del inducido. En la figura 2.9a se muestra el eje directo del sistema del polo del rotor, siendo entonces la reluctancia de la trayectoria del flujo mínima y el enlace de flujo de cada fase es máximo. El enlace de flujo por ampere se conoce como la inductancia síncrona de eje directo, con una reactancia correspondiente, X_d . La tensión inducida en el inducido por la variación de los enlaces de flujos está en cuadratura con el flujo.

Al eje que pasa por el espacio vacío entre polos (fig. 2.9b) se le denomina eje en cuadratura y en dicha posición la reluctancia magnética tiene su valor máximo. El valor de la reactancia X_q correspondiente a esta posición es, por tanto, menor que X_d . En el rotor de un turboalternador X_q es casi igual a X_d y en el caso de funcionamiento en régimen pueden considerarse iguales, lo cual simplifica considerablemente el análisis. En el caso de hidrogeneradores, $X_q < X_d$ y se dice que existe saliencia; en el análisis, los flujos, las tensiones y las corrientes se descomponen en sus componentes a lo largo de los ejes directo y en cuadratura, como se explicará posteriormente. En esta sección se resaltarán las condiciones en las $X_q = X_d$, es decir cuando sólo necesita considerarse un valor de la reactancia, de la corriente y de la tensión. Esto simplificará los cálculos y hará más claros los conceptos físicos.

En el análisis de los sistemas de potencia se pretende utilizar un modelo de circuito equivalente que presente las características externas del generador con exactitud suficiente. En el caso de una máquina de rotor cilíndrico el circuito de la figura 2.10 es un modelo adecuado. Se simulan los efectos de la reacción de inducido y de la pérdida de flujo por dos reactancias en serie, denominándose reactancia síncrona (X_s) a la reactancia combinada. Suele ser despreciable la resistencia (R) del arrollamiento de cada fase de la armadura en comparación con X_s . La figura 2.11 muestra el diagrama de fasores correspondiente al circuito equivalente. También se indican en este diagrama los fasores que representan la fuerza magnetomotriz producida por las corrientes de campo y por el inducido. La fuerza magnetomotriz resultante del entrehierro, es $\mathbf{F} = \mathbf{F}_f + \mathbf{F}_a$; $\mathbf{F}_a$ está en fase con la corriente de inducido I que la produce.

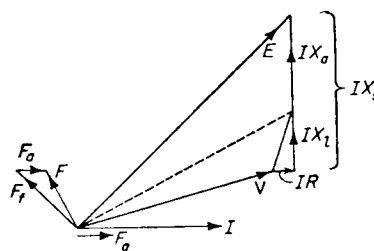


FIG. 2.11. Diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente de una máquina de rotor cilíndrico.

Efecto de la saturación sobre X_s , razón de cortocircuito

La característica de circuito abierto es el gráfico de la tensión generada en función de la corriente de campo con la máquina en circuito abierto y funcionando a la velocidad síncrona. La característica de cortocircuito es el gráfico de la corriente del estator en

función de la corriente de campo con los terminales en cortocircuito; en la figura 2.12 se muestran las curvas para una máquina moderna. X_s es igual a la tensión de circuito abierto producida por la misma corriente de campo que produce la corriente nominal en cortocircuito, dividida por la corriente nominal de inducido. Este valor de X_s es constante sólo en la parte lineal de la característica de circuito abierto (la línea de entrehierro) e ignora el hecho de la saturación. El valor real de X_s con una corriente de carga máxima será evidentemente menor que este valor y existen varios métodos para tener en cuenta los efectos de la saturación.^{5,6}

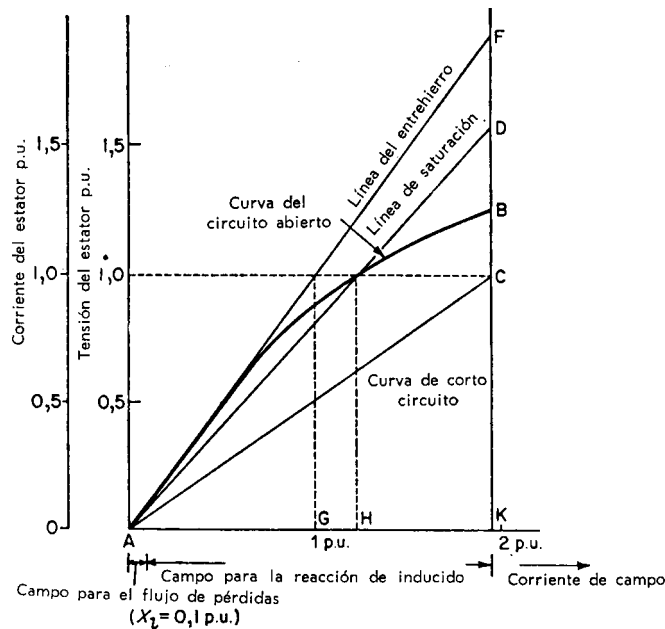


FIG. 2.12. Características en corto y en circuito abierto de una máquina síncrona. El valor no saturado de $X_s = FK/CK$. Cuando está funcionando próximo a la tensión nominal, se utiliza la línea de saturación para dar una característica lineal con saturación.

La razón de cortocircuito (R.C.C.) de un generador se define como el cociente entre la corriente de campo necesaria para dar la tensión nominal en circuito abierto y la exigida para hacer circular la corriente a plena carga en el inducido cuando está cortocircuitado. En la figura 2.12 la razón de cortocircuito es AH/AK , es decir 0,63. Para tener en cuenta la saturación es práctica común admitir que la reactancia síncrona es $1/(\text{razón de cortocircuito})$ o sea, para esta máquina, 1,58 p.u. Las razones económicas exigen proyectar máquinas de una razón de cortocircuito pequeña y en las máquinas modernas suele ser normal un valor de 0,55.

2.5. Circuito equivalente en condiciones de cortocircuito equilibrado

En la figura 2.13a se muestra una serie típica de oscilogramas de las corrientes en las tres fases del inducido cuando se produce un cortocircuito repentino en un generador síncrono. En las tres trazas obtenidas resulta evidente la existencia de una componente de corriente continua, y esto es lógico teniendo en cuenta los efectos transitorios en circuito $R-L$. El valor de la corriente continua presente depende del instante en que se aplica el cortocircuito

y del factor de potencia del circuito. Cuando existen tres tensiones mutuamente a 120° es posible que solamente una posea una componente de corriente continua nula. Con frecuencia, para aclarar las condiciones físicas se ignora la componente continua y se considera la traza de una corriente de cortocircuito como la indicada en la figura 2.13b.

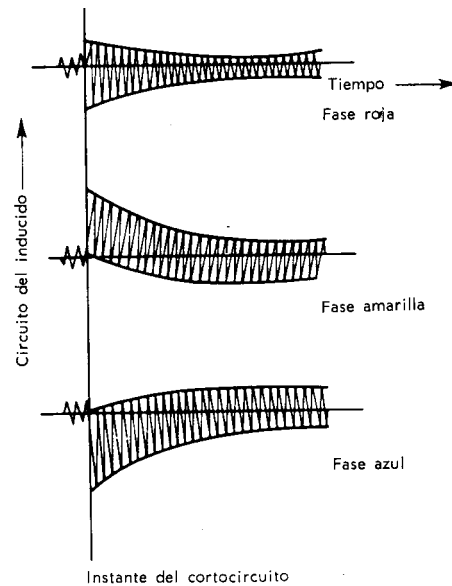


FIG. 2.13a. Oscilogramas de las corrientes en las tres fases de un generador cuando se presenta un cortocircuito repentino.

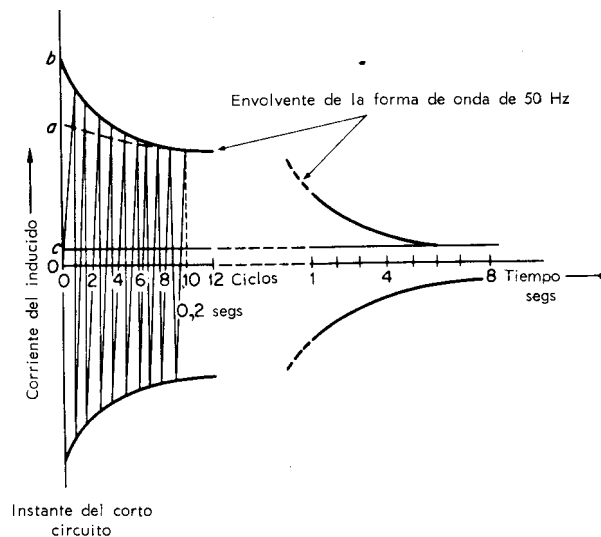


FIG. 2.13b. Trazo de la corriente de cortocircuito cuando se elimina la componente de corriente continua.

Inmediatamente después de la aplicación en cortocircuito la corriente del inducido intenta crear una fuerza magnetomotriz de reacción de inducido, pero el flujo principal del entrehierro no puede variar inmediatamente a un nuevo valor, puesto que está enlazado con circuitos de baja resistencia compuestos por (a) el devanado del rotor que es efectivamente

un circuito cerrado, y (b) las barras de amortiguamiento, es decir un arrollamiento que se compone de unas espiras cortocircuitadas de tiras de cobre situadas en los polos para amortiguar las tendencias oscilatorias. Puesto que inicialmente el flujo permanece sin variar, las corrientes del estator son grandes y solamente pueden fluir mediante la creación de corrientes opuestas en el rotor y arrollamientos amortiguadores, por lo que constituye esencialmente una acción de transformador. Debido a la resistencia más elevada, la corriente inducida en el arrollamiento amortiguador disminuye rápidamente y la corriente del inducido empieza a decrecer. Después de esto las corrientes en el arrollamiento del rotor y en el cuerpo del mismo disminuyen, la fuerza magnetomotriz de la reacción del inducido queda gradualmente establecida y la fuerza electromotriz generada y la corriente del estator disminuyen hasta que se alcanza la condición de régimen de cortocircuito. De aquí que el efecto total de la reacción del inducido sea operacional y que la máquina venga representada por la reactancia síncrona X_s . Estos efectos se indican en la figura 2.13 con la corriente inicial elevada debida al arrollamiento amortiguador y luego la reducción gradual hasta que se establece la reacción completa del inducido. En la referencia 9 se da un análisis detallado de este fenómeno.

Para representar las condiciones de cortocircuito iniciales deben introducirse dos nuevos modelos. Si se trazan en la figura 2.13b las envolventes de las ondas de 50 Hz, aparece una discontinuidad. Mientras que la envolvente natural continúa hasta el punto «a», la traza real acaba en el punto «b»; las razones de este comportamiento se han mencionado anteriormente. Para explicar ambos hechos es necesario que representen a la máquina dos nuevas reactancias, exigiendo las condiciones iniciales lo que se denomina *reactancia subtransitoria* (X'') y el período siguiente la *reactancia transitoria* (X'). En las definiciones siguientes se admite que el generador está sin carga antes de la aplicación del cortocircuito y es del tipo de rotor cilíndrico. Supongamos que la tensión de las bases del generador sin carga es E volts (valores eficaces).

Entonces a partir de la figura 2.13b, la reactancia subtransitoria (X'') = $\frac{E}{I''/\sqrt{2}}$ siendo $I''/\sqrt{2}$ el valor eficaz de la corriente subtransitoria (I''); la reactancia transitoria (X') = $\frac{E}{I'/\sqrt{2}}$ siendo $I'/\sqrt{2}$ el valor eficaz de la corriente transitoria y finalmente $\frac{E}{I/\sqrt{2}}$ Reactancia síncrona X_s .

TABLA 2.1. Constantes de máquinas síncronas —60 Hz.
(Todos los valores están expresados por unidad respecto a los valores nominales.)

Tipo de máquina	X_s (o X_d)	X_q	X'	X''	X_2	X_0	r_a
Turbo-alternador	1,2–2,0	1–1,5	0,2–0,35	0,17–0,25	0,17–0,25	0,04–0,14	0,003–0,008
Polos salientes (hidroeléctrica)	0,6–1,45	0,4–1,0	0,2–0,5	0,13–0,35	0,13–0,35	0,02–0,2	0,003–0,015
Compensador síncrono	1,5–2,2	0,95–1,4	0,3–0,6	0,18–0,38	0,17–0,37	0,03–0,15	0,004–0,01

X_2	=	Reactancia de la secuencia inversa
X_0	=	Reactancia de la secuencia homopolar
X' y X''	=	Son los valores del eje directo para el valor directo e inverso de cuadratura (véase referencia 1)
R_a	=	Resistencia a la corriente alterna del devanado del inducido por fase

En la tabla 2.1 se dan valores típicos de X'' , X_s y X_q para diversos tipos y tamaños de máquinas.

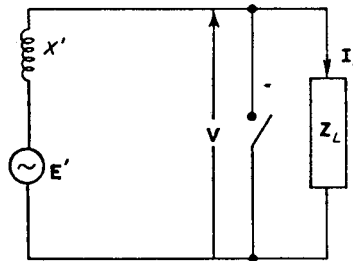


FIG. 2.14. Modificación del circuito equivalente para tener en cuenta la corriente de carga inicial.

Si la máquina está previamente en carga la tensión aplicada a la reactancia equivalente previa a E , se ve ahora modificada debido a la caída de tensión de la carga inicial. Consideremos la figura 2.14. Inicialmente la corriente de carga es I_L y la tensión en los bornes es V . La tensión detrás de la reactancia transitoria X' es

$$\begin{aligned} E' &= I_L (Z_L + jX') \\ &= V + jI_L X' \end{aligned}$$

y de aquí que la corriente transitoria en cortocircuito sea igual a E'/jX' .

2.6. Generadores síncronos en paralelo

Consideremos dos máquinas A y B cuyas tensiones se han ajustado hasta obtener los mismos valores mediante reguladores de campo y cuyas velocidades son ligeramente diferentes. En la figura 2.15b las tensiones de fase son E_{RA} , etc., la velocidad de la máquina A, ω_A radianes/segundo y la de B, ω_B radianes/segundo.

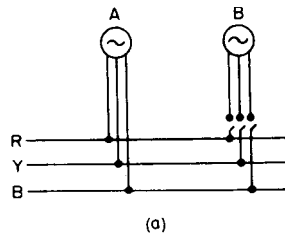


FIG. 2.15a. Generadores en paralelo.

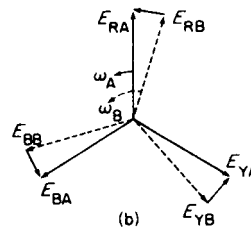


FIG. 2.15b. Diagramas fasoriales correspondientes.

Si los fasores de tensión de A se consideran estacionarios, los correspondientes a B girarán a una velocidad relativa $(\omega_B - \omega_A)$ y de aquí que existirán tensiones resultantes a través del

interruptor ($E_{RA} - E_{RB}$), etc., que se reducirán a cero durante cada revolución relativa. Si se cierra el interruptor en un instante de tensión cero las máquinas están conectadas (sincronizadas) sin el flujo de corrientes grandes debido a las tensiones resultantes a través de los inducidos. Cuando las dos máquinas están en sincronismo tienen una tensión terminal o en los bornes común lo mismo que la velocidad y la frecuencia. Cualquier tendencia de una de las máquinas a acelerar respecto a la otra da como resultado inmediato la aparición de un par de retardo o sincronizador debido a la corriente que circula.

Dos máquinas que funcionan en paralelo se representan mediante el circuito equivalente indicado en la figura 2.16a con $E_A = E_B$ y sin carga externa. Si A intenta aumentar la velocidad se obtiene el diagrama de fasores de la figura 2.16b e $I = E_R / (Z_A + Z_B)$. La corriente que circula I retrasa respecto a E_R en un ángulo $\arctg(X/R)$ y como en la mayor parte de las máquinas $X \gg R$ este ángulo tiende a 90° . Esta corriente es una corriente generadora para A y una corriente motora para B, de aquí que A esté generando energía y tienda a frenarse mientras que B está recibiendo dicha energía desde A y se acelera. A y B por tanto permanecen a la misma velocidad, «al paso», o en sincronismo. La figura 2.16c muestra el estado de las cosas cuando B intenta aumentar su velocidad respecto A. La cualidad de una máquina para volver a su estado de funcionamiento original después de una perturbación momentánea se mide por la *energía y par de sincronización*. Es interesante señalar que cuando la impedancia de la máquina es preferentemente inductiva las energías y pares de restauración son grandes; si el sistema fuese fundamentalmente resistivo sería difícil que se mantuviera el sincronismo.

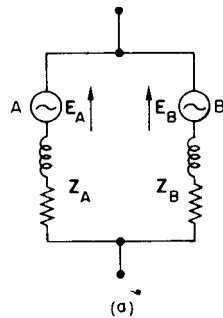


FIG. 2.16a. Dos generadores en paralelo; circuito equivalente.

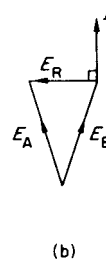


FIG. 2.16b. La máquina A en avance de fase respecto a la B.

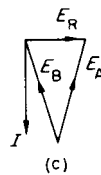


FIG. 2.16c. La máquina B en avance de fase respecto a la A.

Normalmente funcionan en paralelo más de dos generadores y el funcionamiento de una máquina conectada en paralelo con otras muchas es de gran interés. Si las restantes máquinas en paralelo son de tal capacidad que la presencia del generador en estudio no produce ninguna diferencia respecto a la tensión y frecuencia de los demás, se dice que forman un sistema de *barra de distribución infinita*, es decir un sistema infinito de generación. En la práctica nunca se obtiene totalmente un sistema de barras de distribución

infinitas perfecto, pero, si por ejemplo se desconecta un generador de 60 MW de un sistema de 30000 MW la diferencia de tensión y de frecuencia producida por esto será muy pequeña.

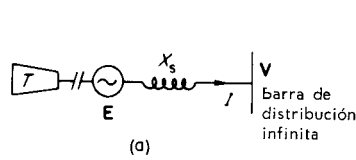


FIG. 2.17a. Máquina síncrona conectada a una barra de distribución infinita.

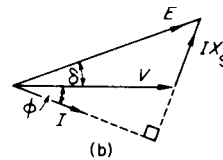


FIG. 2.17b. Diagrama de fasores correspondiente.

2.7. Funcionamiento de un generador trabajando sobre unas barras de potencia infinita

En esta sección, con objeto de simplificar las ideas lo más posible, se despreciará la resistencia del generador; en la práctica esta hipótesis es normalmente razonable. La figura 2.17 muestra el diagrama esquemático de una máquina conectada a barras de potencia infinita, junto con el correspondiente diagrama de fasores. Si se desprecian las pérdidas, la potencia de salida procedente de la turbina es igual a la potencia de salida del generador. Al ángulo δ formado entre los fasores E y V se le conoce como el ángulo de carga y depende de la potencia de entrada al eje de la turbina. Con una máquina aislada suministrando su propia carga esta última determina la potencia necesaria y por tanto el ángulo de carga; sin embargo, cuando se conecta a un sistema de barra de distribución infinita la carga producida por la máquina ya no depende directamente de la carga conectada. Variando la salida de la turbina y por lo tanto el δ del generador puede hacerse que éste admita cualquier carga que el operador desee, sometida sólo a restricciones económicas y técnicas.

A partir del diagrama de fasores de la figura 2.17b, la potencia entregada a las barras de potencia infinita = $VI \cos \phi$ por fase, pero,

$$\frac{E}{\sin(90 + \phi)} = \frac{IX_s}{\sin \delta}$$

de aquí que

$$I \cos \phi = \frac{E}{X_s} \sin \delta$$

$$\therefore \text{potencia producida} = \frac{VR}{X_s} \sin \delta$$

Esta expresión es de extrema importancia puesto que gobierna en gran parte el funcionamiento de un sistema de potencia. Podría haberse obtenido directamente de la ecuación 2.3, haciendo $\alpha = 0$.

La ecuación 2.10 se ha representado en la figura 2.18. Se obtiene la potencia máxima para $\delta = 90^\circ$. Si δ resultase mayor que 90° debido a un intento de obtener una potencia mayor de

$P_{\max}$, el incremento de δ da como resultado una potencia de salida inferior y la máquina resulta inestable y pierde sincronismo. La pérdida de sincronismo da como resultado el intercambio de flujos de corriente entre el generador y la red cuando los polos de la máquina tienden hacia el sincronismo y luego se separan de él nuevamente.

Si la potencia de salida del generador se aumenta en incrementos pequeños, manteniendo constante la tensión correspondiente a la ausencia de carga, el límite de estabilidad se presenta para $\delta = 90^\circ$ y se conoce como *límite de estabilidad en régimen*. Existe otro límite de estabilidad debido a una variación grande y repentina de las condiciones, como la producida por una avería, que se conoce como *límite de estabilidad transitoria* y es posible que el rotor oscile más allá de 90° un cierto número de veces. Si estas oscilaciones disminuyen la máquina es estable. El ángulo de carga δ tiene un significado físico; es el ángulo entre las marcas radiales situadas en el extremo del eje del rotor de la máquina y las que existirían sobre un rotor imaginario que representase el sistema. Las marcas están en posiciones físicas idénticas cuando la máquina marcha en vacío. El coeficiente de potencia de sincronización = $dP/d\delta$ W/rad y el coeficiente de par de sincronización = $(1/\omega_s)/(dP/d\delta)$.

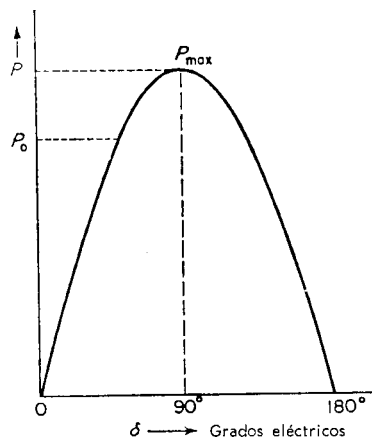


FIG. 2.18. Curva, potencia-ángulo, de una máquina síncrona. Se desprecian la resistencia y la saliencia.

En la figura 2.19a se muestra el diagrama de fasores para la condición límite de estado de régimen. Debe señalarse que en esta condición la corriente está siempre adelantada. Las figuras siguientes 2.19b, c y d muestran el diagrama de fasores para diversas condiciones de funcionamiento. Otra condición de funcionamiento interesante es la de potencia variable y excitación constante. Ésta se muestra en la figura 2.20. En este caso, como V y E son constantes, cuando se aumente la potencia procedente de la turbina, debe crecer δ y varía el factor de potencia.

Es conveniente resumir los tipos anteriores de funcionamiento en un diagrama o gráfico simple que permita a un operador ver inmediatamente si la máquina está funcionando dentro de los límites de estabilidad y de funcionamiento normal.

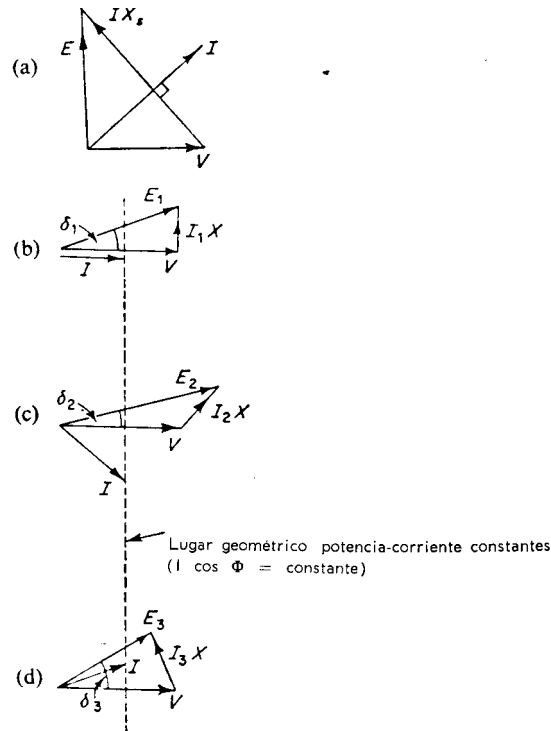


FIG. 2.19. (a) Diagrama de fasores para un generador en el límite de estabilidad del estado de régimen, (c) y (d) diagramas de fasores para el generador enviando potencia constante al sistema de barra de distribución infinita pero con excitaciones diferentes. Cuando V sea constante, la componente en fase de I debe ser constante. Como $EV/X \sin \delta$ es constante, cuando E varía, δ debe variar y $\delta_1 > \delta_2 > \delta_3$.

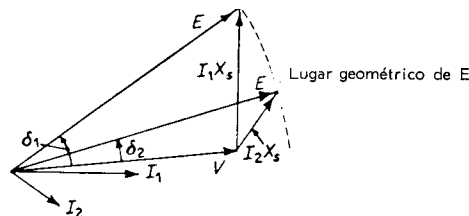


FIG. 2.20. Funcionamiento a potencia variable y excitación constante.

Diagrama de funcionamiento de un generador síncrono

Consideremos, en la figura 2.21a, el diagrama de fasores de una máquina de rotor cilíndrico en la que no se tiene en cuenta la resistencia. El lugar geométrico de IX , I y por tanto MVA constantes, es una circunferencia y el lugar geométrico de E constante es una circunferencia también. De aquí que

$O'S$ sea proporcional a VI o MVA

ps sea proporcional a $VI \sin \phi$ o MVar

sq sea proporcional a $VI \cos \phi$ o MW

Para obtener el factor de escala para leer MVA, MVar y MW se utiliza el hecho de que a excitación cero, $E = 0$ e $IX_s = V$, de donde se obtiene que I es V/X_s a 90° adelantados respecto a $00'$, correspondiente a VAr/fase.

A continuación se muestra la construcción de un diagrama correspondiente a una máquina de 60 MW (fig. 2.21b).

Datos de la máquina 60 MW, 0,8 factor de potencia, 75 MVA
 11,8 kV, R.C.C. 0,63, 3000 rev/min
 Corriente máxima excitadora 500 A

$$X_s = \frac{1}{0,63} \text{ p.u.} = 2,94 \text{ } \Omega/\text{fase}$$

La carga se referirá a los valores trifásicos completos de MW y MVar. Cuando se reduce a cero la excitación y por lo tanto E , la corriente adelanta a V en 90° y es igual a (V/X_s) , es decir $11800/\sqrt{3} \times 2,94$. Los *var* correspondientes a éstos en adelante son $11800^2/2,94 = 47$ MVar.

Con centro en 0 se dibuja una serie de semicircunferencias de radios iguales a las diversas cargas expresadas en MVA, siendo la más importante la circunferencia correspondiente a 75 MVA. Se dibujan arcos, con O' como centro y con radios que son múltiplos diversos de OO' (ó V), para tener los lugares geométricos correspondientes a excitaciones constantes. Pueden también dibujarse rectas desde 0 relativas a los diversos factores de potencia, pero para mayor claridad sólo se ha dibujado la correspondiente a un factor de potencia de 0,8 en retraso. Los límites de funcionamiento se fijan del modo siguiente. La potencia de salida nominal de la turbina da un límite de 60 MW que se dibuja del modo indicado, es decir es la línea efg, que corta a la recta de 75 MVA en g. El arco de MVA gobierna la carga térmica de la máquina, es decir la elevación de temperatura del estator, de modo que por encima de la parte gh la salida de potencia viene determinada por el valor nominal de MVA. En el punto h el calentamiento del rotor resulta más decisivo y entonces se obtiene el arco hj como consecuencia de la máxima corriente de excitación permisible que en este caso se supone que es 2,5 p.u.

El límite restante queda gobernado por la pérdida de sincronismo en los factores de potencia en adelante. El límite teórico es la recta perpendicular a OO' en O' (es decir, $\delta = 90^\circ$) pero en la práctica se introduce un margen de seguridad para permitir un incremento adicional de carga de hasta el 10 ó 20 antes de que se presente inestabilidad. En la figura 2.21 se ha utilizado un margen del 10 % que viene representado por la curva ecd: se construye del modo siguiente: Consideremos el punto «a» en el límite teórico sobre el arco de $E = 1$ p.u., se reduce entonces la potencia $O'a$ en el 10 por ciento de la potencia nominal (es decir, 6 MW) hasta obtener $O'b$; sin embargo, el punto de funcionamiento debe todavía estar sobre el mismo arco correspondiente a E y entonces se proyecta b hasta c que es un punto de la nueva curva límite. Esto se repite para varias excitaciones obteniéndose así finalmente la curva ecd.

El límite de funcionamiento completo se muestra sombreado y el operador sólo deberá trabajar normalmente dentro del área limitada por esta línea.

Como ejemplo del empleo del diagrama, el punto g de funcionamiento a carga completa (60 MW, factor de potencia 0,8 en retraso) exigirá una excitación E de 2,3 p.u. y el ángulo de carga medido δ es 33° . Este valor puede comprobarse utilizando la fórmula de potencia $= VE/X_s \sin \delta$.

Es decir,

$$60 \times 10^6 = \frac{11800^2 \times 2,3}{2,94} \sin \delta$$

de donde se obtiene

$$\delta = 33,3^\circ.$$

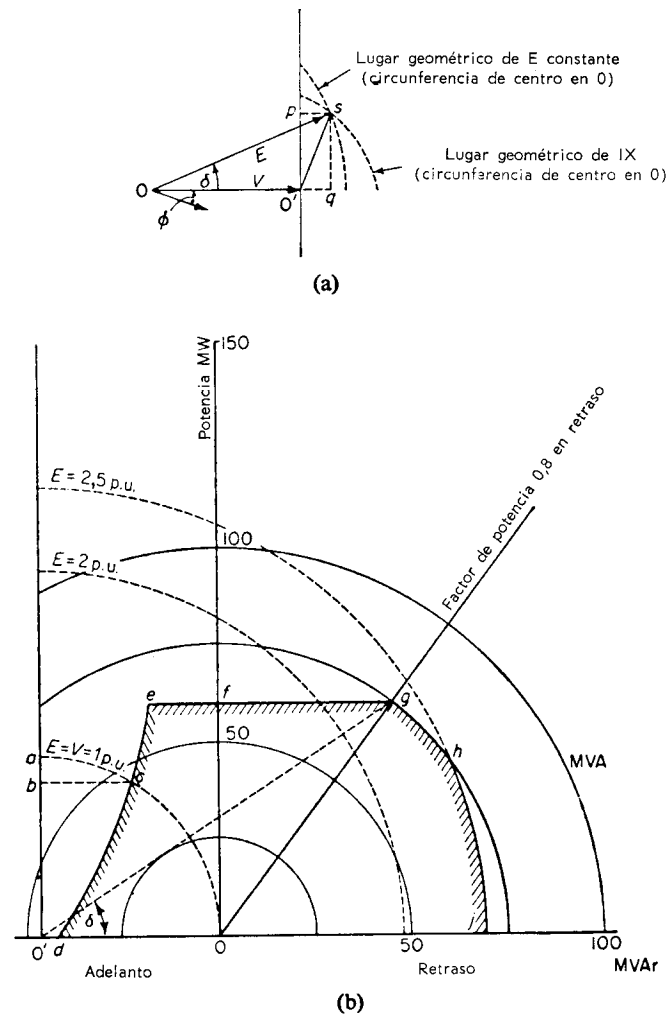


FIG. 2.21. Diagramas de funcionamiento de un generador síncrono.

2.8. Generadores de polos salientes

Hasta ahora se ha supuesto que la reactancia del eje directo es igual al valor correspondiente al eje en cuadratura. En el caso de turbo alternado res esta hipótesis es

razonablemente exacta para condiciones de régimen, pero en el caso de las máquinas de polos salientes se utiliza un eje adicional entre los polos principales, conocido como eje de cuadratura, para una representación exacta.

Para tener en cuenta la reacción del inducido existen dos reactancias: X_{ad} correspondiente al eje directo y X_{aq} para el eje en cuadratura y $X_{ad} > X_{aq}$.

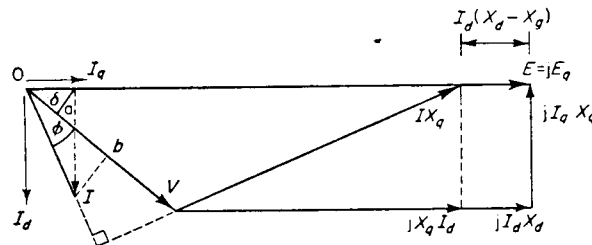


FIG. 2.22. Diagrama de fasores de un generador síncrono; representación completa en dos ejes.

Sean $X_d = X_l + X_{ad}$ y $X_q = X_l + X_{aq}$, siendo X_l la reactancia de pérdidas; entonces a partir del diagrama de fasores de la figura 2.22

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{V} + j\mathbf{I}_d X_d + j\mathbf{I}_q X_q \\ \mathbf{E} &= \mathbf{V} + j\mathbf{I} X_q + j\mathbf{I}_d (X_d - X_q) \text{ o bien } \mathbf{E}_{qd} + j\mathbf{I}_d (X_d - X_q) \end{aligned} \quad (2.11)$$

como $j\mathbf{I}_d (X_d - X_q)$ está en fase con E conociendo V , I y ϕ puede dibujarse $\mathbf{I} X_q$ y de aquí queda determinada la dirección de E y en consecuencia $\mathbf{I}_d$ e $\mathbf{I}_q$. Conociendo $\mathbf{I}_d$ e $\mathbf{I}_q$ pueden dibujarse los fasores restantes hasta completar el diagrama. A continuación mediante tanteos pueden hallarse los valores de X_d y X_q .

Potencia de salida

La potencia de salida = $VI \cos \phi$

A partir de la figura 2.22,

$$\begin{aligned} I \cos \phi &= ob = oa + ab \\ &= I_q \cos \delta + I_d \sin \delta. \end{aligned}$$

Si la resistencia de la armadura es despreciable,

$$\begin{aligned} V \sin \delta &= I_q X_q \\ V \cos \delta &= E - I_d X_d \\ \therefore P &= V \left[\frac{V \sin \delta}{X_q} \cos \delta + \frac{E - V \cos \delta}{X_d} \sin \delta \right] \\ y \quad \frac{\partial P}{\partial \delta} &= \frac{VE}{X_d X_q} \sin \delta + \frac{V^2 (X_d - X_q)}{2 X_d X_q} \frac{\sin 2\delta}{\cos \delta} \\ &= \text{Coeficiente de potencia de sincronización} \end{aligned} \quad (2.13)$$

La representación de P en función de δ se muestra en la figura 2.23, a partir de la cual es evidente que el límite de estabilidad en régimen se presenta para un valor de δ inferior a 90° .

La ecuación 2.12 se refiere al funcionamiento en régimen. En condiciones transitorias la reactancia del eje directo resulta X'_d o X''_d como previamente se estudió mientras que en el eje de cuadratura es normal admitir que $X_q = X'_q$. En el estado transitorio la tensión de excitación $E = jE_q$ todavía está a lo largo del eje de cuadratura y la tensión «detrás» de la reactancia transitoria $E_1 = E_{q1}$ también está en este eje.

La ecuación correspondiente a la potencia de salida transitoria es

$$P = \frac{E_q V}{X'_d} \sin \delta + V^2 \frac{X_q - X'_d}{2X'_d X_q} \sin 2\delta \quad (2.14)$$

En los cálculos para la estabilidad en estado de régimen puede ignorarse la influencia de la saliencia, especialmente en comparación con los efectos producidos por la saturación.

Consideremos una máquina de polos salientes con los parámetros siguientes $X_d = 1,2$ p.u., $X_q = 0,9$ p.u., tensión de excitación $E = 1,5$ p.u. El máximo valor de la potencia de salida para un sistema de barra de distribución infinita de tensión 1 p.u. es

$$P = \frac{EV}{X_d} \sin \delta + V^2 \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} \sin 2\delta$$

$$P = 1,25 \sin \delta + 0,14 \sin 2\delta$$

Obteniendo $P_{\max}$ gráficamente (o mediante otros medios) se deduce que $P_{\max} = 1,25$ p.u. Cuando se repite este ejercicio con valores más bajos de E se ve que tiende a aumentar el error introducido por el hecho de despreciar la saliencia. Con tal de que $E > V$, la saliencia puede generalmente ignorarse en los estudios de estados de régimen.

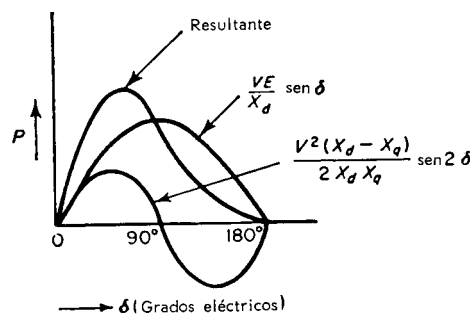


FIG. 2.23. Curva de potencia-ángulo; máquina de polos salientes.

Si la máquina se conecta a unas barras de potencia infinita a través de un enlace de reactancia X_L entonces $_TX_d = X_d + X_L$ y $_TX_q = X_q + X_L$, en donde el prefijo T se refiere a la reactancia efectiva total del sistema.

2.9. Reguladores automáticos de tensión

En las páginas anteriores se ha considerado que el generador síncrono funciona con una excitación fija y se supone que cualquier variación de excitación se ha llevado a cabo manualmente. Cualquier ajuste de la tensión V en los terminales, después de una variación de carga, emplea un tiempo apreciable. En la mayor parte de los generadores modernos la tensión de salida se controla mediante dispositivos automáticos de modo que permanezca en un valor constante previamente establecido. En esta sección se estudiará el funcionamiento de los *reguladores automáticos de tensión (R.A.T.)* y también se verá su influencia sobre el funcionamiento de las máquinas síncronas.

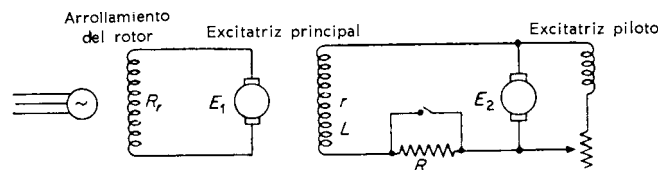


FIG. 2.24. Disposición de la excitación para un generador síncrono.

Los dispositivos de excitación del rotor de un generador síncrono se indican en la figura 2.24. La excitatriz principal, un generador de corriente continua o dínamo genera una tensión E , que se suministra directamente al arrollamiento del rotor a través de anillos colectores. El campo de la excitatriz principal lo suministra una excitatriz adicional autoexcitada. Los inducidos de ambas máquinas de corriente continua son accionados por el eje del rotor principal. En serie con el arrollamiento de campo de la excitatriz principal existe una resistencia R que puede cortocircuitarse según determine un mecanismo sensible a la tensión, que actúa accionado por la tensión en los bornes de la máquina síncrona. Un punto que tiene la máxima importancia es la velocidad de respuesta del regulador, es decir el tiempo que transcurre entre la desviación de la tensión y la vuelta al valor prescrito. Considerando el circuito de la figura 2.24, si R se cortocircuita la corriente de excitación final es E_2/r y admitiendo que la máquina no está saturada, la curva de crecimiento es exponencial y de constante de tiempo $\tau = L/r$. Si la excitatriz principal hubiese sido autoexcitada entonces la tensión E_1 vendría dada por la curva de magnetización o imanación como se ve en la figura 2.25.

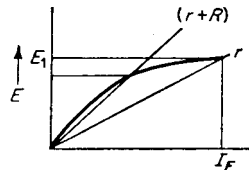


FIG. 2.25. Excitatriz principal autoexcitada; influencia del regulador de tensión.

La velocidad de respuesta de la excitatriz se obtiene del modo siguiente. Supongamos que la máquina está en circuito abierto y ajustada para dar la tensión normal E , de plena carga. Cuando la resistencia R se cortocircuita la tensión se eleva como indica la curva de la figura 2.26. Para un intervalo de tiempo de 0,5 segundos se dibuja una línea tal que se obtengan áreas iguales por encima y por debajo de la curva. El cociente $\Delta E_1/\Delta t$ es la velocidad nominal de respuesta y $\Delta E_1/\Delta t/E_1$ es la velocidad relativa de respuesta. En el caso de

máquinas grandes E , vale algunos centenares de volts y con $E_1 = 200$ V y $\Delta E/\Delta t = 200$ V/s la respuesta relativa es 1 que es un valor medio.

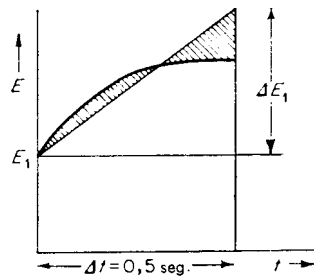


FIG. 2.26. Velocidad de respuesta de una excitatriz.

Un método para obtener una respuesta elevada de la excitatriz consiste en utilizar un proyecto que dé una tensión máxima alta cuando R está en cortocircuito; esta tensión se conoce como tensión máxima o *tensión tope*. En la figura 2.27 la característica óptima de la excitatriz (es decir excitación infinitamente rápida) es la línea abc y E_c es la tensión de tope que es normalmente del orden de $2E_1$. La velocidad relativa de respuesta es $dg/ag/E_1$ y si $E_c = 2E_1$, esta velocidad es igual a 4. Esto da un límite superior de la respuesta para máquinas grandes con excitación separada. Existen excitatrices especiales para forzar el campo del rotor cuando se producen averías del sistema y en ellas se alcanzan tensiones de tope de 4 veces E_1 con una velocidad de elevación de 200 V/s.

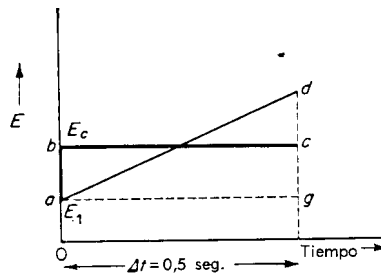


FIG. 2.27. Velocidad de respuesta óptima.

Esto se obtiene mediante el empleo de un generador auxiliar en serie con la excitatriz principal.

El estudio anterior se ha limitado a la excitatriz pero debe también estudiarse la respuesta en los bornes de la máquina síncrona. Si se hace una variación repentina del circuito de campo de la excitatriz que da como resultado que también se aplique una tensión repentina, entonces la f.e.m. generada por la excitatriz $e = E_1(1 - e^{-t/\tau_e})$ en donde τ_e es la constante de tiempo y E_1 la tensión inicial. Si no está saturado el hierro del rotor, entonces $e = R_r i + L_r \frac{di}{dt}$ en donde R_r y L_r se refieren a la resistencia e inductancia del rotor respectivamente. Pero

$$e = E_1(1 - e^{-t/\tau_e}) = R_r i + L_r \frac{di}{dt}$$

de donde pueden determinarse la corriente del rotor y la constante de tiempo combinada.

Tipos de reguladores automáticos de tensión

El estudio detallado de los reguladores es un campo para los especialistas y no vamos a estudiar aquí detalladamente los tipos sino más bien indicar sus efectos generales. Existen dos amplias divisiones de reguladores automáticos y en ambas se controla la tensión de salida del generador síncrono actuando sobre el campo excitador. En general la desviación de la tensión terminal respecto a un valor prescrito se hace pasar a los circuitos de control y así la corriente de campo se varía y precisamente en el modo y velocidad con que se obtiene este resultado se basa la división en distintos tipos.

El tipo primero y más antiguo puede ampliamente clasificarse como *electromecánico*. Una variedad bien conocida de este tipo es el regulador de placas con carbón. En él una tensión proporcional a la tensión de desviación actúa sobre un montaje de solenoide que hace variar la presión ejercida sobre una resistencia de placas de carbón intercalada en el campo excitador variando así su resistencia. Otro tipo depende de la conversión de la desviación de la tensión en un par mediante un «motor de par»; de acuerdo con la posición angular del eje del motor se interrumpe cierta resistencia de una cadena de ellas y de aquí que varíe la corriente de campo de la excitatriz. Existen otros diversos tipos entre los que se incluyen el generalizado regulador de lengüeta vibrante. Todos estos tipos padecen el inconveniente de tener una actuación relativamente lenta y poseer bandas muertas, es decir que debe producirse una cierta desviación antes de que empiece a funcionar el mecanismo; esto se ilustra en la figura 2.28.

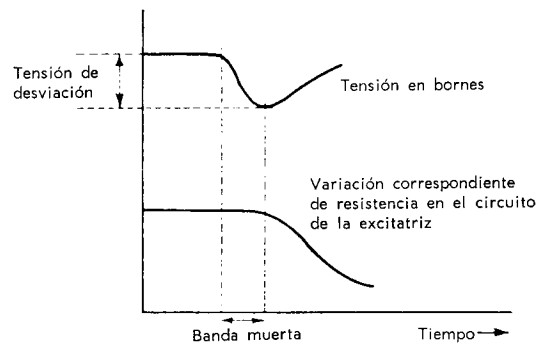


FIG. 2.28. Efecto de una banda muerta en un regulador.

El otro grupo principal de reguladores se conoce como de acción continua y son más rápidos que los anteriores careciendo de bandas muertas. En la figura 2.29 se ve un diagrama de bloques general de un sistema de control típico. El amplificador puede tomar diversidad de formas incluyendo amplificadores magnéticos y amplificadores rotatorios tal como la Amplidina, Metadina y Magnavol (todos ellos son tipos especiales de generadores de corriente continua).

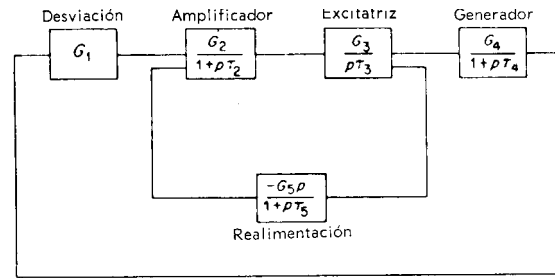


FIG. 2.29. Diagrama de bloques de un regulador automático de tensión actuando continuamente en circuito cerrado.

Reguladores automáticos de tensión y características de los generadores

El circuito equivalente utilizado para representar el generador síncrono puede modificarse para explicar la acción de un regulador. Básicamente existen tres condiciones a considerar.

- (1) Funcionamiento con excitación fija y tensión constante (E), sin carga, es decir, acción sin regulador. Ésta exige el circuito equivalente normal de E en serie con Z_s .
- (2) Funcionamiento con regulador que no está actuando continuamente, es decir que la tensión en los bornes varía con los cambios de carga. Esto puede simularse por E' y una reactancia menor que el valor síncrono. La experiencia y la práctica han sugerido que un valor razonable sería la reactancia transitoria, aunque algunos autores sugieren tomar la mitad de la reactancia síncrona. Este modo de funcionamiento se aplica a la mayor parte de los reguladores modernos.
- (3) Tensión constante en los bornes. Esto exige un regulador de accionamiento muy rápido y el sistema más cercano a ello es el de los reguladores de excitación forzada utilizados en los generadores que alimentan a líneas muy largas; en ellos la tensión de excitación se aumenta muy rápidamente a un ritmo de 2000 V/s.

Cada una de las representaciones anteriores dará valores significativamente diferentes de la potencia de salida máxima. El grado en que ocurre esto depende de la velocidad del regulador automático de tensión y la influencia sobre el diagrama de funcionamiento del generador síncrono se indica en la figura 2.30 que muestra claramente el aumento obtenido del margen de funcionamiento. Sin embargo, deberá señalarse que el funcionamiento en estas regiones de factor de potencia adelantada o mejorada, puede estar limitado por el calentamiento del arrollamiento del estator. La curva real de potencia-ángulo puede obtenerse por un proceso paso a paso utilizando valores gradualmente crecientes de E en la expresión $EV/X \sin \delta$.

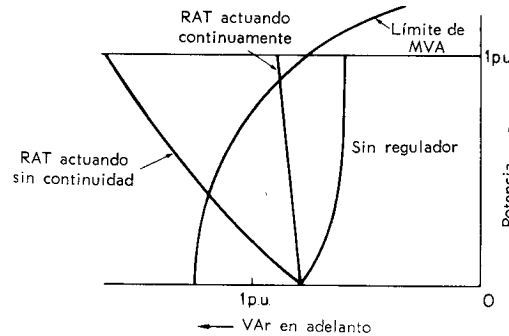


FIG. 2.30. Diagrama de rendimiento modificado mediante el empleo de reguladores automáticos de tensión.

Cuando un generador ha sobrepasado el ángulo límite de régimen estacionario $\delta = 90^\circ$, es posible que se mantenga el sincronismo con un regulador automático de voltaje de actuación rápida. El R.A.V., al forzar a elevarse la tensión, aumenta la potencia de salida de la máquina de modo que en lugar de caer la potencia después de $\delta = 90^\circ$ se mantiene, permaneciendo todavía positivo $dP/d\delta$.

Ejemplo 2.3 Determinar las potencias límites del sistema indicado en la figura 2.31 para los tres tipos de regulación de tensión. Todos los valores se refieren a las bases 100 MVA, 132 kV. Puede admitirse que las líneas y los transformadores se representan todos ellos mediante una reactancia en serie sencilla.

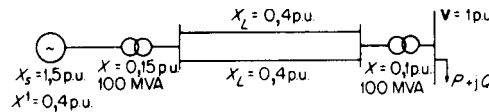


FIG. 2.31. Diagrama de línea del sistema del ejemplo 2.3. Carga de funcionamiento normal, $P = 0,8$ p.u., $Q = 0,5$ p.u.

Solución (a) Sin control, tensión de excitación constante.

$$X = 1,5 + 0,15 + 0,1 + \frac{0,4}{2} = 1,95 \text{ p.u.}$$

A partir de la figura 2.7,

$$E = \sqrt{\left(1 + \frac{0,5 \times 1,95}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,8 \times 1,95}{1}\right)^2}$$

$$E = 2,52 \text{ p.u.}$$

$$P_{\max} = \frac{EV}{X} = \frac{2,52 \times 1}{1,95} = 1,29 \text{ p.u.}$$

(b) Regulador automático de tensión actuando de modo no continuo

$$X = 0,4 + 0,15 + 0,1 + 0,2 = 0,85 \text{ p.u.}$$

$$E = \sqrt{\left(1 + \frac{0,5 \times 0,85}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,8 \times 0,85}{1}\right)^2}$$

$$E = 1,59 \text{ p.u..}$$

$$P_{\max} = \frac{1,58 \times 1}{0,85} = 1,87 \text{ p.u.}$$

c)

$$X = 0,15 + 0,1 + 0,2 = 0,45 \text{ p.u.}$$

La tensión en los bornes del generador V_T es constante.

$$V = \sqrt{\left(1 + \frac{0,5 \times 0,45}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,8 \times 0,45}{1}\right)^2}$$

$$E = 1,58 \text{ p.u.}$$

$$P_{\max} = \frac{1,28 \times 1}{0,45} = 2,85 \text{ p.u.}$$

Es interesante comparar el límite de potencia cuando se desconecta una de las dos líneas; se utilizará entonces la representación de reactancia transitoria.

$$V = \sqrt{\left(1 + \frac{0,5 \times 1,05}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,8 \times 1,05}{1}\right)^2}$$

$$E = 1,74 \text{ p.u.}$$

$$P_{\max} = \frac{1,74 \times 1}{1,05} = 1,65 \text{ p.u.}$$

Una innovación reciente consiste en el empleo de rectificadores de estado sólido para suministrar la corriente continua necesaria para el campo del rotor. Estos rectificadores se montan sobre el eje principal y giran con él y son alimentados por anillos colectores. El regulador automático de tensión asociado es de naturaleza electrónica.

LÍNEAS, CABLES Y TRANSFORMADORES

2.10. Líneas aéreas. - Tipos y parámetros

Las líneas aéreas están colgadas de aisladores los cuales están soportados a su vez por torres o postes. La luz entre dos torres depende de la flecha permisible de la línea y en el caso de torres de acero, para las líneas de muy alta tensión, la luz normalmente está comprendida entre 370-460 m. Las figuras 2.32 y 2.33 muestran estructuras de soporte típicas. Existen dos tipos principales de postes:

- (a) Los utilizados en trayectos rectos o postes de alineación en los que sólo han de resistir la tensión debida al peso de la línea.
- (b) Aquellos que se utilizan para variaciones de dirección llamados postes de ángulo; estos postes deben resistir las fuerzas resultantes que se producen cuando la línea varía de dirección.

Al especificar las torres y las líneas, se tiene en cuenta la existencia de posibles sobrecargas debidas al hielo y al viento lo mismo que fuerzas extras originadas por roturas de las líneas

a un lado de la torre. En el caso de tensiones bajas y circuito de distribución se utilizan postes de hormigón armado o de madera con conductores soportados en formaciones horizontales.

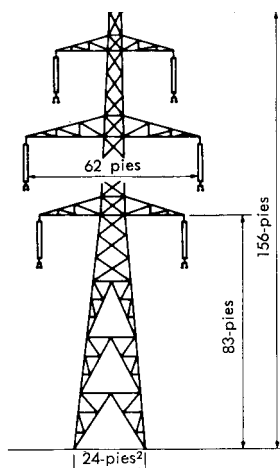


FIG. 2.32. Torre de línea aérea de doble circuito a 400 kV. Dos conductores por fase (conductores en haz). (Con permiso de Institution of Electrical Engineers.)

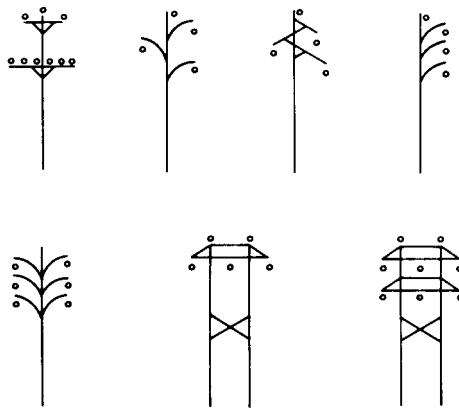


FIG. 2.33. Estructuras tipo poste típicas.

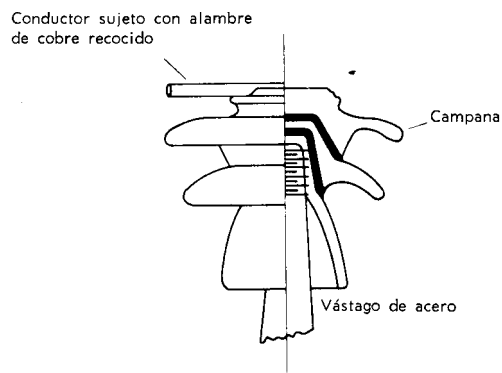


FIG. 2.34. Aisladores tipo de vástago o espiga.

Los conductores activos están aislados de las torres mediante aisladores que toman dos formas básicas: el tipo de *vástago o espiga* y el tipo de *suspensión*. El tipo de vástago se indica en la figura 2.34 y en él se ve que el conductor se apoya en la parte superior del aislador. Este tipo se utiliza para líneas de hasta 33 kV. Las dos o tres campanas de porcelana proporcionan una trayectoria de fugas del conductor a tierra (contorneo) y tienen una forma tal que siguen las superficies equipotenciales del campo eléctrico establecido por el sistema conductor-torre. Los aisladores de suspensión (fig. 2.35) se componen de una serie de discos separados hechos de vidrio o porcelana unidos en cadena. Una cadena puede estar compuesta de muchos discos dependiendo de la tensión de la línea; en el caso de una línea de 400 kV, se utilizan 19 discos, con una longitud total de 3,84 m. El conductor se sujeta en la parte inferior de la cadena la cual está suspendida de la torre. Debido a las capacidades que existen entre los discos, el conductor y la torre, la distribución de tensión a lo largo de la cadena aislante no es uniforme, estando sometidos a tensión más elevada los discos más próximos al conductor. Se dispone de métodos para calcular esta distribución de tensión pero son de valor dudoso debido al efecto en paralelo de la resistencia de pérdidas (ver figura 2.36). Esta resistencia depende de la presencia de manchas y polvo sobre la superficie del aislador y se ve modificada considerablemente por la lluvia y la niebla.

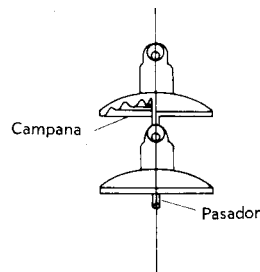


FIG. 2.35. Aisladores tipo de cadena o de suspensión.

Parámetros

Los parámetros de interés para el análisis de circuitos son la inductancia, la capacidad, la resistencia eléctrica y la resistencia de pérdida. En la referencia 3 puede encontrarse la deducción de las fórmulas para el cálculo de estas magnitudes. Se pretende aquí citar simplemente estas fórmulas y discutir su aplicación.

La inductancia de una línea monofásica de dos conductores se expresa por

$$= \frac{\mu_o}{4\pi} \left[1 + 4 \ln \left(\frac{d-r}{r} \right) \right] H / m \quad (2.15)$$

en donde d es la distancia entre los centros y r el radio de los conductores. Cuando se realiza un análisis de desequilibrios y flujos de carga de sistemas trifásicos es normal considerar solamente una fase con el ajuste angular apropiado para las otras dos fases. Se utilizan, por consiguiente, tensiones de fase y las inductancias y capacidades son las de fase equivalente o los valores de línea respecto al neutro. En el caso de líneas trifásicas con una separación igual entre las tres (fig. 2.37) se utilizan la inductancia y capacidad respecto al

conductor neutro hipotético y puede demostrarse que esta inductancia es la mitad de la inductancia de la línea monofásica, es decir, corresponde a la inductancia de un solo conductor.

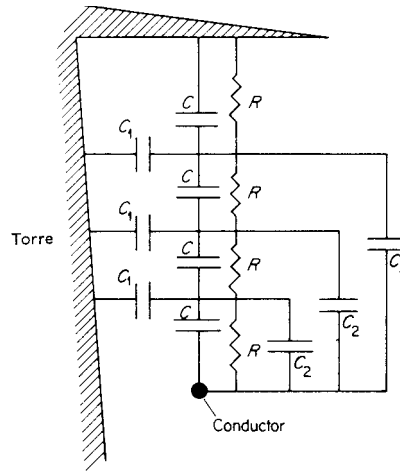


FIG. 2.36. Circuito equivalente de una cadena de cuatro aisladores suspendidos. C = capacidad propia del disco, C_1 = capacidad disco a tierra; C_2 = capacidad disco a línea, R = resistencia de pérdidas.

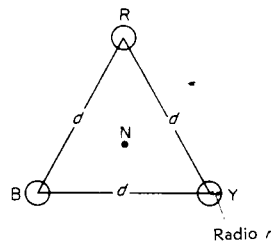


FIG. 2.37. Línea aérea con igual separación entre conductores.

La inductancia línea-neutro para la separación igual entre los conductores es

$$= \frac{\mu_o}{8\pi} \left[1 + 4 \ln \left(\frac{d-r}{r} \right) \right] H / m \quad (2.16)$$

La capacidad de una línea monofásica

$$C = \frac{\pi \epsilon_o}{\ln \left(\frac{d-r}{r} \right)} F / m \quad (2.17)$$

Cuando se tienen conductores trifásicos igualmente espaciados la capacidad de cada línea respecto al neutro hipotético es el doble que la correspondiente a un circuito de dos conductores, es decir

$$\frac{2\pi \epsilon_o}{\ln \left(\frac{d}{r} \right)} F / m \quad (d \gg r) \quad (2.18)$$

En la práctica los conductores raramente se encuentran separados en formación equilátera y puede demostrarse que el valor medio de la inductancia o de la capacidad para cualquier distribución de los conductores puede obtenerse mediante la representación del sistema por otro de una separación equilátera equivalente. La separación equivalente d_{eq} entre conductores viene dada por

$$d_{eq} = \sqrt{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}$$

Con frecuencia están eléctricamente en paralelo dos circuitos trifásicos; si físicamente están bastante separados entre sí, la reactancia de las líneas son idénticas. Sin embargo, cuando los dos circuitos están situados sobre las mismas torres debe tenerse en cuenta la interacción magnética entre ellos. El empleo de conductores en haces, es decir más de un conductor por aislador, reduce la reactancia; también reduce los gradientes de tensión de la superficie del conductor y por lo tanto las pérdidas por efecto corona y las interferencias con la radio.

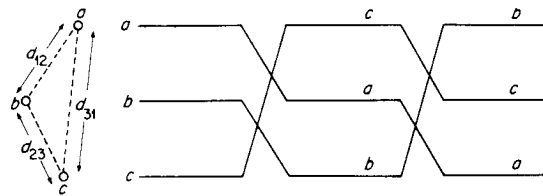


FIG. 2.38. Transposición de conductores.

Cuando existe una separación no simétrica entre conductores, se tiene como resultado inductancias diferentes para cada fase, lo que produce una caída de tensión no equilibrada aun cuando estén equilibradas las corrientes de carga. La tensión o corriente residual o resultante induce tensiones inconvenientes en las líneas de comunicaciones próximas. Esto puede resolverse intercambiando las posiciones de los conductores a intervalos regulares a lo largo de su trayecto, práctica conocida como *transposición* (ver figura 2.38). En la práctica, las líneas están transpuestas rara vez a intervalos regulares y la transposición se lleva a cabo en donde físicamente resulta conveniente, por ejemplo en las subestaciones. En muchos casos el grado de desequilibrio existente sin transposiciones es pequeño y puede despreciarse en el cálculo.

TABLA 2.2(a). Constantes de línea aérea a 50 Hz
(por fase y por milla).

Tensión Número conductores Área sección (pulgada) ²	132 kV		275 kV		400 kV	
	1 ×	1 ×	2 ×	2 ×	2 ×	4 ×
	0,175	0,4	0,175	0,4	0,4	0,4
Resistencia (R)	Ohms	0,25	0,11	0,125	0,055	0,027
Reactancia (X_L)	Ohms	0,66	0,65	0,54	0,52	0,435
Susceptancia ($1/X_C$)	Micro-Mhos	4,72	4,72	5,92	5,92	5,92
Corriente de carga (I_c)	Amps	0,36	0,36	0,94	0,94	1,36
Impedancia de tensión instantánea	Ohms	373	371	302	296	296
Carga natural	MW	47	47	250	255	540
Cociente X_L/R	—	2,6	5,9	4,3	9,5	15,8
Régimen térmico: Tiempo frío (por debajo 10 °C)	MVA	125	180	525	760	1100
Normal (10°-20 °C)	MVA	100	150	430	620	900
Caluroso (por encima 20 °C)	MVA	80	115	330	480	790

Resistencia. Los conductores de líneas aéreas normalmente están formados por un núcleo compuesto por un cable de acero (para tener en cuenta la resistencia mecánica) rodeado por alambres de aluminio que forman el conductor. La resistencia a las frecuencias normales, bien sea como cable o como un solo conductor, es más elevada que la resistencia de corriente continua debida al efecto de capa («skin»); también es importante la influencia del coeficiente de temperatura sobre la resistencia.

TABLA 2.2.(b). Características típicas de las líneas de cables en haz de alta tensión.

Número de subconductores en haz	País	Tensión de línea y número circuitos (entre paréntesis) subconductores	Diámetro de los subconductores mm	Radio de la circunferencia en las que están dispuestos los conductores mm	Resistencia del cable Ω/km	Reactancia inductiva a 50 Hz Ω/km	Susceptancia a 50 Hz $\mu\text{mho}/\text{km}$
1	Japón	275 (2)	27,9	—	0,0744	0,511	3,01
	Canadá	300 (2)	35,0	—	0,0451	0,492	2,33
	Australia	330 (1)	45,0	—	0,0367	0,422	2,78
	URSS	330 (1)	30,2	—	0,065	0,404	2,82
	Italia	380 (1)	50,0	—	0,0294	0,398	2,84
Valor medio (un conductor)					0,048	0,442	2,75
2	Japón	275 (2)	25,3	200	0,0444	0,374	4,35
	Canadá	360 (1)	28,1	229	0,04	0,314	3,57
	Australia	330 (1)	31,8	190,5	0,0451	0,341	3,34
	USA	345 (1)	30,4	228,6	0,0315	0,325	3,55
	Italia	380 (1)	31,5	200	0,0285	0,315	3,57
URSS					0,04	0,321	3,43
Valor medio (dos conductores)					0,0400	0,323	3,58
3	Suecia	380 (1)	31,68	260	0,018	0,29	3,85
	URSS	525 (1)	30,2	230	0,0212	0,294	3,88
4	Alemania	380 (2)	21,7	202	0,0316	0,260	4,3
	Alemania	500 (1)	22,86	323	0,0285	0,272	4,0
	Canada	735 (1)	35,04	323	0,0121	0,279	3,9

TABLA 2.2(c). Parámetros de líneas aéreas U.S.A.
(Con permiso del Edison Electric Institute.)

Tensión de línea (kV)	345	345	500	500	735	735
Conductores por fase separados 18 pulgadas	1	2	2	4	3	4
Clave del conductor	Expanded	Curlew	Chuker	Parakeet	Expanded	Pheasant
Diámetro del conductor (en pulgadas)	1,750	1,246	1,602	0,914	1,750	1,382
Separación entre fase (pies)	28	28	38	38	56	56
DMG (pies)	35,3	35,3	47,9	47,9	70,6	70,6
60 Hz reactancia capacitiva MΩ/millas	$\begin{pmatrix} X_A & 0,3336 \\ X_D & 0,4325 \\ X_A + X_D & 0,7661 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1677 \\ 0,4325 \\ 0,6002 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1529 \\ 0,4694 \\ 0,6223 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0584 \\ 0,4694 \\ 0,5278 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0784 \\ 0,5166 \\ 0,5950 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0456 \\ 0,5166 \\ 0,5622 \end{pmatrix}$
60 Hz reactancia inductiva Ω/milla	$\begin{pmatrix} X'_A & 0,0777 \\ X'_D & 0,1057 \\ X'_A + X'_D & 0,1834 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0379 \\ 0,1057 \\ 0,1436 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0341 \\ 0,1147 \\ 0,1488 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0126 \\ 0,1147 \\ 0,1273 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0179 \\ 0,1263 \\ 0,1442 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0096 \\ 0,1263 \\ 0,1359 \end{pmatrix}$
Zo (Ω)	374,8	293,6	304,3	259,2	292,9	276,4
Carga natural MVA	318	405	822	965	1844	1955
Resistencia del conductor con c.c. a 25 °C (Ω/milla)	0,0644	0,0871	0,0510	0,162	0,0644	0,0709
Resistencia del conductor con c.a. (60 Hz) a 50 °C (Ω/milla)	0,0728	0,0979	0,0599	0,179	0,0728	0,0805

X_A = Componente de la reactancia inductiva debida al flujo dentro de un radio de un pie.

X_D = Componente debida a las otras fases.

Reactancia total por fase = $X_A + X_D$.

$$X_A = 0,2794 \log_{10} \left(\frac{1}{[N(GMR)(A)^{N-1}]^{1/N}} \right) \Omega/\text{milla}$$

$$X_D = 0,2794 \log_{10} (GMD) \Omega/\text{milla}$$

X'_A y X'_D se definen de modo semejante para reactancia capacitiva y

$$X'_A = 0,0683 \log_{10} \left(\frac{1}{[Nr(A)^{N-1}]^{1/N}} \right) \text{M}\Omega\text{-millas}; X'_D = 0,0683 \log_{10} (GMD) \text{M}\Omega\text{-millas}.$$

RMG = Radio medio geométrico en pies.

DMG = Diámetro medio geométrico en pies.

N = Número de conductores por fase.

$A = S/2 \sin(\pi/N)$; $N > 1$.

$A = 0$; $N = 1$.

S = Separación entre cables en pies.

r = Radio del conductor en pies.

La resistencia de pérdidas es normalmente despreciable para la mayor parte de los cálculos y es muy difícil hallar su valor debido a su dependencia con el ambiente climático. Esta resistencia representa el efecto combinado de todos los diversos trayectos posibles desde la línea hasta tierra. El trayecto principal es el que representa la superficie de los aisladores de la línea, cuya resistencia depende de las condiciones en que se encuentren dichas superficies. Ésta varía considerablemente de acuerdo con su posición; en áreas industriales existirán capas de polvo y hollín mientras que en distritos costeros se producen depósitos de sales. Los paratapas aislantes de entrada de los interruptores de los circuitos y transformadores forman otros trayectos posibles de pérdidas. Las pérdidas en las líneas de 132 kV varían entre 0,2 y 0,7 kW por kilómetro. La tabla 2.2(a) da los parámetros para diversos circuitos de líneas aéreas para las tensiones de línea que se utilizan en Inglaterra,

mientras que la tabla 2.2(b) da los valores para las líneas internacionales y la tabla 2.2(c) para las correspondientes a los Estados Unidos.

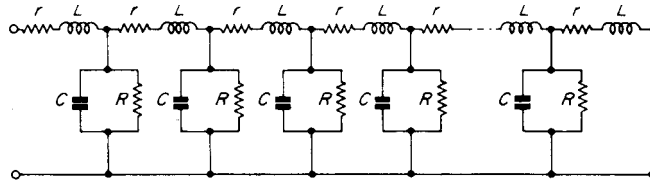


FIG. 2.39. Representación de una línea de constantes distribuidas: L = autoinducción línea a neutro por unidad de longitud, r = resistencia de c.a. por unidad de longitud, C = capacidad línea a neutro por unidad de longitud, R = resistencia de pérdidas por unidad de longitud.

2.11. Representación de las líneas

La manera como se representan las líneas y los cables depende muchísimo de su longitud y de la exactitud exigida. Existen tres clasificaciones amplias de longitud: corta, media y larga. La línea o cable real es un circuito de constantes repartidas, es decir tiene resistencia, inductancia, capacidad y perditancia distribuidas por igual a lo largo de su longitud como se ve en la figura 2.39. Excepto en el caso de líneas largas, la resistencia, inductancia, capacidad y resistencia de pérdidas totales de la línea se suponen concentradas para dar un circuito de constantes concentradas.

Línea corta (hasta 80 km)

La figura 2.40 muestra el circuito equivalente y se observará que se han despreciado tanto las capacidades como la resistencia de pérdidas en paralelo. Las constantes de la red de cuatro terminales son

$$A=1, B=Z, C=0 \text{ y } D=1$$

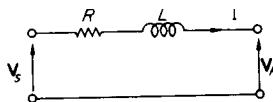


FIG. 2.40. Circuito equivalente de una línea corta; representación en condiciones de tres fases equilibradas.

La caída de tensión a lo largo de una línea es importante y se define la *regulación* como

$$\frac{\text{tensión recibida sin carga} - \text{tensión recibida con carga}}{\text{tensión recibida con carga}(V_R)}$$

Debe señalarse que si I está adelantando en fase a V_R , es decir si la carga es capacitiva, entonces $V_R > V_S$ como se ve en la figura 2.41.

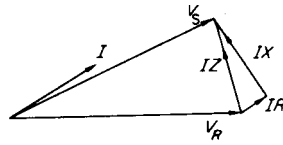


FIG. 2.41. Diagrama fasorial para una línea corta con carga en adelanto.

Líneas de longitudes medias (hasta 240 km)

Debido a la longitud creciente se incluye ahora la capacitancia shunt para formar una red en π o en T. Los circuitos se indican en la figura 2.42.

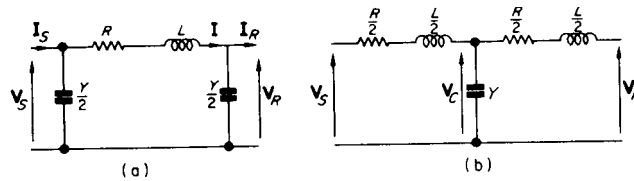


FIG. 2.42. a) Línea de longitud media, circuito equivalente en π ; b) Línea de longitud media; circuito equivalente en T.

De estas dos versiones la representación en quizás es de uso más general pero existe poca diferencia en cuanto a exactitud entre ambas. En el caso de la red π ;

$$V_S = V_R + IZ; \quad I = I_R + V_R \frac{Y}{2}; \quad I_S = I + V_S \frac{Y}{2}$$

de donde se obtienen V_S e I_S en función de V_R e I_R dando las constantes siguientes;

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2}, \quad B = Z \quad \text{y} \quad C = \left(1 + \frac{ZY}{4}\right)Y$$

Análogamente en el caso de la red en T;

$$V_S = V_C + \frac{ZI_S}{2}; \quad V_C = V_R + \frac{ZI_R}{2}; \quad I_S = I_R + V_C Y,$$

Resultando

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2}, \quad B = \left(1 + \frac{ZY}{4}\right)Z \quad \text{y} \quad C = Y$$

Línea larga (superior a 240 km)

Aquí el estudio supone que los parámetros están repartidos. Las variaciones de tensión y de corriente en una longitud elemental Δx de la línea, situada a x metros del extremo desde

donde se envía la energía, están determinadas y las condiciones correspondientes a la línea completa se obtienen por integración. Sea R = resistencia/unidad longitud

L = inductancia/unidad longitud

G = perditancia/ unidad longitud

C = capacidad/unidad longitud

z = impedancia/unidad longitud

y = admitancia en paralelo/unidad longitud

Z = impedancia en serie total de la línea

Y = admitancia en paralelo total de la línea

La tensión y corriente a x metros del extremo que suministra la energía vienen dadas por

$$\begin{aligned} V_x &= V_s \cosh Px - I_s Z_0 \sinh Px \\ I_x &= I_s \cosh Px - \frac{V_s}{Z_0} \sinh Px \end{aligned} \quad (2.19)$$

En donde

$$\begin{aligned} P &= \text{Constante de propagación} = (\alpha + j\beta) \\ P &= \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \sqrt{z \cdot y} \end{aligned}$$

y

Z_0 = Impedancia característica

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

Z_0 es la impedancia de entrada de una longitud infinita de la línea; de aquí que si cualquier línea está terminada en Z_0 , su impedancia de entrada es también Z_0 .

La constante de propagación P representa las variaciones que se producen en la onda transmitida cuando avanza a lo largo de la línea. α mide la atenuación y β el desplazamiento de fase angular. Con una línea libre de pérdidas, $P = j\omega \sqrt{LC}$ y $\beta = \omega \sqrt{LC}$. Con una velocidad de propagación de 3×10^5 km/s la longitud de onda de la tensión y corriente transmitidas a 50 Hz es 6000 km. Así pues las líneas son mucho más cortas que la longitud de onda de la energía transmitida.

Normalmente se exigen condiciones en la carga, cuando $x = l$ en las ecuaciones 2.19.

$$\begin{aligned} \therefore \quad V_r &= V_s \cosh Pl - I_s Z_0 \sinh Pl \\ I_r &= I_s \cosh Pl - \frac{V_s}{Z_0} \sinh Pl \end{aligned} \quad (2.21)$$

e igualmente

$$\begin{aligned} \therefore \quad V_s &= V_r \cosh Pl + I_r Z_0 \sinh Pl \\ I_s &= I_r \cosh Pl + \frac{V_r}{Z_0} \sinh Pl \end{aligned} \quad (2.22)$$

Los parámetros de la red equivalente de cuatro terminales son, por lo tanto,

$$\begin{aligned} A &= D = \cosh \sqrt{ZY} \\ B &= \sqrt{\frac{Z}{Y}} \sinh \sqrt{ZY} \\ C &= \sqrt{\frac{Y}{Z}} \sinh \sqrt{ZY} \end{aligned}$$

El modo más sencillo de tratar estas funciones hiperbólicas es utilizar la serie apropiada.

$$\begin{aligned} A &= \cosh \sqrt{ZY} = 1 + \frac{YZ}{2} + \frac{Y^2 Z^2}{24} + \frac{Y^3 Z^3}{720} \\ B &= Z \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} + \frac{Y^3 Z^3}{5040} \right) \\ C &= Y \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} + \frac{Y^3 Z^3}{5040} \right) \end{aligned}$$

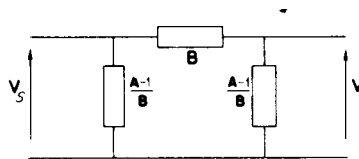


FIG. 2.43. Circuito equivalente para representar exactamente las condiciones terminales de una línea larga.

Normalmente no se necesitan más de tres términos y en el caso de líneas (aéreas) menores de 500 km de longitud las expresiones siguientes de las constantes son aproximadamente válidas

$$A = D = 1 + \frac{YZ}{2}, \quad B = Z \left(1 + \frac{YZ}{6} \right), \quad C = Y \left(1 + \frac{YZ}{6} \right)$$

Un circuito equivalente exacto para la línea larga puede expresarse en la forma de la sección n indicada en la figura 2.43. La aplicación de las leyes de los circuitos sencillos mostrarán que este circuito satisface las ecuaciones correctas de la red de cuatro terminales.

Si sólo se utiliza el primer término de los desarrollos, $B = Z$ y $\frac{A-1}{B} = \frac{Y}{2}$ es decir la representación π de media longitud. La figura 2.43 es exacta sólo para las condiciones en los extremos de la línea; si han de estudiarse los puntos intermedios, deberán utilizarse las ecuaciones completas.

Ejemplo 2.4. Los conductores de una línea aérea de 3,3 kV y 1 milla de largo están en formación horizontal siendo 30 pulgadas la distancia entre sus centros. El diámetro efectivo de los conductores es 0,138 pulgadas. La resistencia por milla de los conductores es 0,66 Ω . Calcular la inductancia de la línea respecto al neutro de dicha línea. Si la tensión en el extremo de envío es 3,3 kV y la carga de 1 MW con un factor de fase 0,8 en retraso,

calcular la tensión en las barras de distribución, la pérdida de potencia en la línea y el rendimiento del transporte.

Solución. La separación equilateral equivalente viene dada por

$$d_e = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}$$

En este caso

$$d_e = \sqrt[3]{30 \times 30 \times 60} = 30\sqrt[3]{2} = 37,8 \text{ pulgadas}$$

La inductancia (línea respecto al neutro) =

$$\begin{aligned} &= \frac{\mu_0}{2 \times 4\pi} \left[1 + 4 \ln \left(\frac{d-r}{r} \right) \right] H/m \\ &= \frac{4\pi}{10^7 \times 2 \times 4\pi} \left[1 + 4 \ln \left(\frac{37,8 - 0,069}{0,069} \right) \right] H/m \\ &= \frac{1}{2 \times 10^7} \left(\frac{26,21}{1} \right) H/m \end{aligned}$$

Inductancia total

$$= 1,0 \times 5280 \times 0,3048 \times \frac{13,105}{10^7} = 0,00212 \text{ H}$$

Reactancia inductiva

$$= 2\pi fL = 2\pi \times 60 \times 0,00212 = 0,66 \Omega$$

La línea está comprendida evidentemente en la categoría de corta y se estudiará de acuerdo con ella.

La carga puede expresarse por

$$P = 1 \text{ MW}, \quad Q = 0,75 \text{ MVar.}$$

La carga puede representarse mediante una impedancia en paralelo equivalente en cuyo caso P y Q son proporcionales a V_R^2 . Si P y Q son constantes independientemente de V_R , deberá utilizarse un procedimiento iterativo. Este último será el que utilizaremos ahora. Como se desconoce la tensión en la carga, se admitirá la tensión nominal de 3,3 kV para obtener la corriente. La corriente es entonces,

$$\frac{10^6}{\sqrt{2} \times 3300 \times 0,8} = 218 \angle (-\cos^{-1} 0,8 \text{ A})$$

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_R + \mathbf{I}\mathbf{Z}$$

$$\frac{3300}{\sqrt{3}} = \mathbf{V}_R + (218 \times 0,8 - j218 \times 0,6)(0,66 + j0,66)$$

$$= \mathbf{V}_R + 115,0 + 86,7 + j(115,0 - 86,7)$$

$$1900 = \mathbf{V}_R + 201,7 + j28,3$$

$$\mathbf{V}_R = 1698,3 - j28,3$$

$$\mathbf{V}_R = 1698 \text{ con un desplazamiento de fase despreciable}$$

Un método más rápido sería emplear,

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{RP + XQ}{V_R} \\ &= \frac{1/3 \times 0,66 \times 10^6 + 1/3 \times 0,66 \times 0,75 \times 10^6}{1900} = \frac{385}{1,9} = 202 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore \mathbf{V}_R = 1900 - 202 = 1698 \text{ V}$$

Sin embargo, como la carga es de 1 MW en el extremo receptor, deberá volverse a calcular I y repetirse el proceso anterior. Como el método aproximado es mas conveniente, será el que utilizaremos.

$$\Delta V' = \frac{385}{1,698} = 227 \text{ V}$$

$$\mathbf{V}'_R = 1900 - 227 = 1673 \text{ V}$$

Volviendo a realizar el procedimiento iterativo,

$$\Delta V'' = \frac{385}{1,673} = 230 \text{ V}$$

$$\mathbf{V}''_R = 1900 - 230 = 1670 \text{ V}$$

y de nuevo

$$\Delta V''' = \frac{385}{1,670} = 2230 \text{ V}$$

Por consiguiente el valor final de $\mathbf{V}_R$ es 1670 V.

$\mathbf{V}_R$ puede obtenerse analíticamente sin recurrir a procedimientos iterativos pero su cálculo es mas largo. El tipo de carga de este problema, en que P y Q permanecen constantes con independencia de la tensión, se denomina *rígida*.

Las pérdidas de la línea son $= I^2 R = 218^2 \times 0,66$ por fase
 $= 94 \text{ kW}$ para las tres fases

Rendimiento del transporte =

$$= \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de salida} + \text{pérdidas}} = \frac{1000}{1000 + 96} \times 100 \text{ por ciento} = 91,4 \text{ por ciento}$$

Ejemplo 2.5. Una línea de transporte trifásica tiene 300 millas de longitud y 275 kV de tensión para una corriente nominal de 840 A. Los valores de la resistencia, inductancia y susceptancia por fase y por milla son de 0,125 Ω , 1,7 mH y 5,92 μmhos , respectivamente. La tensión en el extremo receptor es 275 kV cuando se transporta la carga plena, con un factor de potencia de 0,85 en retraso. Calcular la tensión en el origen.

Para resolver este problema se utilizarán tanto los métodos de línea larga como el modelo en π .

Solución. (a) La sección en π equivalente se indica en la figura 2.42.

$$\mathbf{Z} = R + jX$$

en donde

$$R = 300 \times 0,125 = 37,5 \Omega$$

$$X = 300 \times 2\pi \times 50 \times \frac{1,7}{1000} = 160 \Omega$$

La resistencia de pérdidas es infinita.

$$I_R = 840 \text{ A, factor de potencia } 0,85 \text{ en retraso} \\ = (720 - j436) \text{ A}$$

$$I_L = (720 - j436) + \left(\frac{275 \times 10^3}{\sqrt{3}} \times \frac{j1776}{2 \times 10^6} \right) \\ = 720 - j436 + j141 \\ = 720 - j295 \text{ A}$$

$$I_L Z_1 = (720 - j295)(37,5 + j160) \\ = 74300 + j104100$$

$$\therefore V_S = 159000 + 74300 + j104100 \\ V_S = 256 \text{ kV}$$

Tensión de la línea en el origen

$$\sqrt{3} \times 256 \text{ kV} = 443 \text{ kV}$$

A partir de las ecuaciones correspondientes a las líneas largas,

$$\mathbf{A} = \mathbf{D} = \cosh \sqrt{\mathbf{ZY}}$$

$$B = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \sinh \sqrt{ZY}$$

$$C = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \sinh \sqrt{ZY}$$

Utilizando el desarrollo en serie apropiado

$$A = D = 1 + \frac{YZ}{2} + \frac{Y^2 Z^2}{24}$$

$$YZ = (j1776 \times 10^{-6})(37,5 + j160) = -0,284 + j0,0666$$

$$(Y^2 Z^2) = 0,0807 - 0,00444 - j0,0375 = 0,08514 - j0,0378$$

$$A = D = 1 + -0,142 + j0,0333 + 0,0035 - j0,001575$$

$$= 1 - 0,1385 + j0,031725 = 0,8615 + j0,0317$$

$$B = Z \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} \right)$$

$$= (37,5 + j160)(1 - 0,0463 + j0,0108)$$

$$= 33,97 + j152,9$$

$$C = Y \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2 Z^2}{120} \right)$$

$$= j \frac{1776}{10^6} (0,954 + j0,0108)$$

$$= (-19,2 + j1693) 10^{-6}$$

$$V_s = AV_R + BI_R$$

$$I_s = CV_R + DI_R$$

De donde

$$V_s = (0,8165 + j0,0317)(159000) + (33,97 + j152,9)(720 - j436)$$

$$= 221100 + j100250$$

$$V_s = 243 \text{ kV (fase)}$$

Se ve que el empleo del modelo en π da un valor para V_s que es aproximadamente un 5 por ciento más elevado. Este error es grande y deberá utilizarse el método de resolución de línea larga. Sin embargo, es evidente que se incurre en un error pequeño con el empleo de sólo dos términos de la serie en lugar de tres, es decir $(1 + YZ/2)$ y $(1 + YZ/6)$ reduciendo así el trabajo necesario. Sin embargo, la línea es muy larga y estas longitudes no son normales excepto en esquemas hidroeléctricos de los Estados Unidos, Suecia y Rusia. En Gran Bretaña las líneas más largas utilizadas son del orden de 100 millas de longitud y el empleo de la descripción en π nominal daría resultados razonables.

La caída de tensión a lo largo de la línea es $(243-159)$, es decir 84 kV, dando una regulación del 34,6 por ciento. Esta es una caída de tensión muy grande y no puede tolerarse en la práctica, especialmente teniendo en cuenta que el margen de los transformadores reguladores de tensión es normalmente sólo de un 15 por ciento. En la

práctica una línea de este tipo incorporaría normalmente condensadores en serie para reducir la reactancia en serie y se incrementaría el factor de potencia de la corriente de carga desde 0,9 en retraso hasta casi la unidad, mediante el empleo de condensadores en shunt o compensadores síncronos en el extremo receptor.

Carga natural

A la impedancia característica Z_0 se la conoce también como impedancia de tensión instantánea. Cuando una línea se termina en su impedancia característica, a la potencia suministrada se la denomina carga natural. En el caso de una línea libre de pérdidas en condiciones de carga natural la potencia reactiva absorbida por la línea es igual a la potencia reactiva generada, es decir

$$\frac{V^2}{X_C} = I^2 X_L$$

$$\frac{V}{I} = Z_0 = \sqrt{(X_L X_C)} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Con esta carga V e I están en fase a lo largo de la línea y se obtienen las condiciones de transmisión óptimas; en la práctica sin embargo las impedancias de cargas son rara vez del orden de Z_0 . Los valores de Z_0 para varias tensiones de líneas son del orden siguiente, figurando entre paréntesis los valores de las cargas naturales correspondientes:

$$132 \text{ kV}, 150 \, \Omega \text{ (50 MW)}; 275 \text{ kV}, 315 \, \Omega \text{ (240 MW)};$$

$$380 \text{ kV}, 295 \, \Omega \text{ (490 MW)}.$$

El ángulo de la impedancia varía entre 0 y -15° . En caso de cables subterráneos Z_0 es aproximadamente la décima parte del valor correspondiente a la línea aérea.

2.12. Parámetros de los cables subterráneos

En cables con tres conductores contenidos dentro de protecciones de plomo o aluminio el campo eléctrico establecido tiene componentes tangenciales respecto a las capas de los aislantes de papel impregnados en cuya dirección la resistencia del dieléctrico es reducida. Por consiguientes, a tensiones por encima de 11 kV, se apantalla separadamente cada conductor (tipo Höchstadter) para asegurar sólo una tensión radial a través del papel. Se calcula fácilmente la capacidad de los cables de tres conductores en que cada uno de ellos está apantallado individualmente. En el caso de cables no apantallados de tres conductores, hay que recurrir a datos de proyecto empíricos. En las figuras 2.44a y 2.44b se muestran cortes de cable de alta tensión típicos. La capacidad (C) de los cables de un solo conductor puede calcularse a partir de los datos de proyecto mediante el empleo de la fórmula

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(R/r)} \quad (2.23)$$

en donde r y R son los radios interno y externo del dieléctrico y ϵ_r es la permitividad relativa del dieléctrico, normalmente del orden de 3,5. Esta expresión es también válida para los cables de tres conductores en los que cada uno de ellos está apantallado por separado

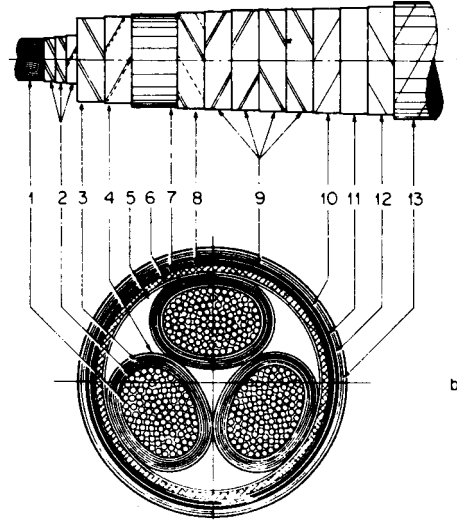


FIG. 2.44. Cable típico relleno de gas; 1, conductor; 2, blindaje del conductor; 3, dieléctrico; 4, blindaje del dieléctrico; 5, relleno de yute; 6, sistema de ligadura; 7, funda de plomo; 8, cintas tejidas con alambre de cobre; 9, cintas de refuerzo; 10, cintas de algodón alquitranado; 11, funda de goma; 12, cinta impregnada de carbón; 13, cintas de arpillera; a, un solo núcleo, 132 kV; b, 3 núcleos, 33 kV. (Con permiso de Institution of Electrical Engineers.)

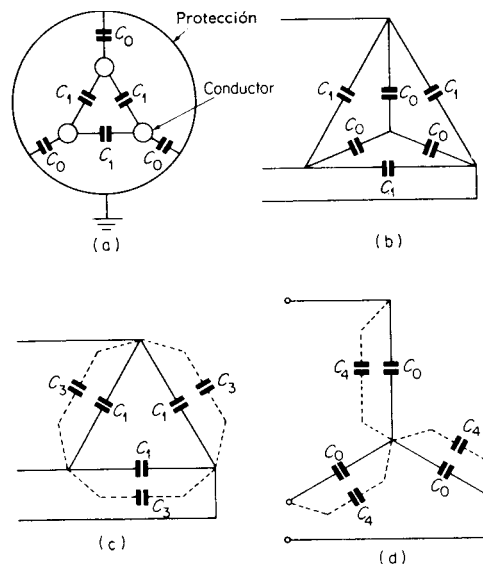


FIG. 2.45. Capacidades en un cable de tres núcleos.

Las diversas capacidades presentes en cables de tres conductores no apantallados pueden representarse como se indica en la figura 2.45, en la que la capacidad de conductor a conductor es C_1 y la capacidad de conductor a la protección es C_0 . En la figura 2.45b se

indica el circuito equivalente y en (c) y (d) se muestran los circuitos obtenidos por transformaciones estrella-triángulo o triángulo-estrella. El valor de C_3 es,

$$C_3 = \frac{C_0}{3}$$

y de modo semejante $C_4 = 3C_1$. La combinación en paralelo de C_4 y C_0 da el valor de la capacidad del cable de la línea equivalente respecto al neutro. C_0 y C_1 pueden medirse del modo siguiente. Se cortocircuitan los tres conductores y se mide la capacidad entre ellos y la protección; esta medida nos da $3C_0$; a continuación se mide la capacidad entre dos conductores estando conectado el tercero a la protección. Se demuestra fácilmente que el valor medido es ahora $C_1 + [(C_0 + C_1)/2]$; de aquí se obtienen C_0 y C_1 .

Debido a la simetría del cable los valores de C y L de la secuencia directa de fases son los mismos que los valores de la secuencia inversa de fases (es decir para una rotación de fases inversa). La resistencia e inductancia en serie están complicadas por la interacción magnética entre el conductor y la protección (ver capítulo 8). En el caso de un cable monofásico puede demostrarse que la reactancia del conductor viene dada por,

$$2\omega \left(2 \ln \frac{d}{r} + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-7} \Omega / \text{metro}$$

en donde

d = separación entre ejes de conductores

r = radio del conductor macizo

En las referencias 1 y 2 se dan los valores correspondientes a los circuitos trifásicos de cable de un conductor aislado o de tres conductores apantallados.

La resistencia efectiva de los conductores es la resistencia de corriente continua modificada por los factores siguientes: el efecto skin en el conductor; las corrientes parásitas o de Foucault inducidas por los conductores adyacentes (efecto de proximidad); la resistencia equivalente que explica las pérdidas I^2R en la protección. La determinación de estos efectos es complicada y se estudia más adelante en el capítulo 8.

TABLA 2.3. Constantes de cables subterráneos a 50 Hz
(por milla).

		132 kV		275 kV		400 kV
Tamaño	pulg ²	0,55	1,00	1,50	1,75	3,00
Valor nominal (g suelo = 120 °C cm/W)	A	550	870	1 100	1 100	1 600
	MVA	125	200	525	525	1 100
Resistencia (R) a 85 °C	Ohm	0,104	0,056	0,040	0,033	0,021
Reactancia (X_L)	Ohm	0,206	0,222	0,352	0,216	0,352
Corriente de carga (I_c)	A	12,7	17,2	25,3	28,2	38,4
Razón X_L/R		2,0	4,0	8,8	6,6	16,8

Una vez determinados los parámetros del cable se utilizan los mismos circuitos equivalentes que en el caso de las líneas aéreas, teniendo bien en cuenta la selección del modelo correcto, apropiado para la longitud del cable. Debido a la elevada capacidad de los cables, la corriente de carga, especialmente en tensiones elevadas, es un factor importante para decidir la longitud permisible que hay que utilizar. La tabla 2.3 da las corrientes de carga para diversos cables e indica la limitación severa de longitud para instalaciones de tensión muy elevada.

2.13. Transformadores

El circuito equivalente de una fase de un transformador referido al arrollamiento primario se indica en la figura 2.46. Las resistencias y reactancias pueden encontrarse a partir de los bien conocidos ensayos en circuito abierto y en cortocircuito. En ausencia de información completa de cada arrollamiento, puede admitirse que los dos brazos de la red en T poseen la mitad de la impedancia total del transformador. Además la pérdida de exactitud es pequeña si se transfiere la rama en shunt a los terminales de entrada formando un circuito serie simple.

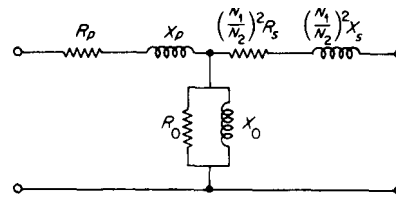


FIG. 2.46. Circuito equivalente de un transformador de dos arrollamientos.

Desplazamientos de fase en los transformadores trifásicos

Consideremos el transformador indicado en la figura 2.47a. Se toman como referencia las fases rojas en ambos lados y el cociente de transformación es $1:N$. Los diagramas de fasores correspondientes se indican en la figura 2.47b. Aunque no se dispone de ningún punto neutro en la conexión en triángulo, las tensiones efectivas desde la línea a la tierra se designan por $E_{R'n}$, $E_{Y'n}$ y $E_{B'n}$.

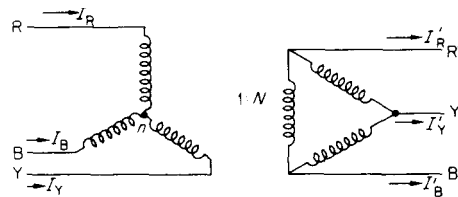
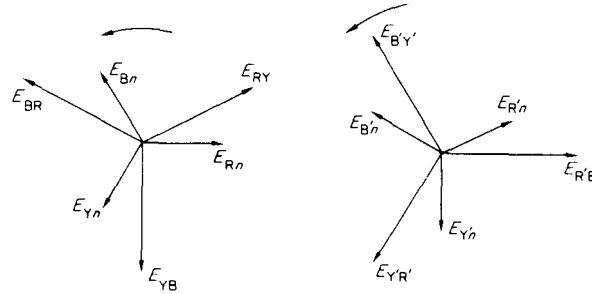


FIG. 2.47a. Transformador estrella-triángulo con relación de espiras $1:N$.

FIG. 2.47b. Diagramas de fasores correspondientes (tomando N como 1).

Comparando los dos diagramas de fase, se comprueba que se obtienen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} E_{R'n} &= \text{tensión línea - tierra en la parte de triángulo} \\ &= NE_{Rn} \angle 30^\circ \end{aligned}$$

es decir la secuencia positiva o tensión equilibrada normal de cada fase está avanzada en 30° . Análogamente, puede demostrarse que las corrientes de la secuencia positiva están avanzadas también en 30° .

Por consideración de los diagramas de fasores de secuencia de fase negativa (éstos son fasores con rotación invertida, es decir, $R-B-Y$) se demuestra fácilmente que las corrientes y tensiones de fase están desplazadas en -30° . Cuando se utiliza el sistema por unidad, no aparece directamente la razón de transformación en los cálculos. En los transformadores conectados en estrella-estrella y triángulo-triángulo no existen desplazamientos de fases; de aquí que los transformadores que reúnen estas condiciones y aquellos con conexiones estrellatriángulo no deben conectarse en paralelo.

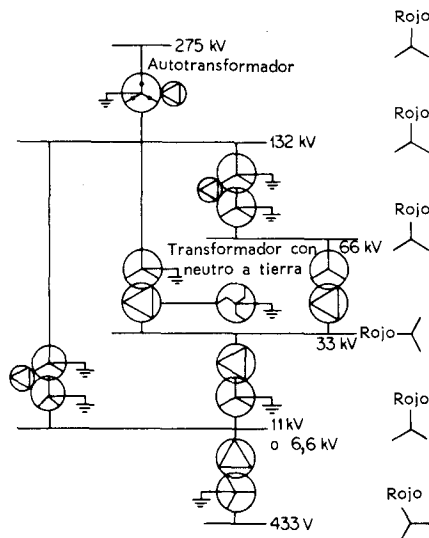


FIG. 2.48. Desplazamientos de fase típicos en un sistema de potencia.

Si se hace esto se introduce una tensión resultante que actúa en el circuito local formado por las impedancias normalmente bajas del transformador. En la figura 2.48 se muestra la práctica general en las redes inglesas respecto a transformadores con desplazamiento de fase. Se ve que la dirección del fasor de referencia es diferente a distintos niveles de tensión. Los desplazamientos de fase mayores de 30° se obtienen por una adecuada combinación de las conexiones de los arrollamientos. Se instalan arrollamientos terciarios o tercer arrollamiento, para dar una corriente de emergencia suficiente para hacer funcionar los equipos de protección y para proporcionar un camino a las corrientes del tercer armónico.

Transformadores de tres arrollamientos.

Muchos transformadores utilizados en los sistemas de potencia tienen tres arrollamientos por fase, conociéndose el tercer arrollamiento con el nombre de terciario. Este tipo puede representarse en condiciones trifásicas equilibradas mediante un circuito equivalente monofásico de tres impedancias conectadas en estrella como se ve en la figura 2.49. Los valores de las impedancias equivalentes Z_p , Z_s y Z_t pueden obtenerse mediante ensayos. Se admite que las corrientes en ausencia de carga son despreciables.

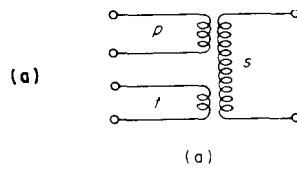


FIG. 2.49. Transformador con tres arrollamientos.

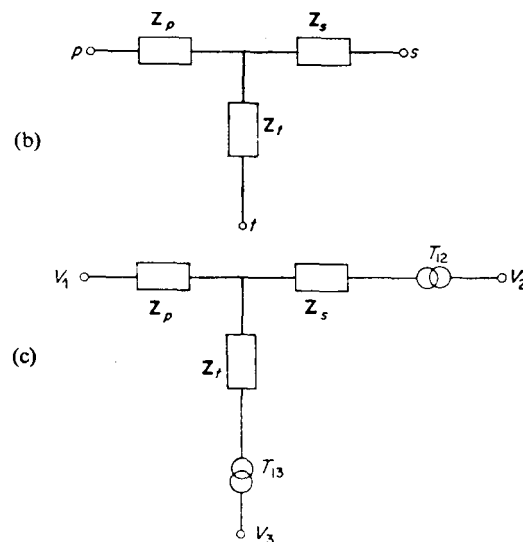


FIG. 2.49b y c. Circuitos equivalentes.

Sea

- Z_{ps} = Impedancia del primario cuando el secundario está cortocircuitado y el terciario abierto;
 Z_{pt} = Impedancia del primario cuando el terciario está cortocircuitado y el secundario abierto;
 Z_{st} = Impedancia del secundario cuando el terciario está cortocircuitado y el primario abierto.

Las impedancias anteriores están en ohms referidas a la misma base de tensión. De aquí que,

$$\begin{aligned}
 Z_{ps} &= Z_p + Z_s \\
 Z_{pt} &= Z_p + Z_t \\
 Z_{st} &= Z_s + Z_t
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 Z_p &= \frac{1}{2}(Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st}) \\
 Z_s &= \frac{1}{2}(Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt}) \\
 Z_t &= \frac{1}{2}(Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps})
 \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Debe señalarse que el punto neutro de la estrella de la figura 2.49b es puramente ficticio y que el diagrama es un circuito equivalente monofásico. En la mayor parte de los transformadores grandes el valor de Z_s es muy pequeño y puede ser negativo. Todas las impedancias deben referirse a bases comunes de potencia y de tensión. En la figura 2.49c se indica el circuito equivalente completo.

Autotransformadores. El autotransformador simétrico puede estudiarse del mismo modo que los transformadores de dos y tres arrollamientos. Este tipo de transformador es ventajoso principalmente cuando la relación de transformación es pequeña y se utiliza ampliamente para la interconexión de las redes de suministro que trabajan a diferentes tensiones, por ejemplo 275 kV a 132 kV. El punto neutro está unido a masa, es decir conectado directamente a tierra sin la intervención de ninguna resistencia.

Transformadores conectados a tierra. Un método para proporcionar un punto de conexión a tierra o neutro en un suministro que se deriva de un transformador conectado en triángulo puede obtenerse mediante el empleo de un transformador en zig-zag del tipo que se muestra esquemáticamente en la figura 2.48. Por la interconexión de dos arrollamientos en cada rama se obtiene un nudo a potencial cero.

Armónicos. Debido a la no linealidad de las características magnetizantes de los transformadores la forma de onda de la corriente se ve distorsionada y, por lo tanto, contiene armónicos; éstos fluyen a través de las impedancias del sistema y establecen tensiones armónicas. En los transformadores con arrollamientos conectados en triángulo, los armónicos tercero y noveno circulan a lo largo del triángulo y son menos evidentes en la corriente de la línea. Otra fuente de armónicos es una carga de rectificación.

En ocasiones el contenido en armónicos puede resultar importante debido principalmente a la posibilidad de resonancia que se presenta en los sistemas, por ejemplo se han producido resonancias con los quintos armónicos. Además, los componentes del tercer armónico están en fase en los tres conductores de una línea trifásica y si existe un trayecto de retorno estas corrientes se suman y producen interferencias en los circuitos de comunicaciones próximos. Cuando se analizan sistemas con armónicos es suficiente utilizar valores normales para la inductancia en serie y la capacidad en paralelo; el efecto sobre la resistencia es más difícil de asegurar: sin embargo, normalmente sólo se exige para señalar la presencia de armónicos y la posibilidad de resonancia.

Transformadores con tomas. Un método de controlar las tensiones en una red se basa en el empleo de transformadores en los que la relación de vueltas puede cambiarse. En la figura 2.50a se muestra un diagrama esquemático de un cambiador en el que se modifica el contacto en ausencia de carga; sin embargo, esto exige la desconexión del transformador cuando ha de variarse la toma. Ahora la mayor parte de los transformadores tienen conmutación en carga, cuya forma básica se indica en la figura 2.50b. En la posición indicada, la tensión es un máximo y la corriente se divide igualmente en las dos mitades de la bobina R dando un flujo resultante cero y una impedancia mínima. Para reducir la tensión, se abre S_1 y la corriente total pasa a través de la otra mitad de la reactancia. Se mueve entonces el interruptor selector B hacia el contacto próximo y se cierra S_1 . Ahora fluye una corriente circulante en R superpuesta a la corriente de carga. A continuación, se abre S_2 y se mueve C al contacto siguiente; se cierra entonces S_2 y la operación se completa. Se necesitan seis operaciones de interruptor para una modificación de la posición del contacto.

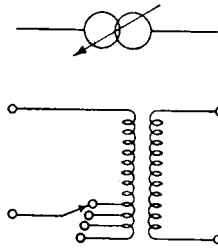


FIG. 2.50a. Transformador con tomas de regulación.

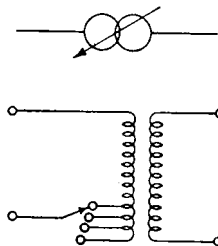


FIG. 2.50a. Transformador con tomas de regulación.

La variación de tensión entre los contactos suele ser el 1,25 por ciento de la tensión nominal. Esta variación tan pequeña es necesaria para evitar grandes perturbaciones de tensión en las barras de distribución de los consumidores. En la figura 2.51 se muestra un diagrama de bloques esquemático del sistema de variación por conmutación en carga. Se utiliza el compensador de caída de la línea (C.C.L.) para tener en cuenta la caída de tensión

a lo largo del alimentador hasta el punto de carga, de modo que la tensión de carga real es vista y corregida por el transformador. El margen total de regulación varía con el empleo del transformador, siendo un número típico para transformadores conectados a los generadores de +2 a -16 por ciento en 18 escalones.

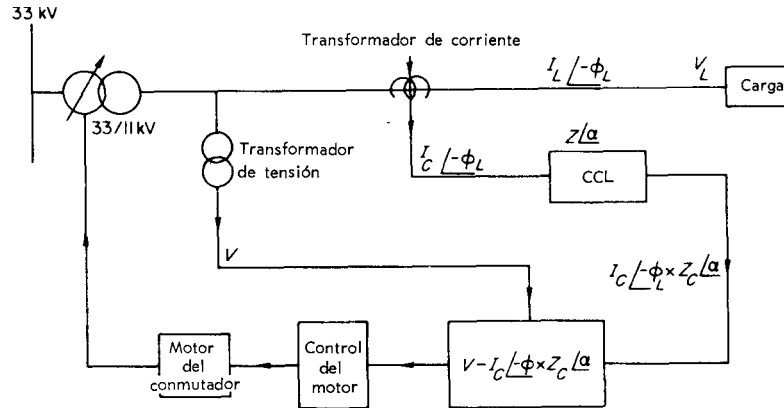


FIG. 2.51. Diagrama esquemático de un sistema de control para un transformador con regulación en carga, incorporando *compensación por caída de línea* (CCL).

Parámetros típicos de los transformadores. La reactancia de pérdida de los transformadores con dos arrollamientos aumenta ligeramente con su valor nominal para una tensión determinada, por ejemplo del 3,2 por ciento para 20 kVA hasta 4,3 por ciento para 500 kVA a 11 kV. En el caso de tamaños mayores como por ejemplo 20 MVA y aun más, un valor típico es el 10 por ciento para todas las tensiones. En el caso de autotransformadores las impedancias son normalmente menores que para los arrollamientos dobles. Los parámetros correspondientes a transformadores grandes son del tipo siguiente:

- (a) Autotransformadores de 400/775 kV, 500 MVA, 12 por ciento de impedancia, margen de interconexiones de +10 a -20 por ciento;
- (b) 400/132 kV doble arrollamiento, 240 MVA, 20 por ciento de impedancia, margen de las conexiones de +5 a -15 por ciento.

Ejemplo 2.6. Se conectan en paralelo dos transformadores trifásicos de 275/66/11 kV y sus arrollamientos se emplean del modo siguiente:

El arrollamiento de 11 kV suministra la alimentación necesaria a un compensador síncrono (es decir, un motor síncrono sin carga mecánica);

El arrollamiento de 66 kV alimenta a una red; el arrollamiento de 275 kV se conecta al sistema de transporte primario. Los datos de los arrollamientos son los indicados a continuación.

El diagrama de la línea se muestra en la figura 2.52a.

Se requiere determinar la división de potencia entre los dos arrollamientos 275/66 kV. Puede despreciarse la resistencia.

Solución. Para obtener los circuitos equivalentes en estrella se expresarán las reactancias en bases comunes de 90 MVA, 275 kV.

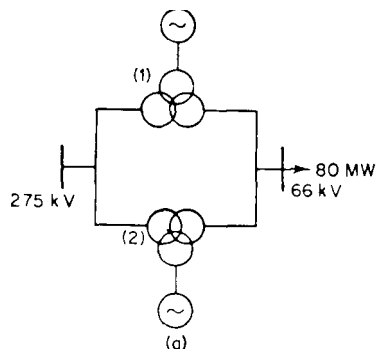


FIG. 2.52a. Diagrama de línea para el sistema del ejemplo 2.6.

	X % referido a 90 MVA			MVA de los arrollamientos		
	275/ 66 kV	66/ 11 kV	11/ 275 kV	275 kV	66 kV	11 kV
Transformador (1)	10,5	20	8	95	90	60
Transformador (2)	10,5	5	15	90	85	45

En el caso del transformador (1)

$$X_{275} + X_{66} = \frac{10,5}{100} \times \frac{275^2}{90} = 88,4 \, \Omega$$

$$X_{66} + X_{11} = \frac{20}{100} \times \frac{275^2}{90} = 168 \, \Omega$$

$$X_{11} + X_{275} = \frac{8}{100} \times \frac{275^2}{90} = 67,2 \, \Omega$$

Las magnitudes correspondientes al transformador (2) son 88,4 Ω , 42,1 Ω , y 126,3 Ω respectivamente.

En el caso del transformador (1),

$$\begin{aligned} X_p (\text{lado de 275 kV}) &= \frac{1}{2} (X_{ps} + X_{pt} - X_{st}) \\ &= \frac{1}{2} (88,4 + 67,2 - 168) \\ &= -6,2 \, \Omega \end{aligned}$$

Análogamente

$$X_s (\text{lado de 66 kV}) = 94,6 \, \Omega$$

y

$$X_t (\text{lado de 11 kV}) = 73,4 \, \Omega$$

En el caso del transformador (2)

$$X_p = 86,75 \, \Omega, X_s = 1,65 \, \Omega \text{ y } X_t = 40 \, \Omega.$$

Pueden despreciarse X_p en (1) y X_s en (2).

En la figura 2.52b se muestra el circuito equivalente que a su vez se reduce a la figura 2.52c.

La potencia se dividirá de acuerdo con la reactancia de los dos transformadores (ver capítulo 5); portanto,

$$P_{(1)} = \frac{94,6 \times 80}{94,6 + 80} = 41,7 \text{ MW} \quad \text{y} \quad P_{(2)} = \frac{86,75 \times 80}{86,75 + 80} = 38,3 \text{ MW}$$

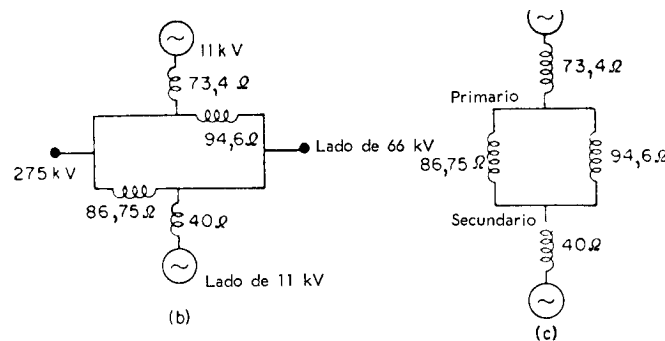


FIG. 2.52 b y c. Circuitos equivalentes: todos los valores de las reactancias se refieren a bases de 275 kV, 90 MVA.

2.14. Conexión de los transformadores trifásicos

En la sección 2.13 se estudiaron brevemente aunque suficientemente los cambios de fase que se producen en los transformadores estrella-triángulo, para que pueda entenderse el análisis siguiente. Sin embargo, desde el punto de vista práctico la conexión de estos transformadores exige una discusión adicional para poderla apreciar completamente. Se ve que en el caso de la conexión indicada en la figura 2.47a las tensiones en línea de salida por el lado del triángulo están adelantadas en 30° respecto a las tensiones en la línea de entrada al arrollamiento en estrella, para la notación de fases normales, a-b-c. Además la tensión en la línea de salida es igual a la tensión en la línea de entrada multiplicada por $(N/\sqrt{3})$ y las impedancias transferidas de un lado a otro se modifican en el factor $(N/\sqrt{3})^2$ y viceversa. Por consiguiente, el verdadero circuito equivalente monofásico se ve en la figura 2.53.

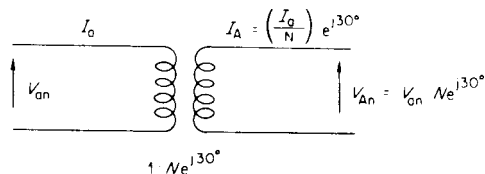


FIG. 2.53. Circuito monofásico equivalente de un transformador trifásico con un desplazamiento de fase entre el primario y secundario.

Sin embargo, mediante la adecuada readaptación de las conexiones de los arrollamientos, pueden obtenerse desplazamientos de fase de 30, 90, 150, 210, 270 ó 330 grados eléctricos y existe necesidad de normalizar la nomenclatura y el procedimiento.

Desplazamiento de fase	Nº Grupo principal	Grupo vectorial, n.º de referencia y símbolo	Sesamiento de los terminales de líneas y diagramas de fasores de las tensiones inducidas		Conexiones de los arrollamientos y posición relativa de los terminales	Desplazamiento de fase	Nº Grupo principal	Grupo vectorial, n.º de referencia y símbolo	Sesamiento de los terminales de líneas y diagramas de fasores de las tensiones inducidas		Conexiones de los arrollamientos y posición relativa de los terminales
			Arrollamiento de alta ten.	Arrollamiento de baja ten.					Arrollamiento de alta ten.	Arrollamiento de baja ten.	
Col 1	0°	1 Yy 0				7	8	31 Dy 1			
0°	1	12 Dd 0				-30°	3	32 Yd 1			
180°	2	13 Dz 0				+30°	4	33 Yz 1			
180°	2	21 Yy 6				+30°	4	41 Dy 11			
180°	2	22 Dd 6				+30°	4	42 Yd 11			
180°	2	23 Dz 6				+30°	4	43 Yz 11			

Fig. 2.54. Normas británicas para las conexiones de transformadores trifásicos y desplazamientos de fases resultantes.

Si existe una diferencia de fase entre las tensiones de salida de los secundarios de los transformadores conectados a una fuente de alimentación común, se producirán corrientes circulantes de valor peligrosamente grande y funcionarán los circuitos de protección. Para una mayor uniformidad los arrollamientos de los transformadores de la figura 2.47a se han vuelto a señalar y se muestran en la figura 2.54 con letras mayúsculas, que se refieren al arrollamiento de alta tensión. Se ve que con un montaje estrella-triángulo puede también producirse un desplazamiento de -30° mediante una disposición adecuada de las conexiones de los terminales. La práctica inglesa emplea un número de «referencia del grupo vectorial» para describir las conexiones de los transformadores. El primer número indica el desplazamiento de fase, por ejemplo, 1 indica 0° , 2 – 180° , 3 – (-30°) , 4 – 30° ; el número

siguiente indica la conexión entre fases del secundario por ejemplo 1, estrella; 2, triángulo; 3, estrella interconectada. Las letras D e y indican conexión estrella (y) o triángulo (D), viniendo primero el arrollamiento de alta tensión. Finalmente se cita el ángulo de desplazamiento de fase en la forma de una referencia de reloj, viniendo dada por la aguja de las horas la tensión inducida en el arrollamiento de la baja tensión y la tensión correspondiente a la alta tensión por el minuterero, por ejemplo $0^\circ = 12$ en punto, $180^\circ = 6$ en punto, $+30^\circ = 11$ en punto y $-30^\circ = 1$ en punto.

En los diagramas de fasores A_2 es siempre las 12 en punto. La aplicación de este principio a las conexiones de transformadores más ampliamente utilizadas se ve en la figura 2.54.

Desde un punto de vista analítico puede ser ventajoso tener un desplazamiento de fase de 90° facilitando así el empleo del operador « j ». En este tipo de trabajo la disposición exacta no es importante, con tal de que el sistema adoptado se utilice de modo coherente y la disposición de los arrollamientos rara vez produce problemas. Cuando se estudia la conexión de un equipo real en el sistema, la disposición correcta de los arrollamientos de los transformadores es de importancia vital.

CARGAS

2.15. Introducción

De los diversos parámetros de los sistemas de energía o potencia eléctrica la carga exigida por los consumidores es la más difícil de prever científicamente. El valor de la carga varía segundo a segundo y con millones de consumidores cada uno de ellos absorbiendo energía según la requieran individualmente, el problema de su previsión futura es de tipo estadístico. En la figura 1.1 se ha mostrado una curva de carga diaria típica. Esta curva es una indicación de los hábitos sociales de una nación. Por ejemplo, en ciertos países europeos la carga sigue siendo elevada hasta más tarde por la noche que en otros. Estas diferencias en las puntas de carga se han utilizado en la conexión de Inglaterra y Francia, puesto que cada país mantiene su capacidad de generación de reserva durante diferentes horas del día. El desarrollo del sistema de calefacción mediante almacenamiento fuera de los picos de carga es un intento para suavizar la curva de carga diaria. Existen esquemas para el control central de dicho tipo de calefacción y si esto se llega a materializar los ingenieros de suministro tendrán cierto grado de control sobre la carga.

La composición de las cargas puede dividirse aproximadamente entre consumidores industriales y domésticos. La proporción de la carga industrial aumenta desde un tercio en el pico de la carga a un medio en las cargas mínimas. Una diferencia muy importante entre los tipos de consumidores es la elevada proporción de motores de inducción en la carga industrial (alrededor de 60 por ciento), mientras que la variedad doméstica consiste fundamentalmente en sistema de iluminación y calefacción. Las cargas influyen en el proyecto y funcionamiento del sistema de potencia tanto desde el punto de vista económico como eléctrico.

Aspectos económicos

Las magnitudes que se han de utilizar en la medida de las cargas se definen del modo siguiente:

Carga máxima. La carga media durante la media hora de consumo máximo.

Factor de carga. Las unidades de electricidad que salen de los generadores en un período determinado dividido por el producto de la carga máxima de este período y la duración del período en horas. El factor de carga deberá ser alto; si es la unidad, toda la planta está siendo utilizada en el período completo. Varía con el tipo de carga siendo pequeño para la iluminación (alrededor del 12 por ciento) y grande en el caso de cargas industriales, por ejemplo el 100 por ciento en el caso de estaciones de bombeo.

Factor de diversidad. Se define este factor como la suma de las demandas máximas de los consumidores, dividida por la carga máxima que actúa sobre el sistema. Este factor mide la diversificación de la carga y está relacionado con la instalación de suficientes instalaciones generadoras y de transporte. Si toda la demanda se hiciese simultáneamente, es decir si el factor de diversidad fuese la unidad, habría que instalar muchos más generadores. Afortunadamente, el factor es mucho más elevado que la unidad, especialmente en el caso de las cargas de tipo doméstico.

Puede obtenerse un factor de diversidad elevado con cuatro consumidores si se les convence que tomen las cargas del modo indicado en la figura 2.55. Aunque abiertamente no puede utilizarse ningún método obligatorio, puede animarse a hacer esta selección mediante la adecuación de las tarifas. Un ejemplo consiste en la tarifa binomia en la que el consumidor tiene que pagar una cantidad dependiente de la demanda máxima que necesita, más un tanto por cada unidad de energía consumida. A veces el cargo está basado en kVA, en lugar de la potencia, para penalizar las cargas de bajo factor de potencia.

El coste de generación y distribución está regido aproximadamente por la expresión $(a + b \times \text{kW} + c \times \text{kW h})$ por año, en donde a es un cargo fijado por la organización central y actividades semejantes y es independiente de la potencia producida; b depende de la demanda máxima sobre el sistema y de aquí que sea también sobre el coste de la inversión y depreciación de la planta instalada; c depende de las unidades generadas y por tanto de los costes de combustible y de los gastos referidos al personal directamente ocupado en la producción de electricidad. El efecto del factor de carga y del factor de diversidad sobre estos costos puede verse a partir del ejemplo siguiente.

Ejemplo 2.7. Comparar el costo total por unidad generada en una central convencional de carbón, con la obtenida a partir de un cierto tipo de central nuclear admitiendo que el factor de carga, $\frac{\text{carga media}}{\text{capacidad instalada}}$, de la central de carbón sea el 50 por ciento y en el caso de la central nuclear el 60 por ciento.

Se aplican los datos siguientes:

Gastos de instalación (ptas./kW) 4000 (carbón), 8000 (nuclear)

Intereses y amortización por año, 10 por ciento (carbón), 12 por ciento (nuclear)

Coste de funcionamiento por unidad (pta./kWh) 0,167 (carbón), 0,05 (nuclear)

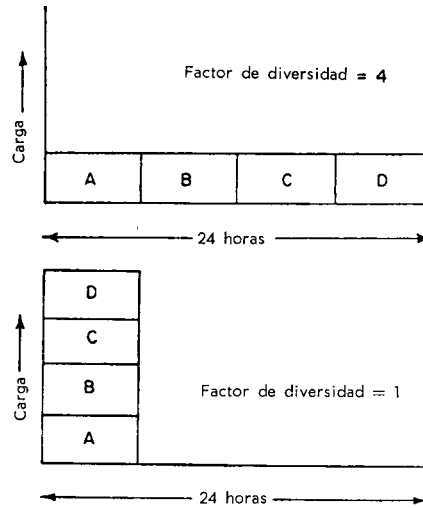


FIG. 2.55. Dos casos extremos del factor de diversidad en un sistema con cuatro usuarios.

Solución. Es conveniente trabajar con la base de 1 kW producido como base anual. Las cargas medias son por tanto 0,5 kW y 0,6 kW anuales, para la central de carbón y nuclear, respectivamente.

Los costos de instalación en una base anual son,

Pesetas $\left(4000 \times \frac{10}{100}\right)$ en el caso del carbón y ptas. $\left(8000 \times \frac{12}{100}\right)$ en el caso de la central nuclear.

La energía (kWh) generada por año

$$= 0,5 \times 365 \times 24 = 4380 \text{ en el caso de la central de carbón}$$

y

$$0,6 \times 365 \times 24 = 5250 \text{ en el caso de la central nuclear.}$$

Costes de estas unidades = $0,167 \times 4380 = 730$ ptas. (carbón)
 $0,05 \times 5250 = 263$ ptas. (nuclear).

Los costes totales por año son,

Carbón, $400 + 730 = 1130$ ptas.

Nuclear, $960 + 263 = 1223$ ptas.

Los costes correspondientes por unidad son:

$$\text{Carbón, } \frac{1130}{4380} = 0,258 \text{ ptas. y}$$

$$\text{Nuclear, } \frac{1223}{5250} = 0,233 \text{ ptas.}$$

De aquí que sobre la base de los números de coste establecidos, este tipo de central nuclear resulte más económico que la de calefacción mediante carbón, con tal de que se utilice un factor de carga más alto.

En este ejemplo resalta la importancia del factor de carga, lo cual se ilustra además en la figura 2.56.

Factor de pérdida de carga

Las pérdidas medias del sistema, por ejemplo pérdidas en la línea de transporte, dependen de las curvas de carga en un período determinado cualquiera.

El *factor de pérdida de carga* se define como el cociente entre las pérdidas reales en un período determinado y las pérdidas que se obtendrían si se mantuviese la carga máxima. Un estudio detallado de las curvas de carga peculiares en Inglaterra ha demostrado que el factor de pérdida de carga está relacionado con el factor de carga por la siguiente expresión.

$$\text{Factor de pérdida de carga} = 0,2 (\text{factor de carga}) + 0,8 (\text{factor de carga})^2.$$

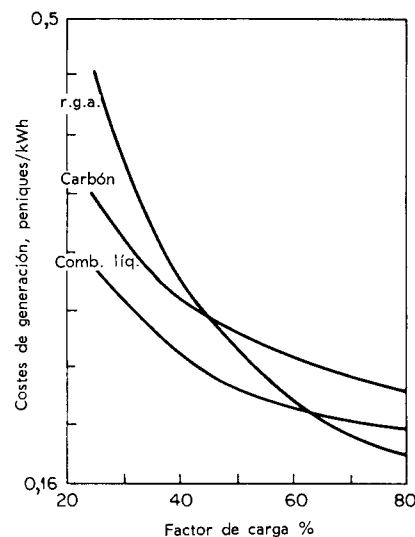


FIG. 2.56. Costos de la potencia y combustible estimados de una central inglesa de 2000 MW, utilizando diversos tipos de combustibles. Los costos de capital se han estimado que son de 90 £/kW para un reactor avanzado enfriado por gas (r.g.a.), 45 £/kW para gas, 47 £/kW para combustible líquido y 55 £/kW para carbón, basados en un interés del 7,5 % en 30 años en el caso de una central convencional y de 20 años para una central nuclear (los cálculos de esta última se basan en una vida de 25 años); las cargas de combustible inicial se incluyen en el gasto de instalación. [Con permiso de Institution of Electrical Engineers (1970).]

2.16. Características de tensión de las cargas

La variación de la potencia y la potencia reactiva en el caso de una carga para diversas tensiones es de cierta importancia cuando se considera el modo en que estas cargas han de representarse en un estudio sobre flujo de cargas y estabilidad. Normalmente en dichos estudios ha de representarse la carga sobre una subestación y consiste en una carga compuesta formada por consumidores industriales y domésticos. Una composición típica de una carga de una subestación es la siguiente:

Motores de inducción	50-70
Calefacción y alumbrado	20-25
Motores síncronos	10
(Pérdidas de transporte	10-12%)

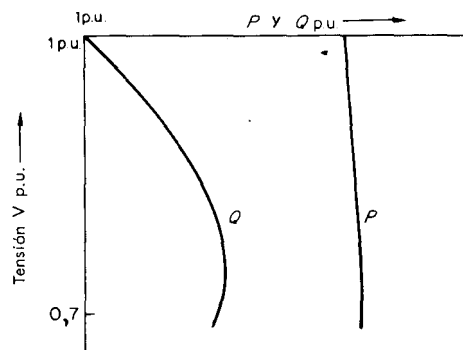


FIG. 2.57. Curvas $P - V$ y $Q - V$ para un motor síncrono.

Alumbrado. Esta carga es independiente de la frecuencia y no consume potencia reactiva. La potencia consumida no varía en función de la (tensión) si no que es aproximadamente en función de la (tensión)^{1,6}

Calefacción. Esta carga mantiene la resistencia constante con las variaciones de tensión y de aquí que la potencia varíe con la (tensión)². Las cargas anteriores pueden describirse como estáticas.

Motores síncronos. La potencia consumida es aproximadamente constante. Para una excitación dada los vars se modifican tendiendo a adelantarse cuando la tensión se reduce. En la figura 2.57 se muestran las características generalizadas $P-V$, $Q-V$.

Motores de inducción. Las características $P-V$, $Q-V$ pueden determinarse mediante el empleo del circuito equivalente simplificado que se muestra en la figura 2.58. Se supone que la carga mecánica sobre el eje es constante.

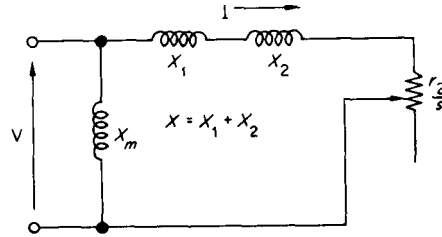


FIG. 2.58. Circuito equivalente de un motor de inducción, X_1 = reactancia de pérdida del estator, X_2 = reactancia de pérdida del rotor referida al estator, X_m = reactancia de imanación, r_2 = resistencia del rotor, s = deslizamiento, p.u. Se han despreciado las pérdidas de imanación y las del estator se han agrupado con las pérdidas de la línea.

La potencia eléctrica verifica,

$$\begin{aligned} P_{eléctrica} &= P_{mecánica} = P \\ &= 3I^2 \frac{r^2}{s} = \text{constante} \\ s &= \frac{3I^2 r^2}{P} \end{aligned}$$

La potencia reactiva consumida es

$$= \frac{3V^2}{X} + 3I^2(X_1 + X_2)$$

Además, a partir de la figura 2.58

$$\begin{aligned} P &= 3I^2 \frac{r^2}{s} = \frac{3V^2}{(r_2/s)^2 + X^2} \cdot \frac{r^2}{s} \\ &= \frac{3V^2 r_2 s}{r_2^2 + (sX)^2} \end{aligned}$$

En la figura 2.59 se muestran los gráficos de $V-P$ y $V-Q$. Las escalas P y Q se han dispuesto de modo que P y Q sean ambas iguales a 1 p.u. a una tensión de 1 p.u. También se muestra el efecto de la carga sobre el eje. Puede realizarse un análisis semejante para el motor de inducción con el par proporcional a la velocidad² y par proporcional a la velocidad.

En la figura 2.60 se muestran las bien conocidas curvas de potencia–deslizamiento de un motor de inducción. Se ve que para un par mecánico determinado existe una tensión crítica y un deslizamiento crítico correspondiente. Si se reduce aún más la tensión el motor resulta inestable y acaba por detenerse. Este punto crítico se presenta cuando

$$\frac{dP}{ds} = 0$$

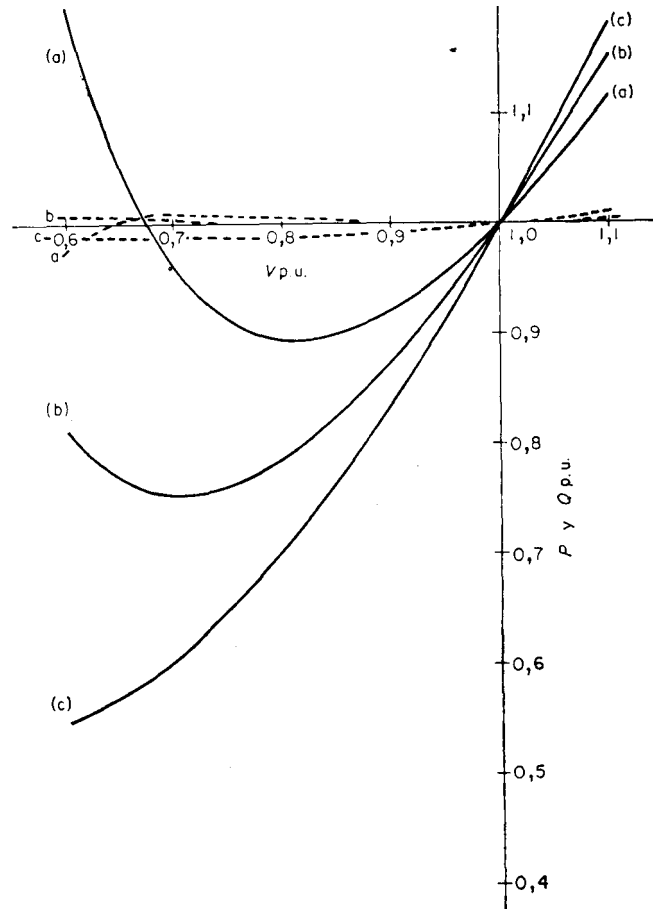


FIG. 2.59. Gráficos de $P - V$ y $Q - V$ de un motor de inducción con par en el eje constante. Curva, (a) plena carga, (b) 0,75 de plena carga, (c) 0,5 de plena carga, ---- P , — Q .

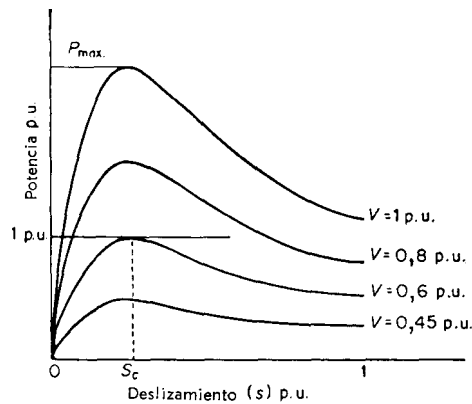


FIG. 2.60. Curvas de potencia-deslizamiento de un motor de inducción. Si la tensión baja a 0,6 p.u. a plena carga $P = 1$, la condición es crítica (deslizamiento s_c).

es decir cuando

$$V^2 r_2 \cdot \frac{r_2^2 - (sX)^2}{(r_2^2 + (sX)^2)^2} = 0$$

de modo que

$$s = \frac{r_2}{X} \quad \text{y} \quad P_{\max} = \frac{V^2}{2X}$$

O bien, en el caso de una potencia de salida determinada P , $V_{\text{crítica}} = \sqrt{2PX}$.

Cargas compuestas. Excepto en casos aislados, tales como un motor de inducción muy grande del tipo utilizado en refinerías y laminación de aceros, la que interesa es la carga compuesta. Se han hecho pocos ensayos para obtener las características $P-V$ y $Q-V$ de las cargas de subestaciones completas (porque los consumidores se oponen a ello). Los resultados de uno de estos ensayos en la red polaca se dan en la tabla 2.4. En lugar de las características reales, se dan los valores de $\partial P/\partial V$ y $\partial Q/\partial V$ a una tensión de 1 p.u. Como se verá posteriormente estas cantidades son de interés considerable. Pueden obtenerse características de cargas compuestas sumando las características de las cargas constituyentes.

TABLA 2.4. Resultado de un ensayo sobre la red polaca
(Bogucki, A. y Wojcik, M., *Características de cargas estáticas*).

dP/dV a tensión nominal	Mañana	Tarde	Noche
Ciudades grandes	0,9–1,2	1,5–1,7	1,5–1,6
Ciudades pequeñas	0,6–0,7	1,4–1,6	1,4–1,6
Pueblos	0,5–0,6	1,5	1,5
Alumbrado de las calles	—	1,55	1,55
Minas	0,6–0,76	0,75–0,89	0,65–0,78
Industrias siderúrgicas	0,6–0,7	0,6–0,75	0,6–0,7
Industrias textiles	0,5–0,6	0,6–0,7	0,6–0,65
Grandes industrias químicas	0,6–0,7	0,6–0,75	0,6–0,7
Industrias de maquinaria	0,5–0,55	0,6–0,65	0,6–0,65
Puntos de unión en la red de alta tensión	0,6–0,7	0,8–1,1	0,8–1,0
dQ/dV a tensión nominal	Mañana	Tarde	Noche
Grandes ciudades	2,5–3,0	2,2–2,5	2,4–3,0
Pequeñas ciudades	2,6–3,5	2,0–2,5	2,5–3,0
Pueblos	2,6–3,5	2,0–2,5	2,4–3,5
Industrias (total)	1,8–2,7	1,8–2,3	1,8–2,7
Puntos de unión en la red de 6 kV	2,2–2,9	1,8–2,5	2,0–2,6
Puntos de unión en la red de 110 kV	1,8–2,6	1,5–2,2	1,7–2,3

En la práctica se experimenta una gran dificultad en determinar el grado de carga de los motores y esto influye materialmente sobre las formas de las características. Las cargas que exigen la misma potencia a tensión reducida se denominan *duras*; las cargas tales como las de calefacción en las que la potencia cae rápidamente a tensiones bajas se denominan *blandas*.

En gran parte de trabajos analíticos se representan las cargas mediante impedancias constantes y de aquí se admite que $P \propto V^2$ y $Q \propto V^2$. Si la carga es $P + jQ$ p.u., la corriente, a la tensión V , es

$$\frac{P-jQ}{V} \text{ p.u. (recuérdese que } \mathbf{VI}^* = S)$$

De aquí que la impedancia que representa esta carga sea

$$\frac{V}{I} = \frac{V^2}{P-jQ} \text{ p.u.}$$

Pueden utilizarse las características $P - V$, $Q - V$ si se conocen, pero este proceso es más bien tedioso. Algunos autores sugieren que la representación de la carga mediante un dispositivo que consume una cantidad constante de corriente da una buena aproximación para condiciones estáticas. Si se utilizan métodos analógicos o digitales la representación correcta de las cargas no presenta gran dificultad. Cuando sea necesaria una reducción amplia de una red a una forma más sencilla, se recurre normalmente a la representación de la impedancia constante, aunque la carga que esto representa, rara vez se presente en la práctica.

Característica de carga-frecuencia. Con frecuencia las variaciones de tensión están acompañadas por modificaciones de frecuencia. De nuevo es escasa la información que se refiere a las características de la carga compuesta respecto a la frecuencia. Con las pequeñas variaciones de frecuencia que se permiten en la práctica normalmente puede despreciarse en los cálculos la influencia sobre la potencia y potencia reactiva consumida.

Referencias

LIBROS

1. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, Westinghouse Electric Corp., East Pittsburgh, Pennsylvania, 1964.
2. Waddicor, H., *Principles of Electric Power Transmission*, Chapman and Hall, London, 5.^a ed., 1964.
3. Stevenson, W. D. Jr., *Elements of Power System Analysis*, McGraw-Hill, New York, 2.^a ed., 1962.
4. Cohn, N., *Control of Generation and Power Flow on Interconnected Systems*, Wiley, New York, 1961.
5. Dahl, O. G. C., *Electric Power Circuits*, Vols. 1 y 2, McGraw-Hill, New York, 1938.
6. Kimbark, E. W., *Power System Stability*, Vol. 3. *Synchronous Machines*, Wiley, New York, 1962.
7. Slemon, G. R., *Magnetolectric Devices*, Wiley, New York, 1965.
8. Blume, L. F. y otros, *Transformer Engineering*, Wiley, New York, 2.^a ed., 1951.
9. Fitzgerald, A. E. y Kingsley, C. Jr., *Electric Machinery*, McGraw-Hill, New York, 2.^a ed., 1961.
10. Langlois-Berthelot, R., *Transformers and Generators for Power Systems*, (traducido por H. M. Clarke), MacDonald, London, 1960.

11. Zoborszky, J. y J. W. Rittenhouse, *Electric Power Transmission*, Rensselaer Bookstore, Troy, New York, 1969.
12. Edison Electric Institute, *EHV Transmission Line Reference Book*, 1968.
13. Adkins, B., *The General Theory of Electrical Machines*, Chapman and Hall, London, 1964.
14. Knable, A. H., *Electrical Power Systems Engineering, Problems and Solutions*, McGraw Hill, New York, 1961.
15. Meisel, J., *Principles of Electromechanical Energy Conversion*, McGraw-Hill, New York, 1966.
16. Barnes, C. C., *Electric Cables*, Chapman and Hall, London, 1964.
17. Steven, R. E., *Electromechanics and Machines*, Chapman and Hall, London, 1970.

ARTÍCULOS

18. Park y Robinson, 'The Reactance of Synchronous Machines', *Trans. A.I.E.E.*, **47**, 1928.
19. Bogucki, A. y M. Wojcik, 'Static Characteristics of Loads', *Energetyka B.*, N.º 3 (Polaco), 1959.
20. Gross, E. T. B. y A. H. Weston, 'Transposition of high voltage overhead lines and elimination of electrostatic unbalance to ground', *A.I.E.E. Trans.*, **70**, 1837 (1951).
21. American Standards Association, *Terminal Markings and Corrections for Distribution and Power Transformers*, diciembre, 1964.

Problemas

- 2.1. Cuando dos generadores de cuatro polos, 50 Hz se conectan en paralelo su desplazamiento de fase es de 2° mecánicos. La reactancia síncrona de cada máquina es de $10 \Omega/\text{fase}$ y la tensión en barras de distribución común es 6,6 kV. Calcular el par de sincronización (95,5 kg-m).
- 2.2. Un generador síncrono tiene una impedancia síncrona de 10Ω y una resistencia de $1,2 \Omega$. Se conecta a unas barras de potencia infinita de 1,0 kV (fase); calcular la corriente y factor de potencia para la máxima energía producida (139 A, 0,7 en adelanto).
- 2.3. Un generador síncrono de 6,6 kV tiene una resistencia despreciable y una reactancia síncrona de $4 \Omega/\text{fase}$. Se conecta a unas barras de potencia infinita y da 2000 A con un factor de potencia unidad. Si la excitación se aumenta en un 25 %, hallar la potencia de salida máxima y el factor de potencia correspondiente. Indicar todas las hipótesis realizadas (31,6 MW: 0,96 en adelanto).
- 2.4. Un generador síncrono cuyas curvas características se dar en la figura 2.12 trabaja a plena carga con los siguientes factores de potencia, 0,8 en retraso, 1,0 y 0,9 en adelanto. Determinar la regulación porcentual a estas cargas.
- 2.5. Un generador síncrono de 11 kV, 75 MVA de polos salientes se conecta a unas barras de potencia infinita a través de un enlace de reactancia 0,3 p.u. y tiene $X_d = 1,5$ p.u. y $X_q = 1$ p.u. con resistencia despreciable. Determinar la potencia producida en el caso de un ángulo de carga de 30° si la fuerza electromotriz de excitación es 1,4 veces la tensión nominal en los borres. Calcular el coeficiente de sincronización en esta

- condición de funcionamiento. Todos los valores p.u. se dar sobre la base de 75 MVA. ($P = 0,84$ p.u., $\partial P / \partial \delta = 0,78$ p.u.).
- 2.6. Ungenerador síncrono de tensión en los borres en circuito abierto de 1 p.u. está sir carga y luego de repente se cortocircuita; la variación de la corriente en función del tiempo se indica en la figura 2.13b. En dicha figura la corriente $oc = 1,8$ p.u., $oa = 5,7$ p.u. y $ob = 8$ p.u. Calcular los valores de X_s , X' y X'' . Puede despreciarse la resistencia. Si la máquina está produciendo 1 p.u. de corriente, con un factor de potencia de 0,8 en retraso a la tensión nominal en los borres, antes de que se produzca el cortocircuito, dibujar esquemáticamente la nueva envolvente de la onda de corriente de 50 Hz ($X_s = 2,36$ p.u., $X' = 0,3$ p.u., $X'' = 0,2$ p.u.).
 - 2.7. Construir un diagrama de rendimiento para un generador de 22 kV, 500 MVA, factor de potencia 0,9, teniendo un coeficiente de cortocircuito de 0,55.
 - 2.8. Una línea trifásica de 275 kV y de 60 millas de longitud tiene una capacidad nominal de transporte de 800 A. Los valores de la resistencia, inductancia y capacidad por fase y por milla son 0,125 Ω , 1,7 mH y 0,018 μF , respectivamente. La tensión en el extremo receptor es de 275 kV para el transporte a plena carga con un factor de potencia de 0,9 en retraso. Calcular la corriente y la tensión en el extremo de salida y el rendimiento del transporte y compararlas con la respuesta obtenida mediante la representación de la línea reducida. Utilizar los métodos de resolución normal en π y en T. La frecuencia es 50 Hz. ($V_s = 175\,000$ V por fase.)
 - 2.9. Una línea de transporte trifásica de 60 Hz y 220 kV tiene una longitud de 200 millas y sus constantes por fase y por milla son las siguientes:

Inductancia	2,1 mH
Capacidad	0,14 μF
Resistencia	0,25 Ω

Despreciar la conductancia de pérdidas.

Si la línea proporciona una carga de 300 A, con un factor de potencia 0,8 en retraso a una tensión de 220 kV, calcular la tensión en el extremo de salida. Determinar el circuito en π que representará a la línea. Calcular el error que resulta al emplear una sección de media longitud en π . (Serie $(11 + j116) \Omega$; paralelo $(0,44 + j0,72) \times 10^{-3} \Omega^{-1}$)

- 2.10. En un cable formado por tres conductores, la capacidad entre los tres conductores cortocircuitados entre sí y la protección es de 0,54 μF /milla y la existente entre dos conductores conectados entre sí y el tercero es de 0,53 μF /milla. Determinar los kVA requeridos para mantener cargadas 10 millas de este cable cuando el suministro es de 33 kV, 3 fases, 50 Hz. (270 kVA.)
- 2.11. Calcular las constantes A B C D para una línea de 276 kV y 300 millas de longitud. Los parámetros por milla son los siguientes:

Reactancia	0,53 Ω
Resistencia	0,125 Ω
Admitancia (capacitiva en shunt)	$5,92 \times 10^{-6}$ mhos.

La conductancia en shunt es 0.

Respuesta:

$$[A = 0,8615 + j 0,0317, B = 34,0 + j 153, C = (-19,2 + j 1693) 10^{-6}]$$

- 2.12. Una línea de transporte de 132 kV, 60 Hz, tiene las siguientes constantes generalizadas:

$$\begin{aligned} A &= 0,9696 \angle 0,49^\circ \\ B &= 52,88 \angle 74,79^\circ \Omega \\ C &= 0,001177 \angle 90,15^\circ \text{ mhos} \end{aligned}$$

Si la tensión en el extremo receptor ha de ser de 132 kV cuando suministra una carga de 125 MVA, con un factor de fase de 0,9 en retraso, calcular la tensión y la corriente en el extremo de salida.

Respuesta: (95,9 kV por fase, 554 A)

- 2.13. Dos transformadores idénticos poseer una relación nominal o sir carga de 33/11 kV y una reactancia de 2 2 referida al lado de 11 kV; puede despreciarse la resistencia. Los transformadores funcionan en paralelo y suministran una carga de 9 MVA, con un factor de potencia de 0,8 en retardo. Calcular la corriente que absorbe cada transformador cuando funcionan con una diferencia de 5 tomas de conexión (cada toma es el 1,25 por ciento de tensión nominal) (307 A, 194 A en el caso de transformadores trifásicos).
- 2.14. Un motor de inducción cuyo circuito equivalente se muestra en la figura 2.61 se conecta a unas barras de distribución de suministro que puede considerarse que poseer una tensión y frecuencia independientes de la carga. Determinar la potencia reactiva consumida para diversas tensiones de la barra de distribución y construir la característica $Q-V$. Calcular la tensión crítica a la que el motor se detendrá y el deslizamiento crítico admitiendo que la carga mecánica es constante ($S_{cr} = 0,2$, $V_c = 0,63$).
- 2.15. En el sistema indicado en la figura 2.4, ejemplo 2.2, el generador tiene una reactancia síncrona de 1,0 p.u. La tensión interna (sir carga) del generador se mantiene a 17 kV (compuesta). Determinar la tensión y la carga en barras de distribución para la misma carga que antes, es decir 50 MW, factor de potencia 0,8 en retraso. La carga puede representarse mediante una impedancia constante (0,68 p.u.).

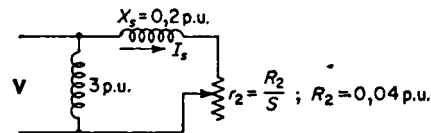


FIG. 2.61. Circuito equivalente del motor de inducción de 500 kW, 6,6 kV del problema 2.12. Todos los valores p.u. se refieren a la potencia y tensión nominales ($P = 1$ p.u. y $V = 1$ p.u.).

- 2.16. Un generador de rotor cilíndrico de 100 MVA, de reactancia síncrona 1,5 p.u., alimenta a una subestación (L) a través de un transformador elevador de reactancia 0,1 p.u., dos líneas cada una de resistencia 0,3 p.u. en paralelo y un transformador reductor de reactancia 0,1 p.u. La carga que se toma en L es de 100 MW con un factor de 0,85 en retraso. Se conecta L a una central generadora local que está

representada por un generador equivalente de 75 MVA y una reactancia síncrona de 2 p.u. Todas las reactancias se expresan sobre una base de 100 MVA. Dibujar la red monofásica equivalente. Si la tensión en L ha de ser de 1 p.u. y la máquina de 75 MVA ha de proporcionar 50 MW, 20 MVar, calcular las tensiones internas de las máquinas. ($E_1 = 2$ p.u., $E_2 = 1,72$ p.u., $\delta_{2L} = 35,45^\circ$.)

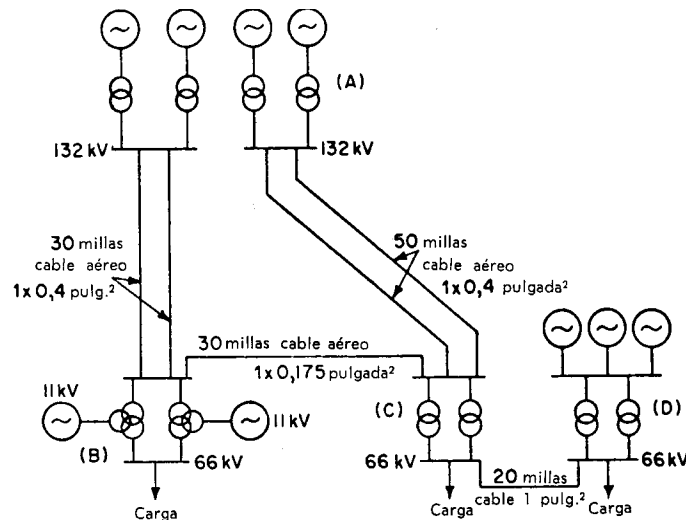


FIG. 2.62. Diagrama lineal del sistema del problema 2.17.

Subestación B. Dos transformadores idénticos de triple arrollamiento y de 150 MVA cada uno, tienen las siguientes reactancias entre los arrollamientos: arrollamientos de 132/66 kV, 10 por ciento; arrollamiento 66/11 kV, 20 por ciento; arrollamiento 132/11 kV, 20 por ciento; todo sobre una base de 150 MVA.

Los secundarios suministran una carga común de 200 MW con un factor de potencia de 0,9 en retraso. A cada arrollamiento terciario está conectado un compensador síncrono de 30 MVA de reactancia síncrona 1,5 p.u.

Subestación C. Dos transformadores idénticos de 150 MVA cada uno de ellos con 0,15 p.u. de reactancia suministran una carga común de 300 MW con un factor de potencia de 0,85 en retraso.

Central generadora D. Tres generadores idénticos de 11 kV, 75 MVA, con una reactancia síncrona de 1 p.u., que suministran a unas barras de distribución comunes conectadas a un cable de salida de 66 kV a través de dos transformadores idénticos de 100 MVA. La carga es de 50 MW con un factor de potencia 0,8 en retraso.

Determinar el circuito equivalente para el funcionamiento equilibrado dando los valores de los componentes sobre una base de 100 MVA. Despreciar la resistencia donde sea adecuado hacerlo y considerar las cargas como impedancias. Reducir la red a la forma más sencilla.

Capítulo 3

Control de Potencia y Frecuencia

3.1. Introducción

Aunque en cierta extensión el control de la potencia y de la frecuencia está interrelacionado con el control de la potencia reactiva y de la tensión, es lógico que al considerar el control de potencia y frecuencia separadamente del control de tensión se obtenga una mejor apreciación del funcionamiento de los sistemas de potencia. En un sistema interconectado grande, muchas centrales generadoras grandes y pequeñas están conectadas síncronamente y de aquí que todas tengan la misma frecuencia. Las notas siguientes se refieren principalmente a redes en las que el control de potencia se lleva a cabo por las decisiones y acciones de técnicos, como caso opuesto a los sistemas en que el control y las asignaciones de carga a las máquinas se efectúan de modo completamente automático. Las últimas están a veces basadas sobre un cálculo continuo de flujo de carga mediante calculadoras analógicas o digitales. La distribución de la potencia requerida entre los generadores ha de decidirse antes de que se produzca la solicitud de la carga, que por lo tanto, debe predecirse. Se hace un análisis de las cargas experimentadas en el mismo período en los años anteriores, teniendo en cuenta también el valor de la carga inmediatamente superior al período bajo estudio y de las previsiones meteorológicas. Una vez decidida la carga más probable, se distribuye entre los diversos generadores según el orden de sus rendimientos, como se describió en el capítulo 1.

En la figura 1.1 se muestra un ciclo de carga diario. Se ve que la velocidad de crecimiento de la carga es muy alta y varía entre 2 MW/min/1000 MW de punta por la mañana temprano hasta 8 MW/min/1000 MW de punta entre las 7,00 y las 8,00 horas. De aquí que sea importante la capacidad de las máquinas para aumentar su producción rápidamente desde cero hasta su carga completa. Es extremadamente improbable que la producción de las máquinas en cualquier instante sea igual exactamente a la carga del sistema. Si la salida es más elevada de lo que la demanda exige, las máquinas tenderán a aumentar su velocidad y la frecuencia aumentará y viceversa. De aquí que la frecuencia no sea una magnitud constante sino que varíe continuamente; estas variaciones son normalmente pequeñas y no tienen efecto apreciable para la mayor parte de los consumidores.

La frecuencia está continuamente controlada con sistemas cronométricos patrón y cuando se observa una tendencia permanente a aumentar o disminuir los técnicos de control actúan de modo apropiado regulando la salida de los generadores.

Si la disponibilidad de generación total es insuficiente para ajustarse a la demanda, la frecuencia disminuirá. Si la frecuencia disminuye más de 1 Hz la reducción de la velocidad de las bombas, ventiladores etc., de la central de potencia, puede reducir la salida de la central y producir una situación seria. En casos de este tipo aunque la reducción de frecuencia produjese una reducción en la potencia, debe reducirse la tensión y si esto no es

suficiente habrá que desconectar ciertas cargas de modo que continúen desconectadas hasta que la frecuencia se eleve hasta un nivel razonable.

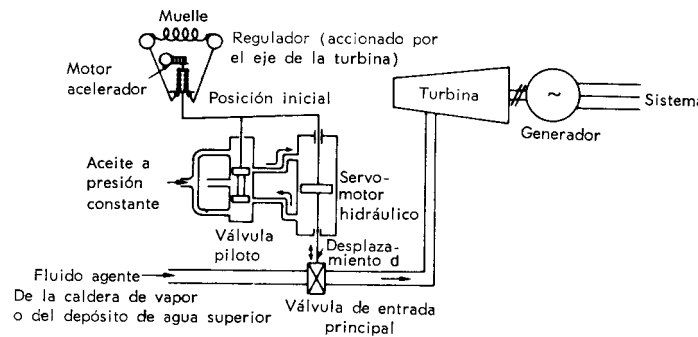


FIG. 3.1. Sistema de control empleando el regulador de Watt como dispositivo sensible y un servosistema hidráulico para hacer funcionar la válvula de alimentación principal. Los mecanismos del motor acelerador determinan el ajuste inicial de la posición del regulador.

Cuando se produce un aumento permanente en la carga sobre el sistema, disminuye la velocidad y frecuencia de todos los generadores interconectados, puesto que la exigencia de energía creciente se ha de satisfacer a partir de la energía cinética de las máquinas. Esto produce un aumento del vapor admitido en las turbinas debido al funcionamiento de los controles de regulación y de aquí que se obtenga un nuevo equilibrio de carga. Inicialmente las calderas tienen una reserva térmica mediante la cual pueden suministrarse variaciones repentinas hasta que esté establecida la nueva velocidad de combustión.

3.2. El regulador de la turbina

En el estudio siguiente de los mecanismos de regulación se consideran simultáneamente la turbina de vapor y la de agua y se indicará cuando sean necesarios los puntos en que se diferencian. En la figura 3.1 se muestra un diagrama esquemático simplificado de un sistema de regulación tradicional. El dispositivo sensible que responde a las variaciones de velocidad es el regulador centrífugo de Watt. En este tipo de regulador, dos pesos se mueven radialmente alejándose del eje cuando su velocidad de rotación aumenta y así actúan moviendo un manguito sobre un vástago central. El movimiento de este manguito se transmite, mediante un mecanismo de palanca, al pistón de una válvula piloto y mediante dicho mecanismo se hace funcionar el servomotor. En este mecanismo existe una zona muerta, es decir, la velocidad debe cambiar en una cierta cantidad antes de que la válvula comience a funcionar, debido al rozamiento y al punto muerto del retroceso mecánico. El tiempo empleado por la válvula principal para moverse debido a los retrasos en los sistemas de la válvula piloto hidráulica y del servomotor es apreciable, de 0,2 a 0,3. En la figura 3.2 se muestra la característica del regulador en el caso de un turboalternador de vapor grande y se comprueba que existe hasta un 4 por ciento de disminución de velocidad entre la falta de carga y la carga completa sobre la turbina.

Una característica importante del sistema de regulación es el mecanismo mediante el cual la posición del manguito del regulador y, por lo tanto, las posiciones de la válvula principal pueden variarse y ajustarse independientemente de su actuación debido a la variación de

velocidad. Esto se realiza mediante el variador de velocidad o motor acelerador como a veces se le denomina. El efecto de este ajuste consiste en la producción de una familia de características paralelas como se indica en la figura 3.3. De aquí que la potencia de salida del generador a una velocidad determinada podrá ajustarse según nuestra voluntad y esto tiene una importancia extrema cuando se ha de funcionar con economía óptima.

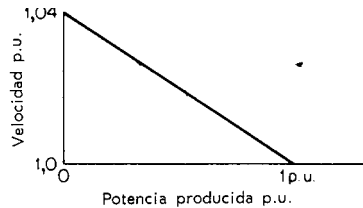


FIG. 3.2. Característica idealizada del regulador de un turboalternador.

El par de la turbina puede considerarse que es aproximadamente proporcional al desplazamiento de la válvula de entrada principal d . Además la expresión que da la variación de par con la velocidad puede representarse aproximadamente mediante la ecuación:

$$T = T_0(1 - kN) \quad (3.1)$$

en donde T_0 es el par mecánico a la velocidad N_0 y T el par a la velocidad N ; k es una constante adecuada del sistema de regulación. Como el par depende de la posición de la válvula principal y de la velocidad, $T = f(d, N)$.

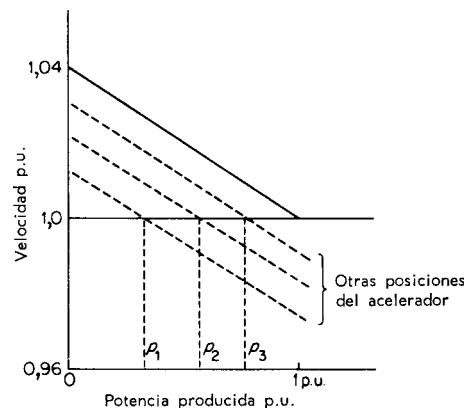


FIG. 3.3. Influencia del mecanismo acelerador sobre las características del regulador, P_1 , P_2 y P_3 = salida a diferentes ajustes o posiciones, pero a la misma velocidad.

Existe un retraso de tiempo entre la presencia de la variación de la carga y las nuevas condiciones de funcionamiento. Esto se debe no sólo al mecanismo de regulación, sino también al hecho de que la nueva velocidad del flujo de vapor o de agua debe acelerar o desacelerar el rotor con objeto de alcanzar la nueva velocidad. En la figura 3.4 se indican curvas típicas con un turbogenerador que sufre una disminución repentina de la potencia eléctrica que se le exige y por lo tanto el par retardador que actúa sobre el eje de la turbina se reduce repentinamente. En caso de que no hubiese regulación es evidente el considerable retraso de tiempo entre la variación de carga y la obtención de la nueva velocidad. Pero

cuando se trata de una máquina regulada, debido al espacio o banda muerta del mecanismo de regulación, la curva tiempo-velocidad empieza a elevarse, la válvula entonces actúa y se ajusta el suministro de fluido motor. Es posible que se establezcan oscilaciones amortiguadas cuando se produce una variación de carga; eso se estudiará en el capítulo 7.

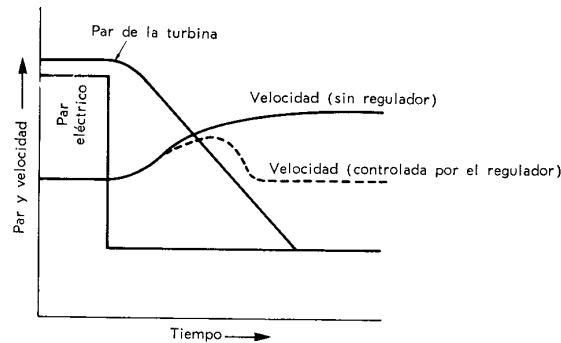


FIG. 3.4. Gráficos del par de turbina, par eléctrico y velocidad en función del tiempo cuando la carga sobre un generador disminuye repentinamente.

Otro factor importante que afecta a las turbinas es la posibilidad de una sobreaceleración (embalamiento), cuando se pierde por completo la carga que actúa sobre el eje, con roturas o daños mecánicos graves. Para evitar esto se incorporan válvulas especiales que cortan automáticamente el suministro de energía de la turbina. En un turbogenerador que funciona normalmente a 3000 rev/min esta protección de sobrevelocidad funciona alrededor de unas 3300 rev/min.

Ejemplo 3.1. Un generador síncrono de 75 MVA funciona inicialmente sin carga a 3000 rev/min, 50 Hz. Se aplica repentinamente una carga de 20 MW a la máquina y las válvulas de vapor que van a la turbina comienzan a abrirse después de 0,5 segundos debido al retraso de tiempo del sistema de regulación. Calcular la frecuencia a la que cae la tensión generada antes de que el flujo de vapor comience a aumentar y ajustarse a la nueva carga. El valor de H (energía almacenada) de la máquina es 4 kW segundos por kVA de capacidad del generador.

Solución. En el caso de esta máquina la energía almacenada a 3000 rev/min

$$= 4 \times 75\,000 = 300\,000 \text{ kW s}$$

Antes de que las válvulas de vapor empiecen a abrirse, la máquina pierde $20\,000 \times 0,5 = 10\,000 \text{ kW s}$ de energía almacenada con objeto de suministrar la carga exigida.

La energía almacenada es proporcional a la (velocidad)²

∴ la nueva frecuencia

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{300.000 - 10.000}{300.000}} \times 50 \text{ Hz} \\ &= 49,2 \text{ Hz} \end{aligned}$$

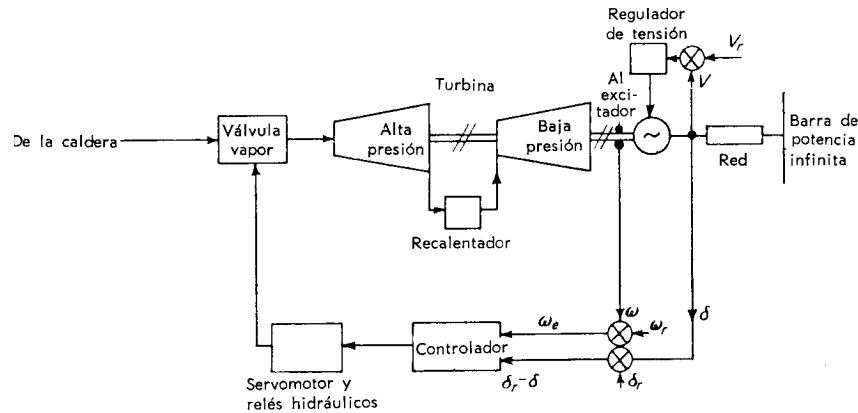


FIG. 3.5. Diagrama de bloques de un sistema completo de control de un turbo-alternador. El sistema del regulador es más complicado que el indicado en la figura 3.1 debido a la inclusión del ángulo de carga δ en el bucle de control. El sufijo r se refiere a las magnitudes de referencia y el sufijo e a las magnitudes de error. El controlador modifica la señal de error procedente del regulador teniendo en cuenta el ángulo de carga.

Dos factores tienen una gran influencia sobre la respuesta dinámica del sistema motor principal, (a) el vapor encerrado entre las válvulas de admisión y el primer paso de la turbina (en máquinas grandes esto puede ser suficiente para producir pérdidas de sincronismo después de que las válvulas se hayan cerrado), (b) la acción de almacenamiento del recalentador hace que la salida de la turbina de baja presión tenga un retraso respecto a la parte de alta tensión.

La función de transferencia par del sistema motor principal
abertura de las válvulas que explica ambos efectos se indica en la referencia 12 y resulta ser,

$$\frac{G_1 G_2}{(1 + \tau_t p)(1 + \tau_r p)}$$

en donde:

- G_1 = constante del vapor encerrado
- G_2 = constante de ganancia en el recalentador
- τ_t = constante de tiempo del vapor encerrado
- τ_r = constante de tiempo del recalentador

La función de transferencia que relaciona la abertura de la válvula de vapor con las variaciones de velocidad debidas al bucle de realimentación del regulador es

$$\frac{\Delta d}{\Delta \omega} = \frac{G_3 G_4 G_5}{(1 + \tau_g p)(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

en donde:

$$\begin{aligned}
 \tau_g &= \text{constante de tiempo del relé del regulador (0,047 s)} \\
 \tau_1 &= \text{constante de tiempo del relé del primario (0,06 s)} \\
 \tau_2 &= \text{constante de tiempo del relé de la válvula secundaria (0,024 s)} \\
 G_3 G_4 G_5 &= \text{constante que relaciona la abertura de la válvula de vapor con la} \\
 &\quad \text{variación de velocidad}
 \end{aligned}$$

Mediante una consideración de la función de transferencia del generador síncrono con las expresiones anteriores puede obtenerse la respuesta dinámica del sistema completo.

3.4. División de la carga entre los generadores

El empleo del variador de velocidad permite que se cambie según se necesite la entrada de vapor y la salida de potencia eléctrica a una frecuencia determinada. La influencia de esto sobre las máquinas puede verse en la figura 3.6. La salida de cada máquina no queda determinada, por tanto, por las características del regulador, sino que puede variarse para ajustarse a consideraciones económicas y de otro tipo por el personal que está en la central. Las características del regulador solamente deciden de modo completo la salida de las máquinas cuando se produce una variación repentina de la carga o cuando se permite que las máquinas varíen sus salidas de acuerdo con la velocidad dentro un margen prescrito con objeto de mantener la frecuencia constante. Este último modo de funcionamiento se conoce como *acción libre del regulador*.

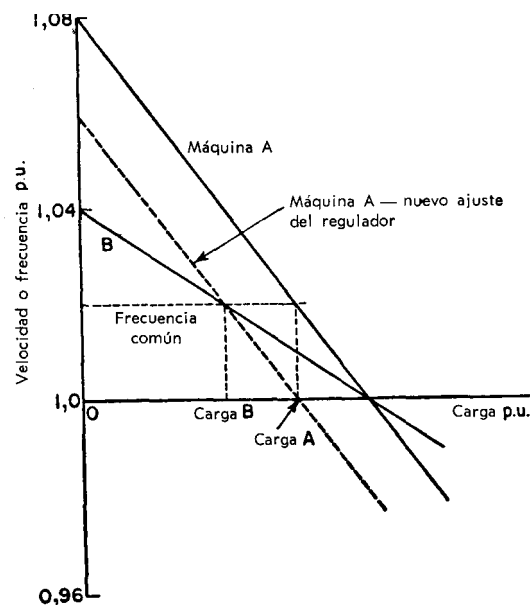


FIG. 3.6. Dos máquinas conectadas a unas barras de potencia infinita. El mecanismo acelerador de la máquina A se ajusta de modo que las máquinas soporten la misma carga.

Se ha visto en el capítulo 2 que la diferencia de tensión entre los dos extremos de una interconexión de impedancia total $R + jX$ viene dada por

$$\Delta V = E - V = \frac{RP - XQ}{V}$$

Además del ángulo entre los fasores de tensión (es decir, el ángulo de transmisión) δ viene dado por

$$\text{Arcsen}^{-1} \frac{\delta V}{E}$$

en donde

$$\delta V = \frac{XP - RQ}{V}$$

Cuando $X \gg R$, es decir en el caso de la mayor parte de las redes de transmisión

$$V \propto P \quad \text{y} \quad \Delta V \propto Q$$

Por tanto, (a) *el flujo de potencia entre dos nudos está determinado fundamentalmente por el ángulo de transmisión*, (b) *el flujo de potencia reactiva está determinado por la diferencia de tensión escalar entre los dos nudos*.

Estos dos hechos son de interés fundamental para la comprensión del funcionamiento del sistema de potencia.

El avance angular de G_A (fig. 3.7) se debe a una entrada relativa de energía mayor en la turbina A que en la B. La provisión de este vapor (o agua) extra a A es posible debido a la acción del mecanismo acelerador sin el cual las salidas de potencia de A y B estarían determinadas solamente por las características nominales del regulador. El sencillo ejemplo siguiente ilustra estos principios.

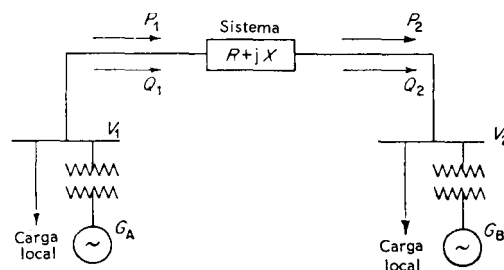


FIG. 3.7. Dos centrales generadoras enlazadas por una interconexión de impedancia $(R + jX)\Omega$. El rotor de A está en avance de fase respecto a B y $V_1 > V_2$.

Ejemplo 3.2. Dos generadores síncronos funcionan en paralelo y suministran una carga total de 200 MW. Las capacidades de las máquinas son de 100 MW y 200 MW y ambas tienen unas características de los reguladores que corresponden a un 4 por ciento total desde la

carga completa a la ausencia de carga. Calcular la carga que soporta cada máquina admitiendo la acción libre del regulador.

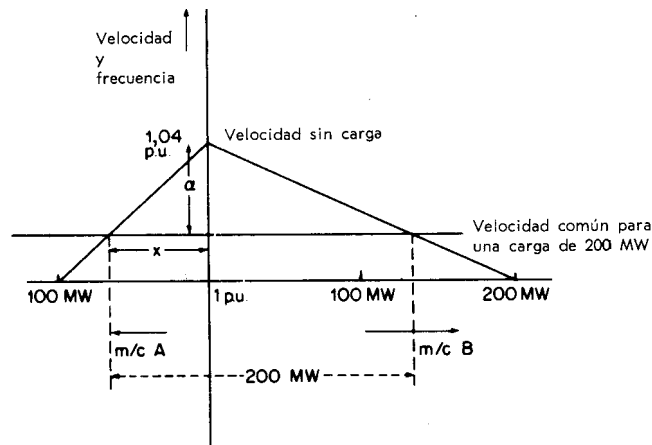


FIG. 3.8. Diagrama velocidad-carga para el ejemplo 3.2.

Solución. Sea x MW la potencia suministrada por el generador de 100 MW. Refiriéndonos a la figura 3.8,

$$\frac{4}{100} = \frac{\alpha}{x}$$

En el caso de la máquina de 200 MW,

$$\frac{4}{200} = \frac{\alpha}{200 - x}$$

$$\frac{4x}{100} = \frac{800 - 4\alpha}{200}$$

y $x = 66,6$ MW = carga sobre la máquina de 100 MW. La carga sobre la máquina de 200 MW = 133,3 MW.

Se observará que cuando las pendientes del regulador son las mismas, las máquinas se distribuyen la carga total en proporción a sus capacidades. De aquí que sea ventajoso el que todas las pendientes de los reguladores de las turbinas sean iguales.

Ejemplo 3.3. Dos unidades generadoras mantienen las tensiones de 66 kV y 60 kV (en la línea) en los extremos de un interconector de reactancia inductiva por fase de 40Ω y con una resistencia y capacidad en paralelo despreciables. Ha de transferirse una carga de 10 MW desde la unidad de 66 kV al otro extremo. Calcular las condiciones necesarias entre ambos extremos, incluyendo el factor de potencia de la corriente transmitida.

Solución

$$\delta V = \frac{XP - RQ}{V_R} = \frac{40 \times 3,33 \times 10^6}{60.000/\sqrt{3}} = 3840 \text{ V}$$

Además

$$\frac{\delta V}{66.000/\sqrt{3}} = \text{sen} \delta = 0,101$$

$$\therefore \delta = 5^\circ 44'$$

De aquí que las barras de distribución de 66 kV están $5^\circ 44'$ en adelanto respecto a las barras de distribución de 60 kV.

$$\Delta V = \frac{6000}{\sqrt{3}} = \frac{RP + XQ}{V_R} = \frac{40Q}{60.000/\sqrt{3}}$$

De aquí que

$$Q = 3 \text{ MVar por fase}$$

El ángulo del factor de potencia $\phi = \arctg Q/P = 42^\circ$ y por tanto, factor de potencia = 0,74.

3.5. Característica potencia/frecuencia de un sistema interconectado

A la variación de potencia para una modificación determinada de la frecuencia en un sistema interconectado se la conoce como *rigidez* del sistema. Cuanto más pequeña sea la variación de frecuencia para una variación de carga determinada, más rígido será el sistema. La característica potencia/frecuencia puede aproximarse a una recta y $dP/df = K$, siendo K una constante (MW por Hz) que depende del regulador y de las características de la carga.

Sea dP_G la variación de la generación con los reguladores funcionando en acción libre como resultado de un aumento repentino de la carga dP_L . La potencia de desequilibrio resultante del sistema es,

$$dP = dP_L - dP_G \quad (3.4)$$

y por tanto

$$K = \frac{dP_L}{df} - \frac{dP_G}{df} \quad (3.5)$$

dP_L/df mide la influencia de la característica de frecuencia de la carga y $dP_G \propto (P_T - P_G)$, siendo P_T la capacidad de la turbina conectada a la red y P_G la salida de los generadores asociados. Cuando se vuelven a alcanzar las condiciones de régimen, la carga P_L es igual a la potencia generada P_G (despreciando las pérdidas), de aquí que $K = K_1 P_T - K_2 P_L$ en donde K_1 y K_2 son los coeficientes que afectan a las turbinas y a la carga respectivamente.

Puede determinarse experimentalmente K uniendo por un enlace sencillo dos sistemas grandes separados, cortando la conexión y midiendo la variación de frecuencia. En los sistemas ingleses los ensayos demuestran que $K = 0,8 P_T - 0,6 P_L$ y está comprendida entre 2000 y 5500 MW por Hz, es decir una variación de frecuencia de 0,1 Hz exige una variación que esté comprendida en el intervalo de 200 a 550 MW dependiendo de la importancia de la central conectada. En sistemas más pequeños, en el caso de una variación de carga razonable, la variación de frecuencia es relativamente grande y se han introducido reguladores eléctricos para mejorar la característica de potencia/frecuencia.

3.6. Sistemas conectados mediante líneas de capacidad relativamente pequeñas

Sean K_A y K_B las constantes respectivas de potencia/frecuencia de dos sistemas de potencia separados A y B. Supongamos que dP_t es la variación de la potencia transferida desde A hasta B cuando se presenta en estos mismos sistemas una modificación que da como resultado una potencia fuera del equilibrio dP , siendo dP_t positivo cuando se transfiere potencia desde A hasta B. La variación de frecuencia en el sistema B debido a una carga extra dP y una entrada extra dP_t desde A, es $-(dP - dP_t)/K_B$ (el signo negativo indica una disminución de frecuencia). La caída de frecuencia en A debida a la carga extra dP_t es dP_t/K_A pero las variaciones de frecuencia de cada sistema deben ser iguales cuando están eléctricamente conectados. De aquí que

$$\frac{-(dP - dP_t)}{K_B} = \frac{-dP_t}{K_A}$$

$$\therefore dP_t = + \left(\frac{K_A}{K_A + K_B} \right) dP \quad (3.6)$$

Consideremos a continuación los dos sistemas funcionando a una frecuencia común f de tal modo que A aporta una energía dP_t a B. El enlace de conexión se abre a continuación y A se libera de dP_t y adquiere una frecuencia f_A mientras que B aumenta su carga en dP_t , y adquiere una frecuencia f_B .

De aquí que

$$f_A = f + \frac{dP_t}{K_A} \quad \text{y} \quad f_B = f - \frac{dP_t}{K_B}$$

A partir del cual se puede obtener

$$\frac{dP_t}{f_A - f_B} = \frac{K_A K_B}{K_A + K_B} \quad (3.7)$$

Por tanto, abriendo el enlace y midiendo la variación resultante de f_A y f_B pueden obtenerse los valores de K_A y K_B .

Cuando los grandes sistemas interconectados se enlazan eléctricamente a otros mediante líneas adecuadas, las transferencias de potencia entre ellos suelen decidirse normalmente mediante un acuerdo mutuo y entonces la potencia se controla por los reguladores adecuados. Como la capacidad de las líneas de enlace es pequeña comparada con los sistemas, debe tenerse cuidado en evitar una transferencia excesiva de potencia.

Efecto de las características de los reguladores

Un estudio más amplio del funcionamiento de dos sistemas interconectados en estado de régimen exige una consideración adicional de los aspectos del control del proceso de generación.

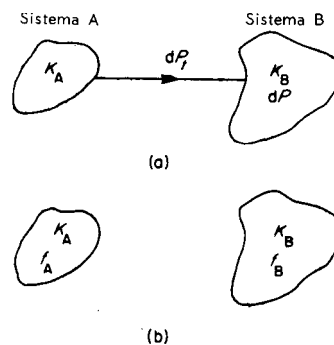


FIG. 3.9. a) Dos sistemas de potencia interconectados mediante una línea de enlace; b) ambos sistemas con el enlace abierto.

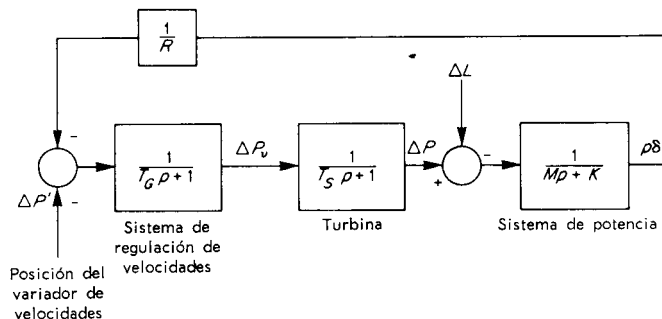


FIG. 3.10. Diagrama de bloques para un turbogenerador conectado a un sistema de potencia. (Según *Economic Control of Interconnected System* de L. K. Kirchmayer. Copyright © 1959 John Wiley & Sons Ltd. Con permiso de John Wiley & Sons, Inc.)

En la figura 3.10 se indica un diagrama de bloques más completos para el sistema generador-turbina de vapor conectado a un sistema de potencia. En el caso de este sistema es válida la siguiente ecuación:

$$Mp^2\delta + Kp\delta = \Delta P - \Delta P_L$$

en donde M es una constante que depende de la inercia (ver capítulo 7) en radianes.

K es la rigidez o coeficiente de amortiguamiento (es decir la variación de potencia con la velocidad) en MW/Hz o MW por rad/s.

$$p = \frac{\partial(\text{Potencia de carga})}{\partial(p\delta)} - \frac{\partial(\text{Potencia de la turbina})}{\partial(p\delta)}$$

$p = d/dt \dots$

- ΔP y ΔP_L = Variación de las potencias del sistema motriz fundamental y de la carga.
 δ = Variación desde la posición angular inicial.
 R = Regulación de velocidad establecida (o pendiente del regulador) es decir la caída de velocidad o de frecuencia cuando las máquinas combinadas de un área varían desde el caso de carga nula hasta carga completa, expresada en p.u. o bien Hz o rad/s por MW.
 $\Delta P'$ = Variación en el sistema de variación de velocidad.

De aquí que la variación de la velocidad o frecuencia normal,

$$p\delta = \frac{1}{Mp + K}(\Delta P - \Delta P_L)$$

Este análisis es válido en el caso de generación mediante turbinas de vapor; en el caso de turbinas hidráulicas, debe tenerse en cuenta la gran inercia del agua y el análisis es más complicado (ver referencia 2).

La representación de dos sistemas conectados por una línea de enlace se indica en la figura 3.11. El análisis general es como el anterior, excepto en los términos de potencia adicional debido a la línea de enlace. En los sistemas de potencia individuales las máquinas se considera que están estrechamente acopladas y que poseen un solo rotor equivalente.

En el caso del sistema (1),

$$M_1 p^2 \delta_1 + K_1 p \delta_1 + T_{12}(\delta_1 - \delta_2) = \Delta P_1 - \Delta P_{L1} \quad (3.8)$$

En donde T_{12} es el coeficiente de par de sincronización de la línea de enlace.

En el caso del sistema (2),

$$\begin{aligned} & M_2 p^2 \delta_2 + K_2 p \delta_2 + T_{12} (\delta_2 - \delta_1) \\ &= \Delta P_2 - \Delta P_{L2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

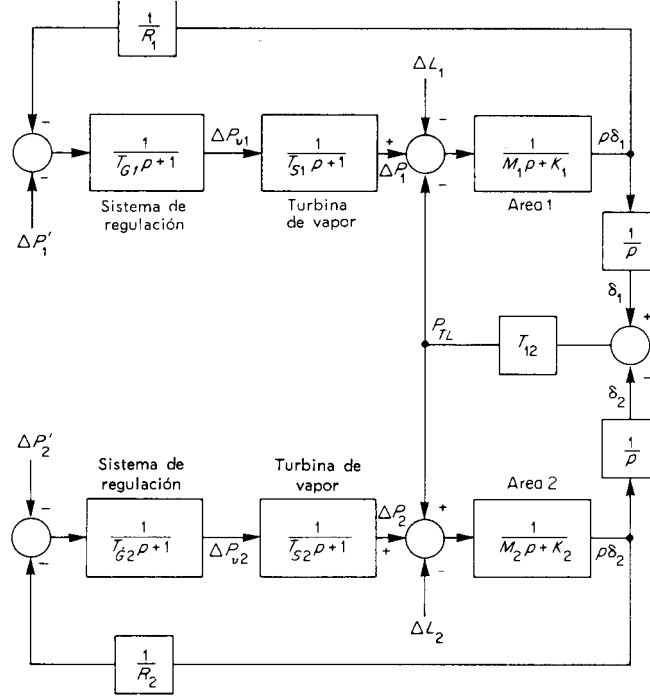


FIG. 3.11. Diagrama de bloques del control de dos sistemas de potencia conectados mediante una línea de enlace. (Según *Economic Control of Interconnected System* de L. K. Kirchmayer. Copyright © 1959 John Wiley & Sons Ltd. Con permiso de John Wiley & Sons, Inc.)

El análisis del estado de régimen de los sistemas interconectados puede obtenerse a partir de las funciones de transferencia dadas en el diagrama de bloques. La respuesta general del regulador de velocidad viene dada por

$$\Delta P_v = \frac{-1}{(T_G p + 1)} \left(\frac{1}{R} p \delta + \Delta P' \right) \quad (3.10)$$

En el estado de régimen, a partir de (3.10)

$$\Delta P_1 = -\frac{1}{R_1} p \delta_1 \quad (3.11)$$

y

$$\Delta P_2 = -\frac{1}{R_2} p \delta_2 \quad (3.12)$$

Análogamente, las ecuaciones (3.8) y (3.9) en estado de régimen

$$\left(K_1 + \frac{1}{R_1}\right)p\delta_1 + T_{12}(\delta_1 - \delta_2) = -\Delta P_{L1} \quad (3.13)$$

y

$$\left(K_2 + \frac{1}{R_2}\right)p\delta_2 + T_{12}(\delta_2 - \delta_1) = -\Delta P_{L2} \quad (3.14)$$

Sumando (3.13) y (3.14)

$$\left(K_1 + \frac{1}{R_1}\right)p\delta_1 + T_{12}(\delta_1 - \delta_2) + \left(K_2 + \frac{1}{R_2}\right)p\delta_2 + T_{12}(\delta_2 - \delta_1) = -\Delta P_{L1} - \Delta P_{L2} \quad (3.15)$$

En un sistema síncrono

$p\delta_1 = p\delta_2 = p\delta$ = frecuencia angular y (3.15) se transforma en

$$\left[K_1 + K_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\right]p\delta = -\Delta P_{L1} - \Delta P_{L2}$$

y

$$p\delta = \frac{-\Delta P_{L1} - \Delta P_{L2}}{(K_1 + K_2) + (1/R_1 + 1/R_2)} \quad (3.16)$$

A partir de (3.13) y (3.14)

$$T_{12}(\delta_1 - \delta_2) = \frac{-\Delta P_{L1} \left[K_2 + \frac{1}{R_2}\right] + \Delta P_{L2} \left[K_1 + \frac{1}{R_1}\right]}{\left[K_2 + \frac{1}{R_2} + K_1 + \frac{1}{R_1}\right]} \quad (3.17)$$

Normalmente se exige que se mantengan constantes la frecuencia del sistema y el intercambio a través de la línea de enlace en su valor programado. Para obtener esto se necesitan controles adicionales que hagan funcionar los ajustes de los reguladores de velocidad del modo siguiente.

En el caso del área (1)

$$p\Delta P_1^1 \alpha \gamma_{1f} T_{12}(\delta_1 - \delta_2) + \gamma_{1f} p\delta_1$$

$$\alpha \gamma_{1f} \left[T_{12}(\delta_1 - \delta_2) + \frac{\gamma_{1f}}{\gamma_{1f}} p\delta_1 \right]$$

En el caso del área (2)

$$p\Delta P_2^1 \alpha \gamma_{2f} \left[T_{12}(\delta_2 - \delta_1) + \frac{\gamma_{1f}}{\gamma_{1f}} p\delta_2 \right]$$

donde γ_t y γ_f se refieren a las constantes de control para la transferencia de potencia y frecuencia, respectivamente. Cuando se produce una variación de carga en un área determinada las variaciones en la potencia de la línea de enlace y en su frecuencia tienen signos opuestos, es decir, la frecuencia disminuye en el caso de un aumento de carga y la transferencia de potencia crece y viceversa. Sin embargo, en el área interconectada, las variaciones tienen el mismo signo. En el caso de sistemas típicos los parámetros tienen los siguientes órdenes de magnitud:

K ,	0,75 p.u. sobre una base de la capacidad del sistema.
T_{12}	0,1 p.u. un 10 por ciento de la capacidad del sistema da como resultado un desplazamiento de un radián entre las áreas (1) y (2).
R	0,04 p.u. sobre una base de la capacidad del sistema.
γ_f	0,005
γ_t	0,0009

Ejemplo 3.4. Dos sistemas de potencia A y B tienen cada uno de ellos una regulación (R) de 0,1 p.u. (sobre bases de la capacidad respectiva y una rigidez K de 1 p.u. La capacidad del sistema A es 1500 MW y la de B 1000 MW. Los dos sistemas están interconectados a través de una línea de enlace inicialmente a 60 Hz. Si existe una variación de carga de 100 MW en el sistema A, calcular la variación en los valores del estado de régimen de la frecuencia y de la potencia transferida.

$$\begin{aligned}
 K_A &= 1 \times 1500 \text{ MW per Hz} \\
 K_B &= 1 \times 1000 \text{ MW per Hz} \\
 R_A &= \frac{\Delta f \text{ (desde ausencia de carga a carga completa)}}{\text{Capacidad de carga completa}} = \frac{0,1 \times 60}{1500} \\
 &= \frac{6}{1500} \frac{\text{Hz}}{\text{MW}} \\
 R_B &= \frac{6}{1000} \frac{\text{Hz}}{\text{MW}}
 \end{aligned}$$

A partir de (3.16)

$$\begin{aligned}
 \Delta f &= \frac{-\Delta P_1}{(K_1 + 1/R_1) + (K_2 + 1/R_2)} \\
 &= \frac{-100}{1500 + \frac{1500}{6} + 1000 + \frac{1000}{6}} = \frac{600}{17500} = -0,034 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{12} = T_{12}(\delta_1 - \delta_2) &= \frac{-\Delta P_1(K_2 + 1/R_2)}{(K_1 + 1/R_1) + (K_2 + 1/R_2)} \\
 &= \frac{-100 \left(\frac{7000}{6} \right)}{10500/6} = \frac{-7000}{105} = -6 \text{ MW}
 \end{aligned}$$

Obsérvese que sin la participación del control de regulador

$$P_{12} = \left(\frac{-K_B}{K_A + K_B} \right) dP = \frac{-1000}{2500} \times 100 = -40 \text{ MW}$$

Control por línea de enlace con influencia de la frecuencia

Considérense tres sistemas de potencia interconectados A, B y C como se ve en la figura 3.12, siendo los tres de tamaño semejante. Admítase que inicialmente A y B aportan a C las transferencias de potencia previamente acordadas. Si C tiene un aumento de carga la frecuencia global tiende a disminuir y por lo tanto aumenta la generación de los sistemas A, B y C. Esto da como resultado una transferencia de potencia incrementada desde A y B hasta C. Sin embargo, estas transferencias están limitadas por el controlador de potencia de la línea de enlace a los valores previamente acordados y por tanto se dan instrucciones a A y B para que reduzcan la generación de potencia y de este modo C no recibe ayuda. Éste es un grave inconveniente de lo que se conoce como control de línea de enlace directo, el cual puede vencerse si se controla en un sistema utilizando una consideración tanto de la transferencia de carga como de la frecuencia, del tipo que supone la siguiente ecuación

$$\sum \Delta P + K \Delta f = 0 \quad (3.20)$$

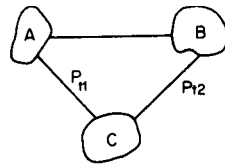


FIG. 3.12. Tres sistemas de potencia unidos mediante líneas de enlace.

$\sum \Delta P$ es el error de transferencia neto y depende del tamaño del sistema y de las características del regulador y Δf es el error de la frecuencia y es positivo para frecuencia elevada. En el caso anterior, después de la variación de carga de C el error de la frecuencia es negativo (es decir la frecuencia es baja) para A y B y la suma de ΔP para las líneas AC y BC es positiva. Para un control correcto,

$$\sum \Delta P_A + K_A \Delta f = \sum \Delta P_B + K_B \Delta f = 0$$

Los sistemas A y B no requieren ninguna acción reguladora a pesar de su caída de frecuencia. En C, $\sum P_C$ es negativo, puesto que está importando desde A y B y por lo tanto los motores aceleradores del regulador en C funcionan hasta aumentar la salida y restaurar la frecuencia. A este sistema se le conoce como control de línea de enlace, con influencia de la frecuencia.

3.7. Transformadores de desplazamiento de fase

Aunque los generadores constituyen la única fuente de potencia en el sistema, la distribución de esta potencia a lo largo de la red puede verse influida mediante la inclusión de equipos de variación de fases tales como transformadores elevadores auxiliares. Con frecuencia en las líneas o cables que funcionan en paralelo tienen en la práctica corrientes que no están relacionadas con sus características térmicas normales; una línea aérea y un cable subterráneo en paralelo es un ejemplo típico de ello.

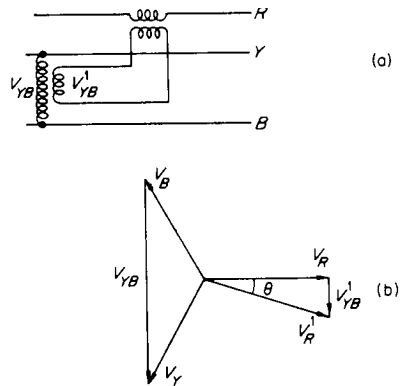


FIG. 3.13. a) Conexiones correspondientes a una fase de un transformador de desplazamiento de fase. Las conexiones son semejantes para las otras dos fases.
b) Diagrama de fasores correspondientes.

La distribución de potencia y de potencia reactiva en la red se decide por la impedancia de los diversos caminos eléctricos. Como ya se ha visto, los valores de la tensión definen el flujo de potencia reactiva pero no, al menos en una gran extensión, el flujo de potencia. Para influir en la potencia de una línea se necesita un desplazamiento de fase y esto puede obtenerse mediante las conexiones indicadas en la figura 3.13a. El dispositivo del transformador elevador auxiliar muestra sólo la inyección de tensión en una fase; esta inyección ha de repetirse en las dos fases restantes. En la figura 3.13b se muestra el correspondiente diagrama de los fasores y también está indicada la naturaleza del desplazamiento angular de la tensión V'_{YB} . Mediante el empleo de tomas en el transformador elevador pueden obtenerse diversos valores de desplazamientos de fase.

3.8. Optimización del funcionamiento del sistema de potencia

Introducción

La interconexión cada vez más amplia de las fuentes de potencia ha hecho que el funcionamiento de un sistema del modo más económico posible sea un tema complejo. El factor economía debe equilibrarse respecto a otras consideraciones tales como la seguridad de suministro. El empleo del *orden de mérito* asegura que, en tanto sea posible, se utilizarán las instalaciones generadoras más económicas. Sin embargo, la falta del conocimiento preciso de los flujos de potencia real y reactiva y de otros parámetros de la red y la ausencia

de medios efectivos para considerar el análisis de sistemas grandes, impiden que el funcionamiento alcance un grado óptimo económico real aunque operadores experimentados ciertamente se aproximen a este objetivo.

La rápida expansión del empleo de calculadores digitales para flujos de carga y cálculos de fallos y el desarrollo de las técnicas de optimización en la teoría del control ha sido el resultado de la gran atención que se ha dado a este sistema.

Aparte de las consideraciones financieras va resultando cada vez más difícil que los operadores puedan afrontar la información producida por grandes sistemas complejos en momentos de emergencia, por ejemplo cuando se presentan averías de importancia. Las computadoras con instalación «on line» (directa) pueden digerir más fácilmente esta información y emprender la acción correcta instruyendo a los sistemas de control o mediante la presentación de la información precisa para permitir que los operadores humanos ejerzan la acción correcta. En el intento de obtener una optimización económica deben respetarse las limitaciones del sistema tales como las capacidades de las centrales y los límites de estabilidad.

La optimización puede considerarse en cierto número de formas diferentes de acuerdo con la escala de tiempos que interviene en el fenómeno, a saber: diariamente, anualmente (especialmente en el caso de centrales hidráulicas) e incluso periodos mucho más largos cuando se hace el planteamiento de desarrollos futuros, aunque esto último no sea una optimización estrictamente operacional. En un sistema ya existente, los diversos factores que intervienen son los costos fijos y variables. Entre los primeros debemos incluir la mano de obra, la administración, intereses y depreciación, etc., y entre los últimos fundamentalmente el combustible. Un problema fundamental es la previsión efectiva de la carga futura, bien se presente al cabo de 10 minutos, de unas horas o en el intervalo de varios años. No se pretende aquí describir la teoría matemática de las soluciones obtenidas hasta ahora, puesto que esto escapa del objetivo y nivel que se pretende alcanzar en este texto, pero se dará una idea esquemática del problema con varias referencias y en el apéndice 4 se presenta una discusión adicional.

Tiene interés la información siguiente:

Respecto a cada generador:

- (a) capacidades de producción máxima y económica,
- (b) crecimiento térmico fijado e incremental,
- (c) tiempo de interrupción mínimo,
- (d) producciones estables mínimas y velocidades de crecimiento y descenso máximas.

Respecto a cada central:

- (a) coste y valor calorífico del combustible (centrales térmicas),
- (b) factor que refleja el rendimiento funcional reciente de la central,
- (c) tiempo mínimo entre la puesta en carga y descarga de generadores sucesivos,
- (d) limitaciones a la producción de la central.

Respecto al sistema:

- (a) demanda de carga a intervalos determinados para el período especificado,
- (b) limitaciones específicas impuestas por las posibilidades del sistema de transporte,
- (c) necesidades de generadores de reserva en marcha,
- (d) influencia de las pérdidas en las líneas de transporte.

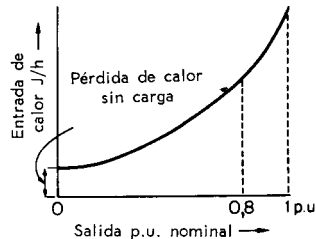


FIG. 3.14. Características entrada-salida de un grupo turbogenerador. Con frecuencia la curva por encima de 0,8 p.u. es más pendiente que el resto y la máquina tiene una producción máxima a 1 p.u. y una producción de máxima economía a 0,8 p.u. por ejemplo.

La característica de consumo y producción de una turbina es de gran importancia cuando se considera su funcionamiento económico. En la figura 3.14 se muestra una característica típica. Al *crecimiento térmico incremental* se le define como la pendiente de la curva de consumo y producción a cualquier producción determinada. Al gráfico del crecimiento térmico incremental en función de la producción se le conoce como la línea Willans. En el caso de turbinas grandes con una sola válvula, el crecimiento térmico incremental es aproximadamente constante en todo el margen del funcionamiento (la mayor parte de las turbinas de vapor empleadas en Inglaterra son de este tipo); en el caso de turbinas multiválvulas (como las utilizadas en los Estados Unidos), la línea Willans no es horizontal sino que se curva hacia arriba y con frecuencia viene representada por una ley muy aproximadamente lineal. El valor que adquiere el crecimiento térmico incremental de un equipo generador es a veces complicado, porque si sólo se está haciendo funcionar durante uno o dos turnos (existen normalmente tres turnos diarios) el calor ha de consumirse en calderas de reserva cuando no se necesite.

En lugar de representar el crecimiento térmico incremental o consumo de combustible en función de la potencia de salida, en el caso de un turbogenerador puede utilizarse el coste de combustible incremental. Este término es ventajoso cuando se pretende distribuir la carga entre los generadores para una economía óptima, puesto que incorpora las diferencias existentes en los costos de combustible de las diversas centrales generadores. Normalmente el gráfico del costo de combustible incremental en función de la producción de potencia puede aproximarse a una línea recta (fig. 3.15). Consideremos dos equipos turbogeneradores que poseen los siguientes costos de combustible incremental diferentes, dC_1/dP_1 y dC_2/dP_2 ; siendo C , el coste del combustible suministrado a la unidad número 1 para una potencia de salida de P , y análogamente C_2 y P_2 se relacionan con la unidad número 2. Se exige que la carga de los generadores se ajuste a unos requisitos determinados del modo más económico posible. Evidentemente la carga en el caso de la máquina con la razón dC/dP más alta deberá reducirse haciendo aumentar la carga que toma la máquina de

cociente dC/dP inferior. Esta transferencia será beneficiosa hasta que sean iguales los valores de dC/dP para ambos equipos, después de lo cual la máquina que tenga previamente el valor más elevado de dC/dP resultará ser la que tiene el valor menor y viceversa. Ya no existe ninguna ventaja económica en una transferencia adicional de carga y por consiguiente la condición en la que $dC_1/dP_1 = dC_2/dP_2$ da la economía óptima; esto puede verse considerando la figura 3.15. El razonamiento anterior puede ampliarse a varias máquinas que suministran una carga. Generalmente en el caso de economía óptima *los costos de combustible incremental deben ser idénticos para todos los equipos turbogeneradores que contribuyen.*

Los razonamientos anteriores deben modificarse cuando son diferentes las distancias de las centrales generadoras a las cargas comunes; aquí influirá sobre el razonamiento el costo de las diferentes pérdidas debidas al transporte.

Tan importante como las pérdidas en el transporte de la energía es el método óptimo de transportar el combustible desde los centros de producción hasta las centrales generadoras. El transporte tanto de la energía eléctrica como del combustible de modo óptimo constituyen los *Problemas de transporte* que se consideraran con técnicas especiales (por ejemplo la regla noroeste) o por el método de la programación lineal. En la referencia 6 se da una buena introducción a estos métodos.

Formulación básica del problema de optimización de términos-cortos en el caso de centrales térmicas

Kirchmeyer⁴ utiliza multiplicadores de Lagrange al formular las ecuaciones en las que se incluyen las pérdidas por transporte.

Sean: P_i = potencia de salida de la unidad i (MW),

- P_r = Carga total sobre el sistema (MW).
- P_L = Pérdidas en el transporte (MW).
- F_T = Coste total de las unidades (dinero/hora).
- γ = Multiplicador de Lagrange (dinero por MW-hora).
- n = Número de unidades generadores

El consumo total del sistema procedente de todos los generadores

$$= P_T = \sum_{i=1}^n P_i, \quad \text{y} \quad \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) - P_L - P_R = 0$$

Utilizando los multiplicadores de Lagrange se obtiene la expresión,

$$\gamma = F_T - \lambda \left(\sum_{i=1}^n P_i - P_L - P_R \right)$$

Para el coste mínimo (F_T), $\frac{\partial \gamma}{\partial P_i} = 0$ para todos los valores de i .

$$\frac{\partial \gamma}{\partial P_i} = \frac{dF_i}{dP_i} - \lambda + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 0$$

es decir,

$$\frac{dF_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda \quad (3.21)$$

En la ecuación (3.21), dP_L/dP_i es la pérdida incremental por transporte. Un modo de resolver las ecuaciones (3.21) se conoce como el método del factor de penalización en el que (3.21) se escribe en la forma

$$\frac{dF_i}{dP_i} L_i = \lambda \quad (3.22)$$

en donde $L_i = \left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \right) =$ factor de penalización de la planta o central i .

Un factor de penalización aproximado es

$$L_i = 1 + \frac{\partial P_L}{\partial P_i}$$

Utilizando esta expresión y (3.22)

$$\frac{\partial F_i}{\partial P_i} + \left(\frac{\partial F_i}{\partial P_i} \cdot \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) = \lambda$$

en donde $i = 1 \dots n$ (número de centrales).

En la práctica es difícil la determinación de dP_L/dP_i y se hace uso de los denominados coeficientes «B» o de pérdidas, es decir

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \sum_j 2B_{ij}P_j + B_{io},$$

en donde los coeficientes B se determinan a partir de la red (referencias 1 y 4).

El estudio anterior tiene muchos inconvenientes, como por ejemplo limitaciones de los flujos de potencia debido a los valores nominales del equipo, a la instalación de los transformadores y ángulos de fase máximos permisibles a lo largo de las líneas de transporte sobre bases de estabilidad. Además sólo se tiene en cuenta la potencia activa

habiéndose despreciado la potencia reactiva. En el apéndice 4 se da una breve introducción a un método más completo utilizando la programación lineal.

3.9. Control mediante computadora de la carga y de la frecuencia

Control de las líneas de enlace

Ya se ha estudiado el control automático de los sistemas de potencia de zonas unidas por líneas de enlace. Los métodos utilizados se ampliarán ahora para incluir la economía óptima así como el control de la transferencia de potencia y de frecuencia. Los sistemas básicos descritos son típicos de la práctica común en Estados Unidos y han sido totalmente estudiados por Kirchmeyer.⁴ En la sección anterior se han resumido los métodos para el análisis económico y optimización según fueron desarrollados por Kirchmeyer.² La selección de las unidades generadoras que han de funcionar se decide fundamentalmente por las exigencias de las reservas disponibles de energía, el control de tensión, la estabilidad y la protección. Los métodos estudiados distribuyen la carga asignada a cada una de las máquinas.

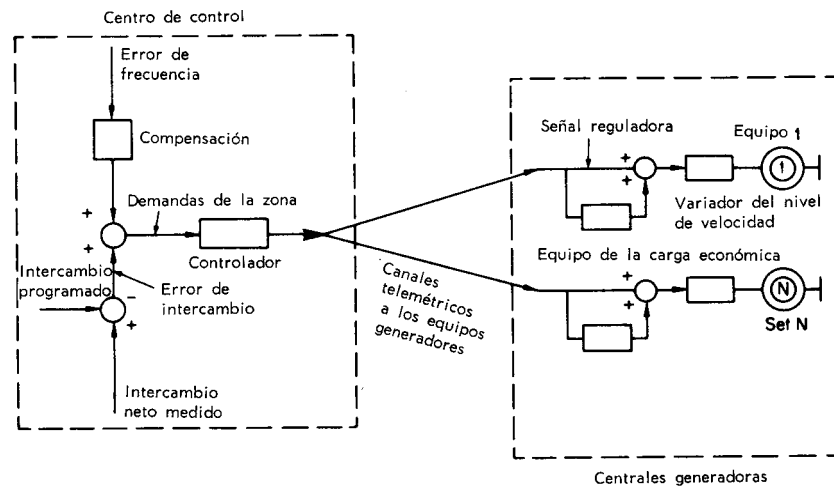


FIG. 3.16. Diagrama esquemático de montajes de control automático, que tienen en cuenta la frecuencia, los flujos de potencia de las líneas de enlace y la carga económica de las instalaciones generadoras. (Según *Economic Control of Inter-connected System* by L. K. Kirchmeyer. Copyright © 1959 John Wiley & Sons Ltd. Con permiso de John Wiley & Sons, Inc.)

Si se desprecian las pérdidas por transporte, se ha demostrado que la economía óptima se obtiene cuando $dF_n/dP_n = \lambda$. Como se indica en la figura 3.16, en los bucles de control para ajuste de frecuencia y de transferencia de potencia se incorpora un equipo de control para ajustar los sistemas de variación de velocidad de los reguladores de tal modo que todas las unidades cumplen con el valor apropiado dF_n/dP_n . El control de frecuencia y transferencia de carga actúa rápidamente y una vez que se han decidido cuáles deben ser estas magnitudes, intervienen los controles económicos cuya actuación es más lenta. Por ejemplo, si en el área controlada se produce un aumento de carga, se transmite a través del

sistema de control una señal que solicita un aumento de la generación de energía. Estas variaciones alteran el valor de a , y hacen que el aparato de control económico pida que los aparatos generadores que han de ponerse en funcionamiento lo hagan al mismo costo incremental. Finalmente, el sistema alcanza de nuevo el estado de régimen, habiendo sido absorbida la variación de carga y todas las unidades funcionan con un valor idéntico de pérdida incremental.

Si se incluyen las pérdidas por transporte, los requisitos económicos básicos exigen que $dF_n/dP_n = \lambda/L_n$ donde L_n es el factor de penalización. Por una computadora se generan señales $(1/L_n)$ a partir de un conocimiento de los parámetros del sistema en la forma de los denominados coeficientes B . En las referencias 2 y 4 se da una descripción detallada y completa de la práctica seguida en los Estados Unidos en el control económico de sistemas interconectados.

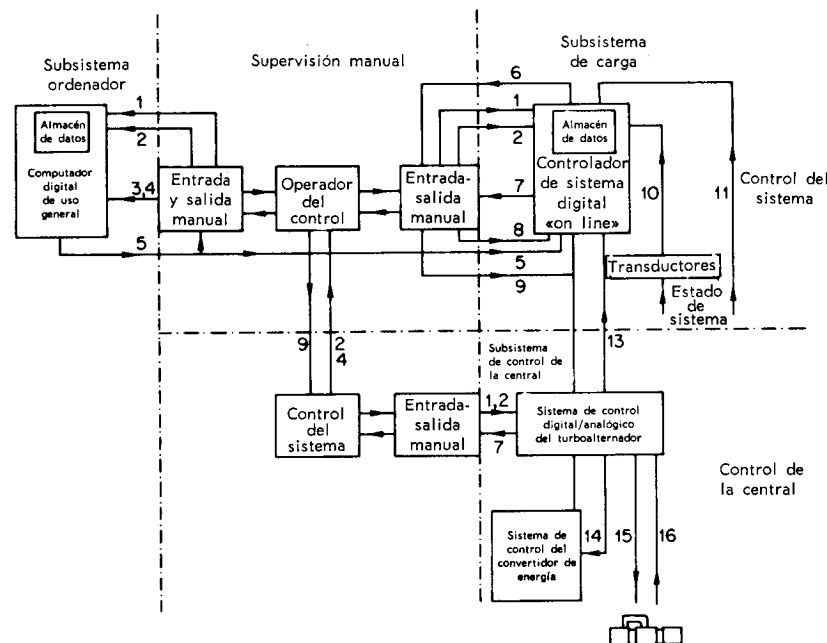


FIG. 3.17. Esquema funcional del control automático del sistema de potencia. Flujo de información y mando. 1, modificación de parámetros; 2, modificación de restricciones; 3, datos de carga, configuración; 4, planta disponible; 5, programa óptimo de potencia activa y reactiva con comprobación de seguridad; 6, datos operacionales procesados; 7, demandas de alarma y decisiones; 8, modificaciones para adaptarse a lo programado; 9, instrucciones manuales de emergencia; 10, carga, frecuencia, tensión, configuración; 11, información suplementaria; 12, potencia exigida, potencia futura, regulación exigida; 13, potencia de salida; 14, potencia de salida, potencia de salida futura; 15, control de energía, control de excitación; 16, MW, frecuencia, tensión. (Con permiso de Institution of Electrical Engineers.)

En Inglaterra, utilizando los métodos actuales no automáticos, existe un error de frecuencia de menos de 0,1 Hz durante el 90 por ciento del día. Para que la frecuencia esté automáticamente controlada se exige que un margen de la generación controlada de $\pm(300-500)$ MW, corrija el error de frecuencia y esto debe hacerse de modo que la corrección se distribuya entre varias centrales generadoras para evitar flujos de potencia no económicos. Un esquema posible de funcionamiento sería el dotar a ciertas máquinas seleccionadas con reguladores de turbina que controlasen el mecanismo del motor

acelerador y de aquí la producción de potencia de salida. Estos reguladores serían controlados mediante pulsos telemétricos transmitidos a partir de un sistema controlador central.

Un esquema inglés que ha estado en funcionamiento controla 31 turbogeneradores con una salida total de 1500 MW. El corazón de este esquema es una computadora, que habiendo recibido la carga prefijada, decide la potencia que ha de producirse por cada generador para ajustarse a la carga prevista a un costo mínimo. Todo esto se realiza 30 minutos antes del período real de la carga. También investiga la falta de un equipo fundamental de la planta en cualquier punto del sistema y da una indicación de la condición de seguridad de la red. Si la seguridad resulta afectada el ingeniero de control revisa el programa de generación de energía y alimenta con este programa a la computadora para un reparto revisado de las asignaciones a las máquinas productoras. La computadora proporciona también cada 5 minutos una predicción de las condiciones de carga que cabe esperar 5 minutos más tarde. Entonces envía instrucciones a los reguladores de las turbinas para ajustar las salidas de potencia de acuerdo con las condiciones esperadas. En Francia han estado funcionando durante algunos años los sistemas de control de frecuencia automáticos.

Los sistemas de control automático de carga y frecuencia pueden funcionar por la desviación de una magnitud determinada, por ejemplo, a partir de un valor de referencia o sobre la integral de esta diferencia en un tiempo determinado. Un ejemplo de este último se conoce como la *regulación de energía-fase-carga*. En la referencia 14 se indica un método completo - propuesto para el control automático, el cual se resume mediante 'el diagrama de bloques de la figura 3.17. Existen tres subsistemas, cada uno de los cuales puede funcionar solo o ser sustituido por un operador humano. La sección de la central produce una _orden de comprobación de seguridad, con tres horas de adelanto al momento en que la planta ha de estar conectada al sistema. Se requiere acceso a una gran computadora digital rápida y la computación da el orden de mérito, el flujo de carga y la comprobación de seguridad.

El subsistema de carga recibe la orden de la central, la almacena y cuando se requiere envía las instrucciones de carga (codificadas digitalmente) a los sistemas de control de los turboalternadores. Mediante telemetría, desde las estaciones generadoras y por alimentación manual, se obtiene la información de entrada. Un factor limitador de estos esquemas es el tiempo durante el cual ha de calcularse el flujo de carga (ver capítulo 5); tiempos de cálculo que parecen rápidos en el contexto normal pueden ser largos en función de un sistema de control completamente automático. Como la valoración de las potencias, tensión y corriente representa el núcleo del sistema de control, esta rapidez del cálculo del flujo de cargas es de una importancia vital.

Referencias

LIBROS

1. Stevenson, W. D., *Elements of Power System Analysis*, McGraw-Hill, New York, 2^a ed., 1962.
2. Kirchmeyer, L. K., *Economic Control of Interconnected Systems*. Solicitudes a C. K. Kirchmeyer, 27 St. Stephens Lane, Scotia, New York, 12302, U.S.A.

3. Chestnut, H. y R. W. Mayer, *Servomechanisms and Regulating System Design, Vol. 1*, Wiley, New York, 1951.
4. Kirchmeyer, L. K., *Economic Operation of Power Systems*, Wiley, New York, 1958.
5. Kingsley, C. y A. E. Fitzgerald, *Electric Machinery*, McGraw-Hill, New York, 2.a ed., 1961.
6. Metzger, K. W., *Elementary Mathematical Programming*, Wiley, New York, Science ed., 1963.

ARTÍCULOS Y FOLLETOS

7. Kidd, W. L., 'Load and frequency control', *Elec. J.*, London (1961).
8. Moran, F., 'Power systems automatic frequency control techniques', *Proc. I.E.E.*, **106A** (1959).
9. Walker, P. A. W. y A. S. Alfred, 'Frequency-response analysis of displacement governing in synchronous power systems', *Proc. I.E.E.*, **108C** (1961).
10. Broadbent, D. y K. N. Stanton, 'An analytical review of power-system frequency, time and tie-line control', *Proc. I.E.E.*, **108C** (1961).
11. Dineley, J. L. y E. T. Powner, 'Power-system governor simulation', *Proc. I.E.E.*, **111** (1964).
12. Coles, H. E., 'Effects of prime-mover governing and voltage regulation on turbo-alternator performance', *Proc. I.E.E.*, **112** (1965).
13. Wardrop, K. W., 'An analogue computer to evaluate the cost of changes in power on a power system', *Proc. I.E.E.*, **106**, 285 (1959).
14. 'Automation in the electricity supply industry', *I.E.E. Conf. Rept.* (1962).
15. Carpentier, J., 'Contribution à l'étude du dispatching économique', *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, Ser. 8, 3 (1962).
16. Carpentier, J. y J. Sirieux, 'L'optimization de la production à l'électricité de France', *Bulletin de la Société Française des Electriciens* (1963).
17. Dopazo, J. F., O. A. Klitin, G. W. Stagg y M. Watson, 'An optimization technique for real and reactive power allocation', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, 55, N.º 11 (1967).
18. Kuhn, H. W. y A. W. Tucker, 'Non-linear programming', *Proc. of Second Berkeley Symposium on Math. Stat. & Prob.* University of California Press, Berkeley, U.S.A. (1951).
19. Moskalev, A. G., 'Principles of the most economical distribution of the active and reactive loads in automatically controlled power systems', *Elektrichestvo*, N.º 12, 24-33 (1963).
20. Peschon, J., D. S. Piercy, W. F. Tinney, O. J. Tivet y M. Cuenard, 'Optimal control of reactive power flow', *I.E.E.E. Transactions on Power Apparatus and Systems*, **PAS-8**, N.º 1 (1968).
21. Brewer, C., G. F. Charles, C. C. M. Parish, J. N. Prewett, D. C. Salthouse y B. J. Terry, 'The performance of a predictive automatic load dispatching system', *Proc. I.E.E.* **115**, N.º 10, 1577 (1968).
22. Benthall, T. P., 'Automatic load scheduling in a multi-area power system', *Proc. I.E.E.*, **115**, N.º 4, 592 (1968).
23. Pettit, P., 'Digital computer programs for an experimental automatic load dispatching system', *Proc. I.E.E.*, **115**, N.º 4, 597 (1968).

24. Wells, D. W., 'Method for economic secure loading of a power system', *Proc. I.E.E.*, **115**, N° 8, 1190 (1968).
25. Long, R. W. y J. R. Barrios, 'A parametric equations approach to the economic dispatch problem', *I.E.E.E. Trans., P.A. & S.*, **86**, 141 (1967).
26. Caprez, A. y D. Caha, 'Optimized long-range power scheduling for a hydro reservoir system', *I.E.E.E. Trans., P.A. & S.*, **86**, 150 (1967).
27. Kennedy, T. y A. G. Hoffman, 'On-line digital computer application techniques for complex electric systems dispatch', *I.E.E.E. Trans., P.A. & S.*, **87**, 67 (1968).
28. Sasson, A. M., 'Non-linear programming solutions for load-flow, minimum loss, and economic dispatching problems', *I.E.E.E. Trans., P.A. & S.*, **88**, 399 (1969).
29. El-Abiad, A. H. y F. J. Jaimes, 'A method for optimum scheduling of power and voltage magnitude', *I.E.E.E. Trans., P.A. & S.*, **88**, 413 (1969).
30. Rindt, L. J., 'Economic scheduling of generation for planning studies', *I.E.E.E. Trans., P.A. & S.*, **88**, 801 (1969).
31. Cohn, N., S. B. Biddle, Jr., R. G. Lex, Jr., E. H. Preston, C. W. Ross y D. R. Whitten, 'On-line computer applications in the electric power industry', *Proc. I.E.E.E.*, **58**, N° 1, 78 (1970).
32. Stagg, G. W., J. F. Dopazo, O. A. Klitin y L. S. VanSlyck, 'Techniques for the real-time monitoring of power system operations', *I.E.E.E. Trans.*, Folleto N° 69TP657-PWR, presentado en la I.E.E.E. Summer Power Meeting (1969).

Problemas

- 3.1. Dos generadores síncronos idénticos de 60 MW funcionan en paralelo. Los sistemas de regulación de las máquinas son tales que tienen unas pendientes del 4 y 3 por ciento respectivamente (porcentaje de caída de velocidad desde la ausencia de carga a la carga completa). Determinar (a) la carga absorbida por cada máquina para una carga total de 100 MW, (b) el porcentaje de ajuste de la velocidad en ausencia de carga que debe hacer el motor acelerador si las máquinas han de repartirse por igual la carga. (42,8 y 57,2 MW, 0,83 por ciento de aumento de la velocidad en ausencia de carga sobre la máquina de pendiente 4 por ciento.)
- 3.2. Dos estaciones generadoras A y B están enlazadas por una línea y dos transformadores de reactancia total de 20 Ω referida a 132 kV y resistencia despreciable. A partir de las barras de distribución de A se toma una carga de 100 MW, con un factor de potencia de 0,9 en retraso, y a partir de las barras de B una carga de 200 MW, factor de potencia 0,85 en retraso. Determinar el ángulo de fase entre las barras de distribución de A y B y el ajuste de tensión necesario para igualar la carga en cada central.
Inicialmente ambas centrales tienen tensiones en la barra de distribución de 11 kV que están en fase (3° 9'; aumento en 5,3 kV en la parte de 132 kV de A).
- 3.3. Los costos de combustible incrementales de dos unidades en una central generadora son los siguientes

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0,003P_1 + 0,7$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 0,004P_2 + 0,5$$

en donde F está expresado en £/h y P en MW.

Admitiendo un funcionamiento continuo con una carga total de 150 MW calcular el ahorro por hora obtenido utilizando la división de carga más económica entre las unidades, en comparación con el reparto de carga por igual entre ambas. Las cargas operacionales máxima y mínima son las mismas para cada unidad y son 125 MW y 20 MW. ($P_1 = 57$ MW, $P_2 = 93$ MW, ahorrando 1,14 £ por hora.)

- 3.4. En el caso de las dos unidades generadoras del problema 3.3 representar el costo de combustible incremental correspondiente a la economía máxima en función de la carga total, en el margen de 40 a 250 MW. (Señalar los límites máximo y mínimo de la salida de energía de la máquina.)
- 3.5. Dos sistemas de potencia A y B están interconectados por una línea de enlace y tienen constantes de frecuencia/potencia K_A y K_B MW por Hz. Un aumento de carga de 500 MW sobre el sistema A produce una transferencia de potencia de 300 MW desde B hasta A. Cuando la línea de enlace se abre, la frecuencia del sistema es 49 Hz y la del sistema B, 50 Hz. Determinar los valores de K_A y K_B deduciendo las fórmulas que haya que utilizar. ($K_A = 500$ MW/Hz, $K_B = 750$ MW/Hz.)
- 3.6. Dos sistemas de potencia, A y B, con capacidad de 3000 y 2000 MW respectivamente están interconectados a través de una línea de enlace y funcionan ambos con sistemas de control de líneas de enlace por frecuencia. La pendiente de la frecuencia en cada área es del 1 por ciento de la capacidad del sistema por 0,1 Hz de desviación de la frecuencia. Si el intercambio a través de la línea de enlace para A se ajusta a 100 MW y para B se ajusta (incorrectamente) a 200 MW, calcular la variación de la frecuencia en estado de régimen.

Respuesta: 0,6 Hz. Utilizar $\Delta P_A + \sigma_A \Delta f = \Delta P_B + \sigma_B \Delta f$

Capítulo 4

Control de Tensión y Potencia Reactiva

4.1. Introducción

La relación aproximada entre la diferencia de tensión escalar entre dos nudos de una red y el flujo de potencia reactiva se vio en el capítulo 2 que era

$$\Delta V = \frac{RP_2 + XQ_2}{V_2} \quad (2.6)$$

También se vio que el ángulo de transmisión es proporcional a

$$\frac{XP_2 - RQ_2}{V_2} \quad (2.7)$$

En el caso de las redes en las que $X \gg R$, es decir en la mayor parte de los circuitos de potencia, ΔV , o sea, la diferencia de tensión, determina Q . Consideremos el interconector más sencillo que enlaza dos centrales generadoras A y B como se indica en la figura 3.7. La máquina en A está en avance de fase respecto a B y V_1 es mayor que V_2 ; de aquí que exista un flujo de potencia y de potencia reactiva desde A hasta B. Esto puede verse en el diagrama de fasores indicado en la figura 4.1.

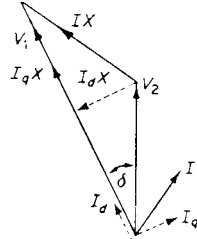
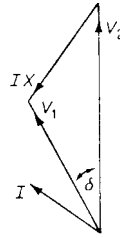


FIG. 4.1. Diagrama de fasores del sistema indicado en la figura 3.7; $V_1 > V_2$. Resistencia de la línea, cero; reactancia inductiva $X\Omega$. I_d e I_q , componentes en fase y en cuadratura de la corriente I .

Se ve que I_d y por lo tanto P , está determinado por $\angle\delta$ e I_q y, por consiguiente, Q principalmente por $V_1 - V_2$. En este caso $V_1 > V_2$ y se transfiere potencia reactiva desde A hasta B; si se varían las excitaciones del generador de modo que $V_2 > V_1$ la dirección de la potencia reactiva se invierte como se ve en la figura 4.2.

FIG. 4.2. Diagrama de fasores del sistema de la figura 3.7. $V_2 > V_1$.

De aquí que pueda enviarse potencia desde A hasta B o desde B hasta A mediante un ajuste adecuado de la cantidad de vapor (o agua) admitida en la turbina y enviar potencia reactiva en cualquier sentido ajustando el valor de las tensiones. Estas dos operaciones son aproximadamente independientes entre sí, si $X \gg R$ y puede estudiarse el flujo de potencia reactiva casi independientemente del flujo de potencia. Los diagramas de fasores muestran que si existe una diferencia de tensión escalar a través de un enlace fundamentalmente reactivo, la potencia reactiva fluye hacia el nudo de tensión más baja. Desde otro punto de vista, si en una red existe una deficiencia de potencia reactiva en un punto, ésta ha de suministrarse desde las líneas de conexión y, por lo tanto, la tensión en dicho punto disminuye. Inversamente, si existe un exceso de potencia reactiva generada (por ejemplo, cables con cargas ligeras absorben vars en avance o negativos y, por lo tanto, generan vars positivos), entonces la tensión aumentará. Esto es un modo conveniente de expresar la influencia del factor de potencia de la corriente transferida y aunque puede parecer poco familiar inicialmente, la habilidad de pensar en términos de flujos de vars, en lugar de factores de potencia y diagramas de fasores exclusivamente, hará que el estudio de las redes de potencia sea mucho más sencillo.

Si puede disponerse que Q_2 en el sistema de la figura 3.7 sea cero, entonces no existirá ninguna caída de tensión entre A y B, aspecto que resulta ser muy satisfactorio. Admitiendo que V , es constante, consideremos el efecto de mantener V_2 y, por tanto, la caída de tensión AV constante. A partir de la ecuación (2.6)

$$Q_2 = \frac{V_2 \cdot \Delta V - R \cdot P_2}{X} = K - \frac{R}{X} P_2 \quad (4.1)$$

en donde K es una constante.

Si este valor de Q_2 no existe de modo natural en el circuito, entonces habrá que obtenerlo mediante procedimientos artificiales tales como la conexión en B de condensadores o bobinas. Si el valor de la potencia varía de P_2 a P'_2 y si V_2 permanece constante, entonces la potencia reactiva en B debe variar a Q'_2 de tal modo que

$$Q'_2 - Q_2 = (P'_2 - P_2)$$

es decir, un aumento de potencia produce un aumento de potencia reactiva. Sin embargo, la variación es proporcional a (R/X) que es normalmente pequeño. Se ve que puede controlarse la tensión por la inyección dentro de la red de potencia reactiva del signo

correcto. Entre otros métodos menos evidentes para controlar la tensión podemos citar el empleo de transformadores de conexiones variables y elevadores de tensión.

4.2. Generación y absorción de potencia reactiva

En vista de lo que hemos estudiado en la sección anterior resulta ahora apropiado hacer una revisión de las características de un sistema de potencia desde el punto de vista de la potencia reactiva.

Generadores síncronos

Estos generadores se utilizan para generar o absorber potencia reactiva. Los límites de las posibilidades de dichos aparatos pueden verse en la figura 2.21 del capítulo 2. La posibilidad de suministrar potencia reactiva está determinada por la razón de cortocircuito ($1/\text{reactancia síncrona}$) puesto que la distancia entre el eje de potencia y la línea del límite de estabilidad teórico de la figura 2.21 es proporcional a la razón de cortocircuito. En las máquinas modernas el valor de esta razón se hace bajo por motivos económicos y de aquí resulta que la capacidad inherente para funcionar con factores de potencia en adelanto no es grande. Por ejemplo, una máquina de 200 MW, factor de potencia 0,85, con un 10 por ciento de tolerancia de estabilidad tiene una capacidad de hasta 45 MVar a una salida de potencia completa. Sin embargo, puede aumentarse la capacidad de vars mediante el empleo de reguladores de tensión de acción continua como se explicó en el capítulo 2. Una máquina sobreexcitada, es decir con una excitación mayor que la normal, genera potencia reactiva mientras que una máquina subexcitada la absorbe (o bien genera vars negativos o en avance). El generador es la fuente principal de suministro al sistema de vars tanto positivos como negativos.

Líneas aéreas y transformadores

Cuando tienen una carga completa, las líneas absorben potencia reactiva. Con una corriente de I A que pasa por una línea de una reactancia por fase de $X \Omega$, los vars absorbidos son $I^2 X$ por fase. Cuando las cargas son pequeñas las capacidades en paralelo de las líneas más largas pueden resultar predominantes y entonces la línea se convierte en un generador de vars.

Los transformadores siempre absorben potencia reactiva. Puede obtenerse una expresión útil para hallar la cantidad de potencia absorbida en el caso de un transformador de reactancia X_T p.u. y de un valor nominal a plena carga de $3 V \cdot I_{nom}$.

La reactancia óhmica

$$= \frac{V \cdot X_T}{I_{nom}}$$

Por tanto los vars absorbidos

$$\begin{aligned}
 &= 3 \cdot I^2 \cdot \frac{V \cdot X_T}{I_{nom}} \\
 &= 3 \cdot \frac{I^2 \cdot V^2}{(IV)_{nom}} \cdot X_T = \frac{(VA \text{ de carga})^2}{VA \text{ nominales}} \cdot X_T
 \end{aligned}$$

Cables

Los cables son generadores de potencia reactiva debido a su elevada capacidad. Un cable de 275 kV, 240 MVA, produce de 6 a 7,5 MVar por kilómetro; un cable de 132 kV, aproximadamente 2 MVar por kilómetro y un cable 33 kV, aproximadamente 0,12 MVar por kilómetro.

Cargas

Una carga con un factor de potencia 0,95 implica una demanda de potencia reactiva de 0,33 kVar por kW de potencia que es más apreciable de lo que sugeriría la mera cita del factor de potencia. Al proyectar una red es conveniente fijar los requisitos de potencia reactiva para asegurar que los generadores sean capaces de funcionar con los factores de potencia requeridos en los valores extremos de la carga que se espera. Un ejemplo de ello se da en la figura 4.3, en donde se adicionan las pérdidas reactivas para cada aparato hasta que se obtiene el factor de potencia del generador.

Ejemplo 4.1. En el sistema de transporte radial de la figura 4.3 todos los valores por unidad se refieren a las bases de tensión indicadas y 100 MVA. Determinar el factor de potencia a que debe funcionar el generador.

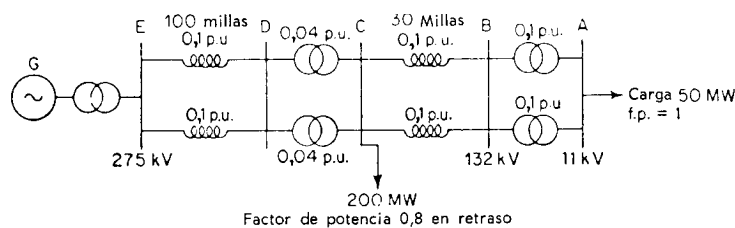


FIG. 4.3. Sistema de transmisión radial con cargas intermedias. Cálculo de las necesidades de potencia reactiva.

Solución. Se despreciarán las pérdidas de tensión en los circuitos admitiéndose que son válidas las tensiones nominales. En la barra de distribución A

$$P = 0,5 \text{ p.u.}, Q = 0$$

en las líneas de 132 kV y en los transformadores la pérdida I^2X

$$\begin{aligned}
 &= \frac{P^2 + Q^2}{V^2} X_{CA} = \frac{0,5^2}{1^2} \cdot 0,1 \\
 &= 0,025 \text{ p.u.}
 \end{aligned}$$

En la barra de distribución C,

$$\begin{aligned}P &= 2 + 0,5 = 2,5 \text{ p.u.} \\Q &= 1,5 + 0,025 \text{ p.u.} \\&= 1,525 \text{ p.u.}\end{aligned}$$

En las líneas de 275 kV y transformadores la pérdida I^2X ,

$$\begin{aligned}&= \frac{2,5^2 + 1,525^2}{1^2} 0,07 \\&= 0,6 \text{ p.u.}\end{aligned}$$

La pérdida I^2X en el generador-transformador grande será despreciable, de modo que el generador debe producir $P = 2,5$ y $Q = 2,125$ p.u. y funcionar con un factor de potencia de 0,76 en retraso. Se ve en este ejemplo que partiendo de la carga del consumidor los vars correspondientes a cada circuito se suman sucesivamente para obtener el valor total.

4.3. Relación entre tensión, potencia y potencia reactiva en un nudo

La tensión de fase V en un nudo es una función de P y Q en dicho nudo, es decir

$$V = \phi(P, Q).$$

La diferencial total de V ,

$$dV = \frac{\partial V}{\partial P} \cdot dP + \frac{\partial V}{\partial Q} \cdot dQ$$

y utilizando

$$\frac{\partial P}{\partial V} \cdot \frac{\partial V}{\partial P} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{\partial Q}{\partial V} \cdot \frac{\partial V}{\partial Q} = 1$$

$$dV = \frac{dP}{(\partial P / \partial V)} + \frac{dQ}{(\partial Q / \partial V)} \quad (4.2)$$

Puede verse a partir de las ecuaciones (4.2) que la variación de tensión en un nudo viene definida por las dos magnitudes

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right) \quad \text{y} \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial V} \right)$$

Como ejemplo consideremos una línea con una impedancia en serie de $(R + jX)\Omega$ y una admitancia en paralelo nula. A partir de la ecuación (2.6),

$$(V_1 - V)V - PR - XQ = 0 \quad (4.3)$$

en donde V_1 , la tensión en el extremo de producción, es constante y V , la tensión en el extremo receptor, depende de P y Q (fig. 4.4).

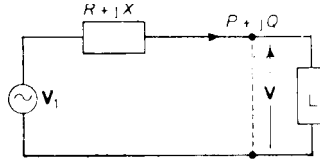


FIG. 4.4. Circuito monofásico equivalente de una línea alimentando una carga de $P + jQ$ desde unas barras de potencia infinita de tensión V_1

A partir de la ecuación (4.3)

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{V_1 - 2V}{R} \quad (4.4)$$

Además

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{V_1 - 2V}{X} \quad (4.5)$$

De aquí que,

$$\begin{aligned} dV &= \frac{dP}{(\partial P / \partial V)} + \frac{dQ}{(\partial Q / \partial V)} \\ &= \frac{dP \cdot R + dQ \cdot X}{V_1 - 2V} \end{aligned} \quad (4.6)$$

En el caso de que V y ΔV sean constantes, $RdP + XdQ = 0$ y $dQ = -(R/X)dP$ que puede obtenerse directamente de (4.1).

Normalmente $\partial Q / \partial V$ es la magnitud de mayor interés. Puede hallarse experimentalmente utilizando un analizador de redes (ver capítulo 5) mediante la inyección de una cantidad conocida de vars en el nudo en cuestión y midiendo entonces la diferencia de tensión producida. A partir de los resultados obtenidos,

$$\frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{Q_{\text{después}} - Q_{\text{antes}}}{V_{\text{después}} - V_{\text{antes}}}$$

ΔV debe ser pequeño en este ensayo, es decir, sólo algunas unidades por ciento de la tensión normal.

A partir de la expresión

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{V_1 - 2V}{X}$$

válida para la línea, es evidente que cuanto menor sea la reactancia asociada con un nudo, mayor será el valor de $\partial Q / \partial V$ para una caída de tensión determinada, es decir, la caída de tensión es inherentemente pequeña. Cuanto mayor es el número de líneas que se reúnen en un nudo menor será la reactancia resultante y mayor el valor $\partial Q / \partial V$. Evidentemente $\partial Q / \partial V$ depende de la configuración de la red, pero un valor elevado debe estar comprendido en el

margen de 10–15 MVar/kV. Si la caída de tensión natural en un punto, sin la inyección artificial de vars, es por ejemplo de 5 kV y el valor $\partial Q/\partial V$ en este punto es de 10 MVar/kV, entonces para mantener la tensión en su nivel de ausencia de carga se requerirán 5×10 o sea 50 MVar. Evidentemente cuanto mayor sea el valor de $\partial Q/\partial V$ más caro resulta mantener niveles de tensión mediante inyección de potencia reactiva.

$\partial Q/\partial V$ y la corriente de cortocircuito en un nudo. Se ha demostrado que en el caso de un conector de reactancia $X \Omega$, con una tensión en el extremo de envío V_1 y una tensión recibida V por fase

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{V_1 - 2V}{X} \quad (4.5)$$

Si las tres fases del conector están ahora cortocircuitadas en el extremo receptor (es decir se aplica un cortocircuito simétrico trifásico) la corriente que fluye en las líneas

$$= \frac{V_1}{X} \text{ A, admitiendo } R \ll X$$

Con el sistema en ausencia de carga

$$V = V_1 \quad \text{y} \quad \frac{\partial Q}{\partial V} = -\frac{V_1}{X}$$

De aquí que el valor de $(\partial Q/\partial V)$ es igual a la corriente de cortocircuito; el signo decide la naturaleza de la potencia reactiva. En funcionamiento normal V está dentro de algunas unidades por ciento de V_1 , y de aquí que el valor $\partial V/\partial Q$ para $V = V_1$ da una información útil respecto a las características de potencia reactiva/tensión, para pequeñas desviaciones del valor nominal de la tensión. Esta relación es especialmente interesante puesto que normalmente se conocerá la corriente de cortocircuito en todas las subestaciones.

Ejemplo 4.2. Tres puntos de suministro A, B y C están conectados a una barra de distribución común M. El punto de suministro A se mantiene a un valor nominal de 275 kV y está conectado a M a través de un transformador de 275/132 kV (reactancia 0,1 p.u.) y una línea de 132 kV, de reactancia 50Ω . El punto de suministro B está nominalmente a 132 kV y está conectado a M a través de una línea de 132 kV y 50 S1 de reactancia. El suministro del punto C está nominalmente a 275 kV y está conectado a M mediante un transformador de 275/132 kV (0,1 p.u. de reactancia) y una línea de 132 kV, de 50Ω de reactancia.

Si para una carga particular del sistema la tensión de la línea en M cae por debajo de su valor nominal en 5 kV, calcular el valor de la inyección de amperes reactivos necesarios en M para restablecer la tensión original.

Los valores p.u. se expresan sobre una base de 500 MVA y puede despreciarse en todo el sistema la resistencia.

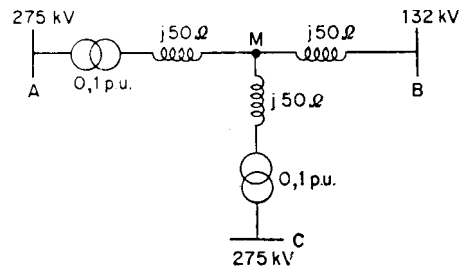


FIG. 4.5. Diagrama esquemático del sistema correspondiente al ejemplo 4.2.

Solución. El diagrama de la línea y el circuito monofásico equivalente se indican en las figuras 4.5 y 4.6.

Es necesario determinar el valor de $\partial Q / \partial V$ en el nudo o barra de distribución M; de aquí que se requiera conocer la corriente que fluye en M en un cortocircuito trifásico.

El valor base de la reactancia en el circuito de 132 kV

$$= \frac{132^2 \times 1000}{500000} = 35 \, \Omega$$

la reactancia de la línea

$$= \frac{j50}{35} = j1,43 \, \Omega$$

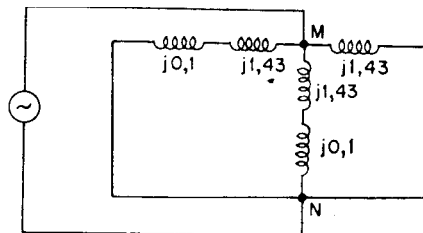


FIG. 4.6. Red monofásica equivalente con el nudo M cortocircuitado al neutro (para una explicación completa de la deducción de este circuito hay que referirse al capítulo 6).

La reactancia equivalente de M hasta N = $j0,5$ p.u. De aquí que la falta de MVA en M

$$\frac{500}{0,5} = 1000 \text{ MVA}$$

y la corriente de fallo

$$= \frac{1000 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 132000}$$

$$= 4380 \text{ A con un factor de potencia cero en retraso.}$$

Se ha demostrado que $\partial Q_M / \sqrt{3} \partial V_M =$ corriente de cortocircuito trifásica, cuando Q_M y V_M son los valores trifásicos y de la línea.

$$\frac{\partial Q_M}{\partial V_M} = 7,6 \text{ MVar/kV}$$

La caída de tensión natural en $M = 5 \text{ kV}$

$\therefore$ el valor de los vars inyectados necesarios, ∂Q_M , para compensar esta caída

$$= 7,6 \times 5 = 38 \text{ MVar.}$$

4.4. Métodos de control de tensión (i). – Inyección de potencia reactiva

El fundamento de este método se ha dado en las secciones anteriores. Éste es el método fundamental pero en los sistemas de transporte carece de la flexibilidad y economía que se obtiene con los transformadores con tomas de regulación. De aquí que sólo se utilicen en los esquemas cuando no basta con los transformadores. Está perfectamente justificada la instalación de condensadores estáticos para mejorar los factores de potencia de las cargas de una fábrica. La capacidad necesaria para el mejoramiento del factor de potencia de las cargas, de modo que se obtenga una economía óptima, se determina del modo siguiente. Supongamos que la tarifa de un consumidor sea

$$A \times \text{kVA} + B \times \text{kWh unidades de moneda (£)}$$

Una carga de $P_1 \text{ kW}$ con un factor de potencia ϕ_1 , en retraso tiene un valor en kVA de $P_1 / \cos \phi_1$. Si este factor de potencia se mejora a $\cos \phi_2$, el nuevo valor de kVA es $P_1 / \cos \phi_2$. El ahorro es por consiguiente

$$P_1 A \left(\frac{1}{\cos \phi_1} - \frac{1}{\cos \phi_2} \right) \text{ unidades de moneda}$$

La potencia reactiva necesaria de los condensadores de corrección

$$= P_1 \tan \phi_1 - P_1 \tan \phi_2 \text{ kVar}$$

Sea el coste por año de los intereses y depreciación de la instalación de los condensadores C unidades de moneda por kVar, o sea,

$$C(P_1 \tan \phi_1 - P_1 \tan \phi_2) \text{ unidades de moneda.}$$

El ahorro neto será

$$= \left[AP_1 \left(\frac{1}{\cos \phi_1} - \frac{1}{\cos \phi_2} \right) - CP_1 (\tan \phi_1 - \tan \phi_2) \right] \text{ unidades de moneda.}$$

Este ahorro es máximo cuando

$$\frac{d(\text{ahorro})}{d\phi_2} = 0$$

es decir cuando $\sin \phi_2 = C/A$.

Es interesante destacar que el factor de potencia óptimo es independiente del original. El mejoramiento de los factores de potencia de carga aliviará evidentemente el problema total del flujo de vars en el sistema de transporte.

El efecto principal de transmitir potencia con factores, de potencias diferentes de la unidad es como sigue: es evidente a partir de la ecuación (2.6) que la caída de tensión está fundamentalmente determinada por la potencia reactiva (Q). Las corrientes de línea son mayores dando pérdidas $I^2 R$ también mayores y, por tanto, reducen la capacidad térmica. Uno de los lugares evidentes para la inyección artificial de potencia reactiva es en las propias cargas. En general se dispone de tres métodos de inyección, en los que interviene el empleo de,

- (a) condensadores estáticos en shunt
- (b) condensadores estáticos en serie
- (c) compensadores síncronos

Condensadores en shunt y reactancias

Estos condensadores se utilizan en circuitos con factor de potencia en retraso mientras que las reactancias se emplean con factor de potencia en avance, como los que se crean por cables con cargas ligeras. En ambos casos el efecto consiste en suministrar la potencia reactiva exigida para mantener los valores de la tensión. Los condensadores se conectan directamente a unas barras de distribución o a un tercer arrollamiento de un transformador principal y se disponen a lo largo de la ruta para disminuir las pérdidas y caídas de tensión. Desgraciadamente, cuando la tensión cae, los vars producidos por un condensador en shunt o una reactancia disminuyen también, de tal modo que cuando más se necesitan se reduce su efectividad. También en el caso de cargas ligeras, cuando la tensión es elevada la salida del condensador aumenta y la tensión tiende a crecer hasta niveles excesivos.

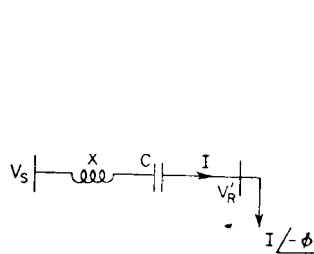


FIG. 4.7a. Línea con condensador en serie.

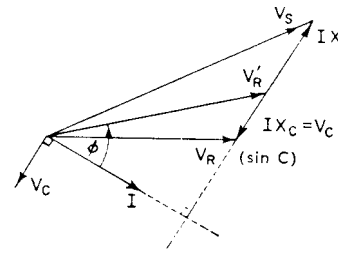


FIG. 4.7b. Diagrama de fasores.

Condensadores en serie

Estos condensadores se conectan en serie con los conductores de la línea y se utilizan para reducir la reactancia inductiva entre el punto de suministro y la carga. Un inconveniente fundamental de los mismos es la alta sobretensión que se produce cuando circula por el condensador una corriente de cortocircuito y han de incorporarse dispositivos de protección especial (por ejemplo interruptores de chispa). En la figura 4.7b se muestra el diagrama de fasores para una línea con un condensador en serie.

Las ventajas relativas entre los condensadores en shunt y en serie pueden resumirse del modo siguiente:

- (a) Si las exigencias en vars de la carga es pequeña, los condensadores en serie son de poca utilización.
- (b) En el caso de condensadores en serie la reducción de la corriente de la línea es pequeña, de aquí que si las consideraciones térmicas limitan la corriente se obtiene poca ventaja y debe utilizarse compensación en shunt.
- (c) Si la caída de tensión es el factor limitante, son eficaces los condensadores en serie; también se suavizan las fluctuaciones de tensión debidas a hornos de arco, etc.
- (d) Si la reactancia total de la línea es elevada, los condensadores en serie son muy eficaces y se mejora la estabilidad.

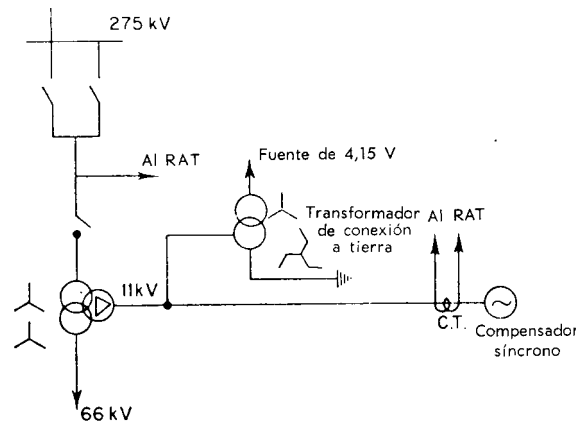


FIG. 4.8. Instalación típica con compensador síncrono conectado al arrollamiento terciario (triángulo) del transformador principal. Está provisto de un punto neutro mediante el transformador indicado de conexión a tierra. El regulador automático de tensión actuando sobre el compensador se controla mediante una combinación de la tensión del sistema de 275 kV y la corriente producida; esto da una pendiente a la curva de tensión-vars producidos que puede variarse a voluntad.

Compensadores síncronos

Un compensador síncrono es un motor síncrono que funciona sin carga mecánica y depende del valor de la excitación el que pueda absorber o generar potencia reactiva. Como las pérdidas son considerables en comparación con los condensadores estáticos, el factor de potencia no es nulo. Cuando se utiliza con un regulador de tensión el compensador puede automáticamente funcionar sobreexcitado en momentos de carga elevada y subexcitado con carga baja. En la figura 4.8 se muestra una conexión típica de un compensador síncrono y

en la figura 4.9 puede verse la característica asociada de tensión-var de salida. El compensador se arranca como un motor asíncrono en 2,5 minutos y luego se sincroniza.

Una gran ventaja de este aparato es la flexibilidad de funcionamiento en cualquier condición de carga. Aunque el coste de estas instalaciones es elevado, en algunas circunstancias está justificado por ejemplo en la barra de distribución del extremo receptor de una línea larga de alta tensión, en donde el transporte con factor de potencia menor que la unidad no puede tolerarse. Entonces debe rán utilizarse condensadores en shunt estáticos en la red de tensión más baja cuando sea necesario.

Exigencia de potencia reactiva para el control de tensión de líneas largas

Resulta ventajoso utilizar la ecuación generalizada de la línea,

$$\mathbf{V}_S = \mathbf{A}\mathbf{V}_r + \mathbf{B}\mathbf{I}_r$$

que tiene en cuenta la presencia de transformadores.

Sea la corriente de carga recibida I_r retrasada respecto a V_r en ϕ_r en donde V_r es el fasor de referencia

$$\begin{aligned} A &= A\angle\alpha \quad \text{y} \quad B = B\angle\beta \\ V_S\angle\delta_S &= AV_r\angle\alpha + BI_r\angle\beta - \phi_r \\ V_S\angle\delta_S &= AV_r\cos\alpha + jAV_r\sin\alpha + BI_r\cos(\beta - \phi_r) + jBI_r\sin(\beta - \phi_r) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Como el módulo del primer miembro es igual al del segundo miembro

$$\begin{aligned} V_S^2 &= A^2V_r^2 + B^2I_r^2 + 2ABV_rI_r\cos(\alpha - \beta + \phi_r) \\ &= A^2V_r^2 + B^2I_r^2 + 2ABV_rI_r[\cos(\alpha - \beta)\cos\phi_r - \sin(\alpha - \beta)\sin\phi_r] \\ P_r &= V_rI_r\cos\phi_r \quad \text{y} \quad Q_r = V_rI_r\sin\phi_r \end{aligned} \quad (4.8)$$

De aquí que la ecuación 4.8 se transforme en

$$V_S^2 = A^2V_r^2 + B^2I_r^2 + 2ABP_r\cos(\alpha - \beta) - 2ABQ_r\sin(\alpha - \beta)$$

Además

$$\begin{aligned} I_r &= I_p - jI_q \quad \text{y} \quad I_r^2 = I_p^2 + I_q^2 \quad \text{y} \quad I_p = \frac{P_r}{V_r} \quad \text{y} \quad I_q = \frac{Q_r}{V_r} \\ \therefore V_S^2 &= A^2V_r^2 + B^2\left(\frac{P_r^2}{V_r^2} + \frac{Q_r^2}{V_r^2}\right) + 2ABP_r\cos(\alpha - \beta) - 2ABQ_r\sin(\alpha - \beta) \end{aligned} \quad (4.9)$$

En el caso de una red determinada serán conocidos P_r , A y V . Mediante el empleo de la ecuación 4.9 puede determinarse el valor de Q_r tal que V_r sea igual a V_s o a una fracción especificada de la misma.

4.5. Método de control de tensión (2). – Transformadores con tomas de tensión

Ya se ha estudiado en el capítulo 2 el funcionamiento básico de los transformadores de conexiones variables; modificando la relación de transformación se cambia la tensión en el circuito secundario y se obtiene un control de la tensión. Éste constituye el método más generalizado y de más amplio empleo para el control de la tensión a todos los niveles.

Consideremos el funcionamiento de un sistema de transporte radial con dos transformadores de conexiones variables, como se indica en el circuito monofásico equivalente de la figura 4.10. t_s y t_r son fracciones de la relación de transformación nominal, es decir, relación de las conexiones/relación nominal. Por ejemplo, un transformador de relación nominal 6,6 kV a 33 kV, cuando se hace la conexión de modo que resulte 6,6 a 36 kV tiene un valor de $t_s = 36/33 = 1,09$. V_1 y V_2 son las tensiones nominales en los extremos de la línea siendo las tensiones reales $t_s V_1$ y $t_r V_2$. Es necesario determinar las relaciones de las conexiones variables necesarias para compensar completamente la caída de tensión en la línea. El producto $t_s t_r$ se hará igual a la unidad; esto asegura que el nivel de tensión completa permanezca en el mismo orden y que se utilice el mínimo margen de conexiones en ambos transformadores.

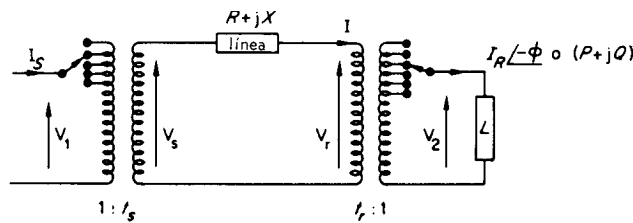


FIG. 4.10. Coordinación de dos transformadores de conexiones variables en un enlace de transmisión radial.

A partir de la figura 4.10,

$$t_s V_1 = t_r V_2 + IZ$$

Utilizando la ecuación (2.6)

$$IZ = \Delta V = \frac{RP + XQ}{t_r V_2}$$

$$t_s V_1 = t_r V_2 + \frac{RP + XQ}{t_r V_2}$$

Como $t_s t_r = 1$,

$$t_s = \frac{1}{V_1} \left(\frac{1}{t_s} V_2 + \frac{RP + XQ}{V_2 / t_s} \right)$$

$$\therefore t_s^2 = \frac{V_2}{V_1} + \frac{RP + XQ}{V_1 V_2} \cdot t_s^2$$

$$\therefore t_s^2 \left(1 - \frac{RP + XQ}{V_1 V_2} \right) = \frac{V_2}{V_1} \quad (4.10)$$

En el caso de una compensación completa de la caída de tensión de la línea $V_1 = V_2$.

Ejemplo 4.3. Se alimenta una línea de 132 kV a través de un transformador 11/132 kV, a partir de un suministro de 11 kV constantes. En el extremo de carga de la línea se reduce la tensión con otro transformador de relación nominal 132/11 kV. La impedancia total de la línea y de los transformadores a 132 kV es $(25 + j66) \Omega$. Ambos transformadores están equipados con sistemas de conexión variables dispuestos de modo que el producto de los dos valores nominales sea la unidad. Si la carga del sistema es 100 MW con un factor de potencia de 0,9 en retraso, calcular las conexiones requeridas para mantener la tensión de la barra de distribución a 11 kV.

Solución. En la figura 4.11 se muestra el diagrama de la línea. Como la caída de tensión de la línea ha de estar completamente compensada $V_1 = V_2 = 132$ kV.

Además $t_s \times t_r = 1$.

La carga es 100 MW, 48,3 MVar.

Se ha demostrado que

$$t_s^2 \left(1 - \frac{RP + XQ}{V_1 V_2} \right) = \frac{V_2}{V_1}$$

$$t_s^2 \left(1 - \frac{25 \times (100 \times 10^6 / 3) + 66 \times (48,3 \times 10^6 / 3)}{(132 / \sqrt{3})^2 \times 10^6} \right) = 1$$

De aquí que

$$t_s = 1,22 \text{ y, por lo tanto, } t_r = 0,82.$$

Estos valores son grandes para el margen normal de variación de los transformadores de conexiones variables (normalmente el margen de las conexiones no es superior al ± 20 por ciento). En este sistema sería necesario inyectar vars en el extremo de carga de la línea para mantener la tensión al valor requerido.

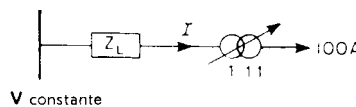


FIG. 4.12. Influencia de la variación de las conexiones del transformador sobre la corriente de la línea y la caída de tensión.

Es importante señalar que el transformador no mejora la posición del flujo de vars y además que la corriente en la línea de suministro se incrementa si se hace aumentar la relación de transformación. En la figura 4.12 puede verse que inicialmente la corriente de la línea (I) = 100 A (relación de transformación 1:1). Después de la variación de las conexiones la corriente (I) = $100 \times 1,1$ y la caída de tensión es $Z_L = 1,1 \times$ el valor original.

De aquí que el aumento de la tensión del secundario es en parte neutralizada por la caída de tensión creciente de la línea. Evidentemente, si la impedancia de la línea es elevada es posible que la caída de tensión sea demasiado grande para el transformador, de modo que no se puedan mantener las tensiones con el margen de conexiones disponibles.

4.6. Empleo combinado de los transformadores de conexiones variables y de inyección de potencia reactiva

La disposición práctica normal se ve en la figura 4.13 en donde el arrollamiento terciario de un transformador de tres arrollamientos está conectado a un compensador síncrono. Para unas condiciones de carga determinadas nos proponemos averiguar la relación de transformación necesaria según determinadas salidas del compensador.

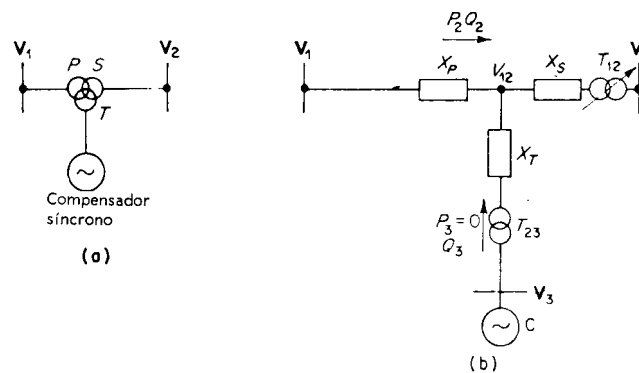


FIG. 4.13a. Esquema de un sistema que combina la variación de conexiones y la compensación síncrona.

FIG. 4.13b. Red equivalente.

El transformador está representado por la conexión en estrella equivalente y cualquier impedancia de la línea desde V_1 o V_2 hasta el transformador puede agruparse con las impedancias de las ramas del transformador. V_n es la tensión de fase en el punto neutro de la estrella del circuito equivalente, cuya impedancia del secundario (Z_s) normalmente es próxima a cero y, por tanto, se desprecia. Se desprecian también la resistencia y las pérdidas. Están especificados los márgenes permitidos de tensión para V_1 y V_2 y se dan los valores de P_2 , Q_2 , P_3 , y Q_3 tomándose normalmente P_3 como nulo.

La caída de tensión de V_1 a V_n

$$= \Delta V = X_p \frac{Q_2/3}{V_n}$$

o sea

$$X_p \frac{Q_2}{\sqrt{3} \cdot V_L}$$

en donde V_L es la tensión de la línea = $\sqrt{3} \cdot V_n$ y Q_2 es el número total de vars. Además,

$$\delta V = X_p \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot V_L}$$

$$(V_n + \Delta V)^2 + (\delta V)^2 = V_1^2$$

(ver diagrama de fasores de 2.7; se utilizan los valores de las fases) y

$$\left(V_n + X_p \frac{Q_2}{\sqrt{3} \cdot V_L} \right)^2 + X_p^2 \left(\frac{P_2^2}{3 \cdot V_L^2} \right) = V_1^2$$

$$(V_L^2 + X_p Q_2)^2 + X_p^2 P_2^2 = V_{1L}^2 V_L^2$$

Donde V_{1L} es la tensión de la línea = $\sqrt{3} \cdot V_1$

$$V_L^2 = \frac{V_{1L}^2 - 2X_p Q_2}{2} \pm \sqrt{V_{1L}^2 (V_{1L}^2 - 4X_p Q_2) - 4X_p^2 P_2^2}$$

Una vez se ha obtenido V_L , se encuentra fácilmente la relación de transformación. El procedimiento se aclara mejor mediante un ejemplo.

Ejemplo 4.4. Un transformador de tres arrollamientos tiene los valores nominales siguientes: 132 kV (línea), 75 MVA, conectado en estrella; 33 kV (línea), 60 MVA, conectado en estrella; 11 kV (línea), 45 MVA, conexión en triángulo. Se dispone de un compensador síncrono para conectar al arrollamiento de 11 kV.

El circuito equivalente del transformador puede expresarse en forma de tres arrollamientos conectados en estrella con una reactancia en el primario de 132 kV, equivalente a 0,12 p.u.; una reactancia en el secundario despreciable y una reactancia en el terciario de 11 kV, de 0,08 p.u., expresados ambos valores sobre una base de 75 MVA.

En funcionamiento, el transformador debe actuar con los siguientes valores extremos de la carga:

- (a) Carga de 60 MW, 30 MVar con tensiones primarias y secundarias regidas por los límites de 120 kV y 34 kV; compensador síncrono desconectado.
- (b) Sin carga. Los límites del primario y del secundario a 143 kV y 30 kV; compensador síncrono en funcionamiento y absorbiendo 20 MVar.

Calcular el margen de las tomas de regulación. Ignorar todas las pérdidas.

Solución. El valor de X_p de la reactancia del primario en ohms =

$$0,12 \times 132^2 \times 1000/75 \times 1000 = 27,8 \text{ } \Omega.$$

Análogamente la reactancia efectiva del arrollamiento terciario es $18,5 \text{ } \Omega$. El circuito en estrella equivalente se ve en la figura 4.14. Las condiciones primeras de funcionamiento son las siguientes:

$$P_1 = 60 \text{ MW}, Q_1 = 30 \text{ MVar}, V_{1L} = 120 \text{ kV}.$$

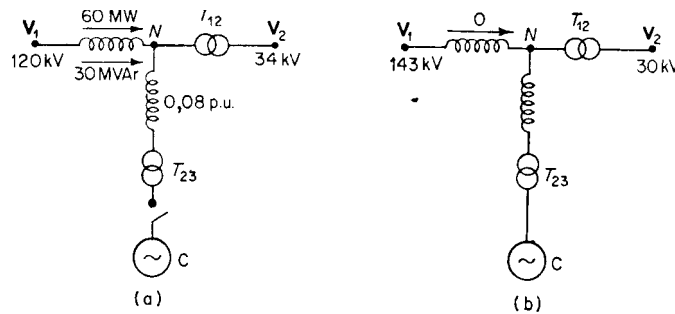


FIG. 4.14a. Ejemplo 4.4. Sistema con la condición (a) de carga.

FIG. 4.14b. Sistema con la condición (b) de carga.

De aquí que

$$V_L^2 = \frac{1}{2} \left(120000^2 - 2 \times 27,8 \times 30 \times 10^6 \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{120000^2 \left(120000^2 - 4 \times 27,8 \times 30 \times 10^6 \right) - 4 \times 27,8^2 \times 60^2 \times 10^{12}}$$

$$V_L^2 = \left(63,61 \pm \frac{122}{2} \right) 10^8 = 124,4 \times 10^8$$

$$V_L = 111 \text{ kV}$$

La segunda serie de condiciones es:

$$V_{1L} = 143 \text{ kV}, P_2 = 0 \text{ y } Q_2 = 20 \text{ MVar}.$$

Utilizando de nuevo la fórmula correspondiente a V_L ,

$$V_L = 138,5 \text{ kV}.$$

La relación de transformación con la condición primera

$$\frac{111}{34} = 3,27$$

y con la condición segunda,

$$\frac{138,5}{30} = 4,61$$

Como relación real se tomará la media de estos extremos, es decir $3,94$, variando en $\pm 0,67$ o sea $3,94 \pm 17$ por ciento. De aquí que el margen de variación de las conexiones requeridas sea ± 17 por ciento.

4.7. Transformadores elevadores

Puede ser conveniente desde el punto de vista técnico o económico aumentar la tensión en un punto intermedio de una línea en lugar de hacerlo en los extremos, como sucede con los transformadores de conexiones variables o bien el sistema puede no justificar el gasto de las conexiones variables. De aquí que se utilicen transformadores elevadores adicionales como se ve en la figura 4.15. El transformador elevador adicional puede conectarse al circuito mediante el cierre del relé B y la apertura de A y viceversa. El mecanismo mediante el cual se hacen funcionar los relés puede controlarse con una variación de la tensión o de la corriente. El último método es el más sensible, puesto que de unas condiciones de carga nula hasta la plena carga se tiene un 100 por ciento de variación de la corriente, pero sólo del orden de un 10 por ciento de variación de la tensión. Este transformador adicional produce una subida de la tensión en fase como lo realizan los transformadores de conexiones variables. Una ventaja económica es que la potencia del transformador elevador es el producto de la corriente y de la tensión inyectada y es, por tanto, solamente del orden del 10 por ciento de la correspondiente a un transformador principal. Se utilizan con frecuencia estos transformadores adicionales en los alimentadores de distribución en donde no está justificado el coste de un transformador de conexiones variables.

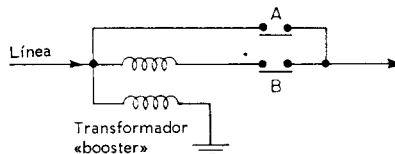


FIG. 4.15. Conexión de un transformador elevador («booster») en fase. Sólo se muestra una fase.

Ejemplo 4.5. En el sistema indicado mediante el diagrama de línea de la figura 4.16 cada transformador T_A y T_B tiene conexiones cuyo margen es de ± 10 por ciento en 14 etapas de 1,43 por ciento. Inicialmente $V_A^1 = V_B^1$ y de aquí que no se produzca en la línea ninguna transferencia de potencia o de vars. Se desea calcular el valor de la corriente que circulará como resultado de una subida de la tensión en fase del 8,75 por ciento en T_A , manteniéndose constantes las tensiones en barras de distribución mediante reguladores de tensión automáticos que actúan sobre los generadores G_A y G_B . Los datos de la central son los siguientes expresados sobre una base de 20 MVA y despreciándose la resistencia. Los generadores G_A y G_B ; 20 MVA, $X = 0,2$ p.u. Transformadores T_A y T_B ; 20 MVA, 132/33, $X = 0,1$ p.u.; línea de 135 kV, 5 millas, 0,175 pulgadas, $X = 3,85 \Omega = 0,061$ p.u.

Solución. En la figura 4.16 se muestran los circuitos equivalentes de la red. La única fuente de tensión es el transformador elevador adicional en donde $E_x = 0,0875$ p.u. que produce una corriente de 0,336 p.u. Como la tensión de la barra de distribución se mantiene constante a 33 kV mediante reguladores de tensión no existe un flujo de corriente circulando en las cargas. La potencia reactiva del generador G_A es ahora $12 + (0,336 \times 1 \times 20)$, es decir 18,7 MVar, y en G_B $12 + (-0,336 \times 1 \times 20)$ es decir 5,3 MVar.

Se ve que G_A está fuertemente cargado con vars, mientras que G_B está cargado ligeramente; esto puede producir una pérdida de estabilidad; con transformadores elevadores de fase se

redistribuyen las corrientes en una red y esto se ha utilizado para deshelar las líneas en invierno, puesto que la corriente extra produce una pérdida calefactora $I^2 R$ suficiente.

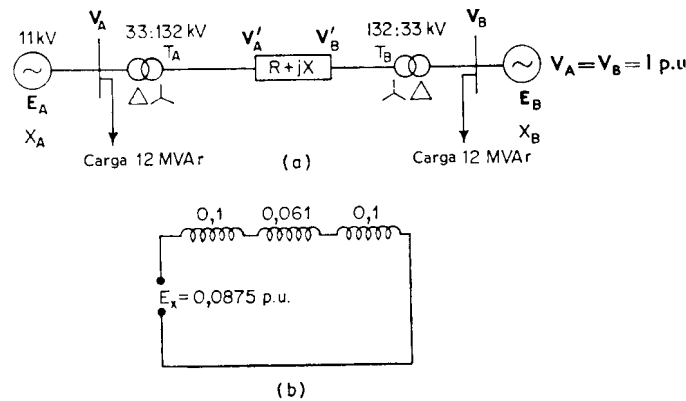


FIG. 4.16. a) Diagrama de línea del sistema correspondiente al ejemplo 4.5.
b) Red equivalente actuando la tensión del transformador elevador E_x .

La corriente circulante se utiliza también para actuar sobre transformadores de conexiones variables en paralelo, haciendo que vuelvan al mismo punto de conexión si tienden a funcionar en otras conexiones distintas de la adecuada.

Ejemplo 4.6. En el sistema indicado en la figura 4.17 se exige que se mantengan las barras de distribución, cuyo valor nominal es de 11 kV, a tensión constante. No es suficiente el margen de las conexiones variables y se propone utilizar condensadores en shunt conectados al arrollamiento terciario. Los datos son los siguientes refiriéndose las cantidades p.u. a la base de 15 MVA; línea aérea de 10 millas de longitud, 0,2 pulgadas², 33 kV, $Z = (0,0304 + j0,0702)$; Z referida al lado correspondiente a los 33 kV = $(2,2 + j5,22) \Omega$.

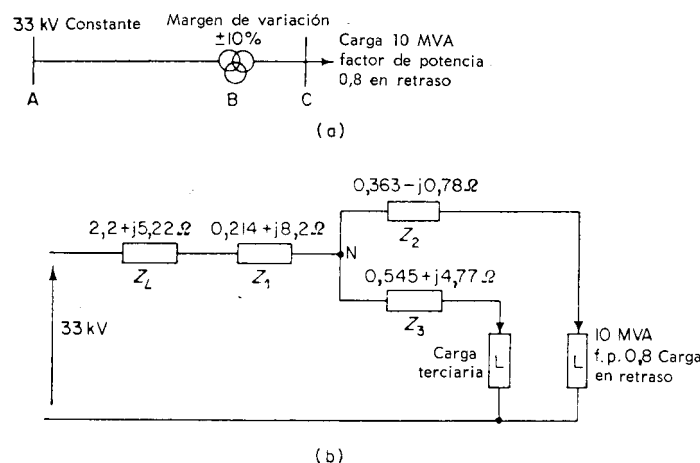


FIG. 4.17a. Esquema de línea correspondiente a ejemplo 4.6.
FIG. 4.17b. Red equivalente; referida a 33 kV.

Transformadores con tres arrollamientos

Arrollamiento	MVA	Tensión kV	Z p.u. referido a MVA nominales	Z p.u. a la base 15 MVA	(Z (Ω)) referido a 33 kV	Equivalente (Z (Ω)) referido a 33 kV
P-S	15	33/11	0,008+j0,1	0,008+j,1	0,57+j7,3	$Z_1 = 0,214+j8,2$
P-T	5	33/1,5	0,0035+j,0595	0,0105+j,179	0,76+j4,32	$Z_2 = 0,363-j,78$
S-T	5	11/1,5	0,0042+j0,0175	0,0126+j,0525	0,915+j1,27	$Z_3 = 0,545+j4,77$

Para el transformador de tres arrollamientos se dan las impedancias medidas entre los arrollamientos y las impedancias en estrella equivalentes resultantes Z_1 , Z_2 y Z_3 . El circuito equivalente referido a 33 kV se muestra en la figura 4.17b.

La tensión en el extremo receptor de la carga

$$= \frac{33000}{\sqrt{3}} - \Delta V$$

En donde

$$\Delta V = \frac{RP + XQ}{V_C}$$

$$\therefore \Delta V = \frac{2,77 \times 8/3 \times 10^6 + 12,64 \times 6/3 \times 10^6}{33000/\sqrt{3}}$$

Como V_C referido a la base de 33 kV no se conoce debido a la caída de tensión del sistema, se supone inicialmente que vale 33 kV. Los valores revisados se utilizan luego y se repite el proceso sucesivamente.

$$\Delta V = \frac{7,4 + 25,28}{9} \text{ kV} = 1,715 \text{ kV} \quad \text{y} \quad V_C = 17,285 \text{ kV}$$

Repetiendo el cálculo para ΔV con el nuevo valor de V_C ,

$$\Delta V = \frac{2,77 \times 8/3 \times 10^6 + 12,64 \times 6/3 \times 10^6}{17,285/\sqrt{3}} = 1,89 \text{ kV}$$

De aquí que

$$V'_C = 19 - 1,89 = 17,11 \text{ Kv}$$

$$\Delta V = 1,9 \quad \text{y} \quad V''_C = 17,1 \text{ kV}$$

Éste será el valor final de V_C .

V_C referido a 11 kV = $17,1/3 = 5,7$ kV (fase) o 9,9 kV (línea). Con objeto de mantener 11 kV en C se eleva la tensión haciendo variar las conexiones de transformador. Utilizando el margen completo del 10 por ciento, es decir $t_r = 0,9$ la tensión en C es

$$\frac{29,7}{(33 \times 0,9)/11} = 11 \text{ kV}$$

La tensión verdadera será menor que ésta, puesto que la corriente del primario habrá aumentado en $(1/0,9)$ debido a la variación de la relación de transformación. Es evidente que el transformador de conexiones variables no es capaz de mantener 11 kV en C y deberá investigarse el empleo de un condensador estático conectado al arrollamiento terciario.

Consideremos un condensador en shunt de capacidad 5 MVar (la capacidad del terciario).

Admitamos que el transformador está en su relación nominal 33/11 kV. La caída de tensión

$$= \frac{2,414 \times 8/3 \times 10^6 + 13,42 \times 1/3 \times 10^6}{V_N \left(\begin{smallmatrix} \cdot \\ =19 \text{ kV} \\ \cdot \end{smallmatrix} \right)}$$

$$= 0,587 \text{ kV}$$

$$V'_N = 19 - 0,587 = 18,413 \text{ kV (fase)}$$

$$\therefore \Delta V_N = 0,606 \quad \text{y} \quad V'_N = 18,394 \text{ kV}$$

$\therefore$ La caída de tensión desde N hasta C

$$\Delta V_C = \frac{0,363 \times 8/3 - 0,78 \times 6/3}{18,394} \text{ kV}$$

$$= -0,032 \text{ kV}$$

$$V_C = 18,394 + 0,032$$

$$= 18,426 \text{ kV (fase)}$$

Así pues ΔV_C es tan pequeño que no existe necesidad de hacer ninguna iteración adicional.

Refiriéndonos a 11 kV, $V_C = 10,55$ kV (línea). De aquí que para tener 11 kV el transformador deberá conectarse de modo que $t_r = (1 - 0,35/11 = -0,97)$, es decir un 3 por ciento de variación en las tomas, que cae perfectamente dentro del margen e incluso permite aumento de cargas adicionales. En caso de *ausencia de carga*

$$\Delta V = \frac{2,959 \times 0 + 18,19 \times (-5/3)}{19} \text{ kV}$$

$$= -\frac{30,3}{19} = -1,595 \text{ kV (fase)}$$

El condensador en shunt es una carga de impedancia constante y de aquí que cuando V_N aumenta, la corriente tomada aumenta produciendo un incremento de tensión adicional.

Prescindiendo inicialmente de este efecto,

$$V_c = 10 + 1,6 = 20,6 \text{ kV (fase) ; en 11 kV,}$$

$$V_c = 11,85 \text{ kV (línea)}$$

por lo tanto, la variación de las conexiones habrá de ser por lo menos el 7,15 que está perfectamente comprendido dentro del margen. No será necesario ningún refinamiento adicional para hallar un mejor valor de V_c . Si se exigiese un valor exacto de V_c entonces debe calcularse la reactancia del condensador y valorarse la corriente.

4.8. Estabilidad de la tensión

La estabilidad de la tensión es esencialmente un aspecto de la estabilidad de carga que ha de estudiarse en el capítulo 7. Como las tensiones que han de mantenerse en un sistema se ven influidas por la estabilidad de la tensión, es conveniente tratar aquí este tema. Consideremos el circuito indicado en la figura 4.18a. Si V_s es fija (equivale a considerar barras de potencia infinita), el gráfico de V_R en función de P , para unos factores de potencia determinados, tiene la forma indicada en la figura 4.18. En dicha figura, Z representa la impedancia en serie de una línea aérea de 100 millas de largo, con un circuito doble, 400 KV y conductores de 0,4 pulgadas². Se demuestra fácilmente el hecho de que existen dos valores de la tensión para cada valor de la potencia considerando la solución analítica de este circuito. Para la tensión más baja se necesita tomar una corriente muy elevada para obtener la misma potencia. Los valores térmicos estacionales de la línea se muestran también y es evidente que en el caso de cargas con factor de potencia menor que la unidad, existe la posibilidad de que antes de que se alcancen los valores térmicos pueda suceder que la potencia de funcionamiento caiga en la parte de la característica en la que pequeños cambios de carga producen grandes variaciones de tensión y entonces se producirá una *inestabilidad de tensión*. En esta condición es interesante la acción de transformadores de conexiones variables. Si los transformadores variables del extremo receptor «se suben», para mantener la tensión de la carga, la corriente de línea aumenta produciendo por consiguiente un aumento adicional de caída de tensión. Puede suceder que en una operación de selección de toma para disminuir la tensión, ésta aumente y viceversa.

La posibilidad de un colapso real de tensión depende de la naturaleza de la carga. Si es rígida (potencia constante) por ejemplo motores de inducción, el colapso se ve agravado. Si la carga es «blanda», por ejemplo, en el caso de la calefacción, la potencia cae rápidamente con la tensión y la situación se ve aliviada. Refiriéndonos a la figura 4.18 es evidente que una magnitud crítica es el factor de potencia; a plena carga una variación en un factor de potencia en retraso de 0,99 a 0,90 precipitará el colapso de la tensión. Por consiguiente en el caso de líneas largas y para una transferencia de potencia del transporte aproximadamente igual a la unidad, ciertamente por encima de 0,97 en retraso es económicamente justificable emplear inyecciones de vars en la carga mediante condensadores estáticos o compensadores síncronos.

Surge un problema con el funcionamiento de dos o más líneas en paralelo, por ejemplo el sistema indicado en la figura 4.19 en el cual la capacidad en paralelo se ha representado en forma de una sección in. Si se desconecta una de las tres líneas del circuito debido a una avería, la reactancia del sistema total aumentará de $X/3$ a $X/2$, y la capacidad, que normalmente mejora el factor de potencia, disminuye de $3C$ a $2C$. Así pues, la caída de tensión total se ve grandemente aumentada y debido a la pérdida I^2X creciente de las líneas y a la disminuida generación de vars por los condensadores en shunt, disminuye el factor de potencia; de aquí que se plantee la posibilidad de una inestabilidad de tensión. Evidentemente, el mismo razonamiento se podrá aplicar al caso de dos líneas en paralelo.

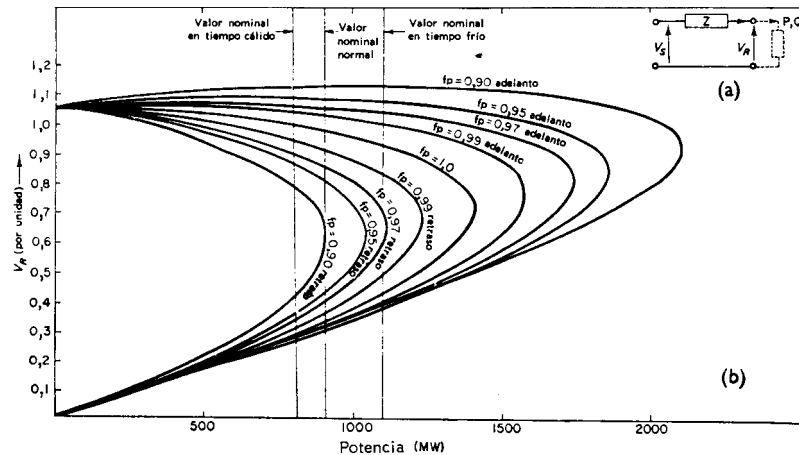


FIG. 4.18. a) Circuito equivalente de una línea que transmite una carga $P + jQ$. b) Relación entre la tensión de carga y la potencia recibida con un factor de potencia constante para una línea de 400 kV, conductores 2×0.4 pulgadas² y una longitud de 100 millas. Se indican los valores nominales térmicos de la línea.

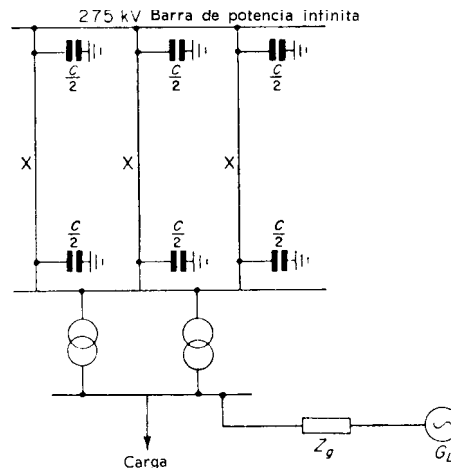


FIG. 4.19. Diagrama de línea de tres líneas largas en paralelo; efecto de la pérdida de una línea. G_L = generadores locales.

Normalmente existirán sistemas de generación locales alimentando las barras de distribución receptoras al final de líneas largas. Si esta generación está eléctricamente próxima a las barras de distribución de la carga, es decir que la impedancia de conexión Z_g es baja, una disminución de tensión aumentará automáticamente la generación local de vars y esto puede ser suficiente para mantener la potencia reactiva transmitida lo

suficientemente baja como para evitar grandes caídas de tensión en líneas largas. Sin embargo, con frecuencia los generadores locales suministran a redes de tensión más baja y están eléctricamente alejadas de las barras de distribución de alta tensión de la figura 4.19 y por tanto Z_g es alta. La caída de tensión produce ahora una pequeña variación de la salida de vars del generador local y puede ser necesario el empleo de condensadores, estáticos o rotatorios, en la carga. Como Z_g es inversamente proporcional al nivel de cortocircuito trifásico en la barra de distribución de la carga debido a la generación local, la contribución a la potencia reactiva de las máquinas locales es proporcional a este nivel de avería.

En la década actual, alrededor del 40 por ciento de la potencia generada en el sistema inglés alimenta los centros de carga a una distancia inferior a los 30 kilómetros. Sin embargo, esto está cambiando debido a la construcción de la red de 400 kV y a la mayor distancia existente entre la generación de energía y las cargas. Se ha estimado que la demanda reactiva en Inglaterra con las cargas punta es de 0,4 kVAr/kW y que la pérdida en vars neta de las líneas, etc., es de 0,1 kVAr/kW dando un total de 0,5 kVAr/kW. Esta cantidad se suministra casi íntegramente mediante generadores que funcionan con un factor de potencia media de 0,9 en retraso. Con la carga mínima la demanda es de 0,5 kVAr/kW con una generación neta de vars en la red. En el caso de máquinas modernas, con unas relaciones de cortocircuito de 0,55, el funcionamiento con un factor de potencia unidad se aproxima al límite de estabilidad teórico con un 20 por ciento de margen. Sin embargo, en el caso de una red extensa de muy alta tensión, los vars absorbidos por la red en carga ascenderán a 0,03 kVAr/kW y en el caso de carga pequeña la red generará 0,25 kVAr/kW. De aquí que el problema de regulación de la tensión se vea muy agravado.

4.9. Control de la tensión en las redes de distribución

Las alimentaciones monofásicas a las casas y a otros consumidores pequeños se toman desde los alimentadores trifásicos. Aunque se intenta distribuir cargas iguales a cada fase, las cargas no se aplican realmente al mismo tiempo y se produce algún desequilibrio. En la referencia 6 se menciona un método empírico para modificar la caída de tensión obtenida admitiendo funcionamiento equilibrado de modo que se permita un cierto grado medio de desequilibrio.

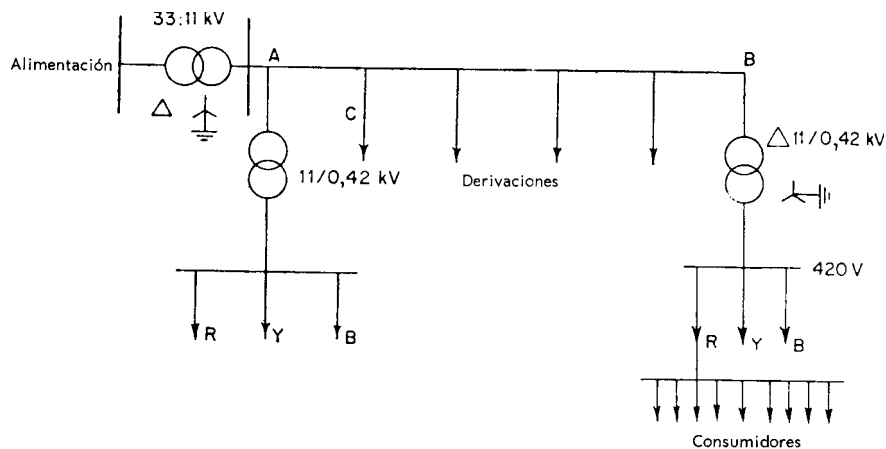


FIG. 4.20. Diagrama de línea de un esquema de distribución radial típico.

En la red de distribución (método práctico inglés) indicado en la figura 4.20 un distribuidor de 11 kV suministra la energía a un cierto número de alimentadores laterales en los que la tensión es de 420 V y luego cada fase se carga separadamente (es decir, a, b, c).

El objeto del proyecto consiste en mantener la tensión nominal de 415 volts a los consumidores dentro del $\pm 6\%$ obligatorio de la tensión declarada. El transformador principal 33/11 kV da un 5% de elevación de la tensión entre las condiciones de ausencia de carga y de plena carga. Los transformadores de distribución tienen conexiones fijas y una tensión de fase en el secundario de 250 volts que es un 4% más alta que el valor nominal de 240 volts. Una distribución típica de la caída de tensión se da del modo siguiente: distribuidor principal 6%, transformador 11/0,42 kV 3%, circuito de 420 volts 7,7%, circuito de consumidor 1,5%, dando un total de 17,5%. En el caso de cargas muy pequeñas (10% de la carga completa) la caída de tensión correspondiente puede ser 1,5%. Para compensar estas caídas se emplean varios sistemas como los siguientes: transformador principal $-1,5\%$ (cero en carga ligera); transformador de distribución, elevación inherente de $+4\%$ (es decir 250 volts en el secundario) más una elevación fija de $2,5\%$. Estos valores se suman para dar un aumento total a plena carga de $11,5\%$ y en carga ligera del $6,5\%$. De aquí que la tensión de los consumidores varíe entre $(-17,5, +11,5)$ es decir -6 y $6,5 - 1,5$, o sea $+5\%$ que es exactamente lo permisible. Existirá también una diferencia en la tensión del consumidor dependiendo de la posición de la derivación respecto al distribuidor principal; evidentemente un consumidor que se suministra desde C tendrá una tensión más elevada que si se suministra desde B.

Alimentadores de distribución uniformemente cargados. En áreas especiales tales como ciudades con altas densidades de carga se toma un gran número de conexiones de los alimentadores y puede considerarse que existe una carga uniforme a lo largo de toda la longitud de los mismos. Consideremos la carga tomada de una longitud dx del alimentador distante x metros del extremo de suministro. Sea iA la corriente tomada por unidad de longitud y r y x la resistencia y reactancia por fase y por unidad de longitud.

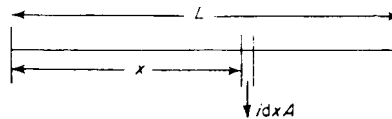


FIG. 4.21. Distribuidor uniformemente cargado

La caída de tensión en x es $rix dx \cos \theta + xix dx \sin \theta$, en donde $\cos \theta$ es el factor de potencia de la carga uniformemente distribuida.

La caída de tensión total

$$\begin{aligned} &= r \int_0^L ix dx \cos \theta + x \int_0^L i dx \sin \theta \\ &= ri \frac{L^2}{2} \cos \theta + xi \frac{L^2}{2} \sin \theta \\ &= \frac{Lr}{2} I \cos \theta + \frac{Lx}{2} I \sin \theta \end{aligned}$$

en donde $I = Li$ es la carga de corriente total. De aquí que la carga uniformemente distribuida puede representarse por la carga total tomada en el punto medio del alimentador.

Referencias

LIBROS

1. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, Westinghouse Electric Corp., East Pittsburgh, Pennsylvania, 1964.
2. Waddicor, H., *Principles of Electric Power Transmission*, Chapman and Hall, London, 5.^a ed., 1964.
3. Mortlock, J. R. y M. W. Humphrey Davies, *Power System Analysis*, Chapman and Hall, London, 1952.
4. Dahl, O. G., *Electric Power Circuits, Vol. II*, McGraw-Hill, New York, 1938.

ARTÍCULOS

5. Smith, H. B., 'Principle of AC power system control for operating personnel', *Trans. A.I.E.E. Power Apparatus and Systems*, Abril (1949).
6. Egginton, J. L., 'Power systems planning and economics, Part VI, Low Voltage Networks', *Elec. J., London*, Junio (1956).
7. Salzmann, A., 'Voltage Levels in Multi-Voltage Power Systems', *Elec. Distbn.*, Septiembre (1961).
8. Casson, W. y H. J. Sheppard, 'Technical and Economic Aspects of the Supply of Reactive Power in England and Wales', *Proc. I.E.E.*, **108A** (1961).
9. Booth, E. S. y otros, 'The 400 kV Grid System for England and Wales', *Proc. I.E.E. Part A* (1962).
10. Csicy, J., 'The influence of the regulating transformer and the excitation of alternators on system voltages and stability', *C.I.G.R.E.*, N.º 323 (1962).
11. Miller, G. M. y C. W. Robbins, 'Fundamental relation of system voltage drop and system loads', *Trans. A.I.E.E. Power Apparatus and Systems*, Abril (1955).
12. Venikov, V. A., 'The influence of power factor correction on load stability', *Elektrichestro*, N.º 6 (1960).
13. I.E.E.E. Committee Report, 'Bibliography on power capacitors 1959-1962', *I.E.E.E., P.A. & S.*, **83**, 1110 (1964).
14. Breuer, G. D., H. M. Rustebakke, R. A. Gibley y H. O. Simmons, Jr., 'The use of series capacitors to obtain maximum EHV transmission capability', *I.E.E.E., P.A. & S.*, **83**, 1090 (1964).
15. Schmill, J. V., 'Optimum size and location of shunt capacitors on distribution feeders', *I.E.E.E., P.A. & S.*, **84**, 825 (1965).
16. Baum, W. V. y W. A. Frederick, 'A method of applying switched and fixed capacitors for voltage control', *I.E.E.E., P.A. & S.*, **84**, 42 (1965).
17. Kimbark, E. W., 'Improvement of system stability by switched series capacitors', *I.E.E.E., P.A. & S.*, **85**, 180 (1966).
18. Duran, H., 'Optimum number, location, and size of shunt capacitors in radial distribution feeders - A dynamic programming approach', *I.E.E.E., P.A. & S.*, **87**, 1769 (1968).

19. Kumai, K. y K. Ode, 'Power system voltage control using a process control computer'. I.E.E.E., *P.A. & S.*, **87**, 1985 (1968).
20. Chang, N. E., 'Location shunt capacitors on primary feeder for voltage control and loss reduction', I.E.E.E., *P.A. & S.*, **88**, 1574 (1969).
21. Boehne, E. W. y S. S. Low, 'Shunt capacitor energization with vacuum interrupters - A possible source of overvoltage', I.E.E.E., *P.A. & S.*, **88**, 1424 (1969).
22. Kumar, B. S. A., K. Parthasarathy, F. S. Prabhakara, y H. P. Khincha, 'Effectiveness of series capacitors in long distance transmission lines', I.E.E.E., *P.A. & S.*, **89**, 941 (1970).

Problemas

- 4.1. Se conecta un transformador de 11/132 kV, 100 MVA y 10 por ciento de reactancia a unas barras de 11 kV. El transformador alimenta a una línea de transporte de enlace de 132 kV compuesta por una línea aérea de impedancia $(0,014 + j0,04)$ p.u. y un cable de impedancia $(0,03 + j0,01)$ p.u. en paralelo. Si el extremo receptor ha de mantenerse a 132 kV cuando reciba 80 MW, con un factor de potencia de 0,9 en retraso, calcular la potencia y la potencia reactiva transportada por el cable y la línea. Todos los valores p.u. se refieren a las bases de 100 MV y 132 kV. (Línea $(23 + j38)$ MVA, cable $(57 + j1)$ MVA).
- 4.2. Un motor de inducción trifásico proporciona 500 CV con un rendimiento de 0,91 siendo el factor de potencia de funcionamiento de 0,76 en retraso. Se conecta en paralelo con el motor de inducción un motor síncrono cargado con un consumo de potencia de 100 kW. Calcular los kVA necesarios y el factor de potencia de funcionamiento del motor síncrono si el factor de potencia total ha de ser la unidad. (365 KVA, 0,274.)
- 4.3. La carga en el extremo receptor de una línea aérea trifásica es de 25 MW, con un factor de potencia de 0,8 en retraso, teniendo la línea una tensión de 33 kV. Se sitúa en el extremo receptor un compensador síncrono y se mantiene la tensión en ambos extremos de la línea a 33 kV. Calcular los MVAR del compensador. La línea tiene una resistencia de 5Ω por fase y una reactancia inductiva (línea a neutro) de 20Ω por fase. (33 MVAR.)
- 4.4. En la cuestión anterior calcular el máximo valor de la potencia que puede transportarse si no ha de superarse el valor térmico nominal de la línea. Admitir que, sin compensación, la línea está totalmente cargada, de modo que la corriente bajo las nuevas condiciones no varía. (36 MW.)
- 4.5. Una de las líneas de transporte trifásica tiene una resistencia y una reactancia inductiva (línea a neutro) de 25Ω y 90Ω respectivamente. En el caso de no existir carga en el extremo de llegada, pero si un compensador síncrono absorbiendo una corriente con un retraso de 90° , la tensión en el extremo de salida es de 145 kV y 132 kV en el extremo receptor. Calcular el valor de la corriente absorbida por el compensador.
Cuando la carga en el extremo receptor es de 50 MW, se encuentra que la línea puede funcionar con tensiones sin variación en los extremos de salida y de llegada, con tal de que el compensador absorba la misma corriente como antes, pero ahora avanzada en 90° . Calcular el factor de potencia de la carga. (83,5 A, Q_L , 24,2 MVAR.)

- 4.6. Repetir la cuestión 4.3 haciendo uso de $\partial Q/\partial V$ en el extremo receptor.
- 4.7. En el ejemplo núm. 4.3 determinar las relaciones de conexión si la tensión en el extremo receptor ha de mantenerse a 0,9 p.u. de la tensión del extremo de envío. (1,19 t_s , 0,84 t_r)

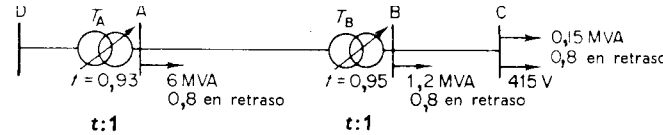


FIG. 4.22. Esquema de la línea para el sistema del problema 4.9.

- 4.8. En el sistema de transporte del ejemplo 4.4 se conecta un compensador síncrono al arrollamiento terciario y produce 10 MVAR cuando se proporciona una carga secundaria de 50 MVA con 0,8 de factor de potencia en retraso. Con carga nula en el secundario el compensador se ajusta para absorber 2 MVAR. Calcular el margen de tensiones en la barra de conexión de la carga si el suministro se hace constante a 132 kV. (Límite inferior 127 kV.)
- 4.9. En el sistema indicado en la figura 4.22 determinar la tensión de suministro necesaria en D para mantener una tensión por fase de 240 V en los terminales de los consumidores en C. Aplíquense los datos siguientes:

(33 kV.)					
Transformadores de línea	Tensión nominal kV	Línea: longitud de la sección recta	Relación nominal de la toma	Impedancia en ohms	
BC	0,415	0,25 pulg. ²	U/G	300 pies	0,0127 + j0,00909
AB	11	0,15 pulg. ²	O.H.L.	5 millas	1,475 + j2,75
DA	33	0,15 pulg. ²	O.H.L.	5 millas	1,475 + j2,75
T _A	33/11	10 MVA	33/11	30,69/11	1,09 + j9,8
T _B	11/0,415	2,5 MVA	11/0,415	10,450/0,415	0,24 + j1,95
					referida a 33 kV

- 4.10. Se suministra una carga a través de una línea de enlace de 275 kV y de reactancia total 50 Ω desde unas barras de potencia infinita a 275 kV. Representar el gráfico de tensión en el extremo receptor en función de la potencia en el caso de un factor de potencia a carga constante de 0,95 en retraso. Puede despreciarse la resistencia del sistema.
- 4.11. En el sistema indicado en la figura 4.19 cada línea tiene 100 millas de largo y una tensión nominal de 275 kV, utilizando conductores de $2 \times 0,175$ pulgadas². Las líneas están transportando sus MVA nominales (con clima normal) con un factor de potencia de 0,95 en retraso. Calcular la tensión en barras de distribución de la carga, (a) inicialmente y (b) cuando se desconecta una línea, teniendo en cuenta las capacidades en shunt de las líneas. Examinar la influencia sobre la tensión de la carga de la generación en el área de carga, que puede estar representada por una fuente de tensión en serie con una reactancia de (a) 2 p.u. y (b) 0,5 p.u. conectada a barras de

distribución de la carga. Puede admitirse que la corriente absorbida por el generador local es cero, cuando las tres líneas están en servicio. (Cuando $V_s = 1$ p.u., $V_R = 0,92$ p.u.)

(Nota. Utilizar la tabla 2.2.a para los valores nominales de las líneas. Inicialmente P_g y Q_g del generador local = 0 y la f.e.m. del generador (E_g) = la tensión en barras de distribución receptoras (V_R). Después de la desconexión, si V_R es la nueva tensión receptora y V_S la tensión de envío,

$$V_s - V_R^1 = \frac{RP + XQ_r}{V_R^1}$$

Además $E_g - V_R = X_g Q_g / V_R^1$ cuando P_g sigue siendo todavía cero.)

- 4.12. Explicar las limitaciones de los transformadores con conexiones variables. Una línea de enlace de transmisión (figura 4.23a) conecta unas barras de potencia infinita de suministro de 400 kV a unas barras de distribución de carga que suministran 1000 MW, 400 MVar. La línea de enlace se compone de líneas de impedancia efectiva $(7 + j70) \Omega$ alimentando las barras de la carga a través de un transformador con una relación de conexión máxima de 0,9 : 1. Conectado a la barra de distribución de la carga existe un compensador síncrono. Si la caída de tensión total máxima ha de ser del 10 por ciento cuando se utilizan completamente las tomas del transformador, calcular los requisitos de potencia reactiva a obtener del compensador. (148 MVar.)
- Nota. Referir la tensión y la Z de la línea al lado de carga del transformador como en la figura 4.23b a partir de lo cual

$$V_R = \frac{V_s}{t} - \left(\frac{\frac{RP}{t^2} + \frac{XQ}{t^2}}{V_R} \right)$$

- 4.13. Una central generadora se compone de 4 generadores de 500 MW, 20 kV, factor de potencia de 0,95 en retraso, alimentando cada uno de ellos unas barras de distribución comunes a través de un transformador de 525 MVA y 0,1 p.u. de reactancia. Se necesita transportar 2000 MW, con un factor de potencia de 0,95 en retraso, a una subestación mantenida a 500 kV en un sistema de potencia situado a una distancia de 500 km de la central generadora. Proyectar una línea de transporte de enlace adecuada de tensión nominal 500 kV en estas condiciones, teniendo en cuenta un margen razonable de estabilidad y una caída máxima de tensión del 10 por ciento. Cada generador tiene reactancias síncrona y transitoria de 2 p.u. y 0,3 p.u. respectivamente e incorpora un regulador de tensión automático de acción rápida. La línea de transporte de 500 kV tiene una reactancia inductiva por fase de 0,4 Ω/km y una reactancia capacitiva en shunt por fase de $0,3 \times 10^6 \Omega/\text{km}$. Pueden utilizarse, tanto condensadores en serie como en shunt y el número de líneas trifásicas utilizadas no debe ser superior a tres –y menor si fuera posible–. Utilizar métodos aproximados de cálculo, ignorando la resistencia y establecer claramente todas las hipótesis realizadas. Admitir que las capacidades en shunt pueden agruparse en el extremo receptor únicamente. (Utilizar dos líneas de 500 kV con condensadores en serie que compensen hasta el 70 por ciento de la inductancia en serie.)

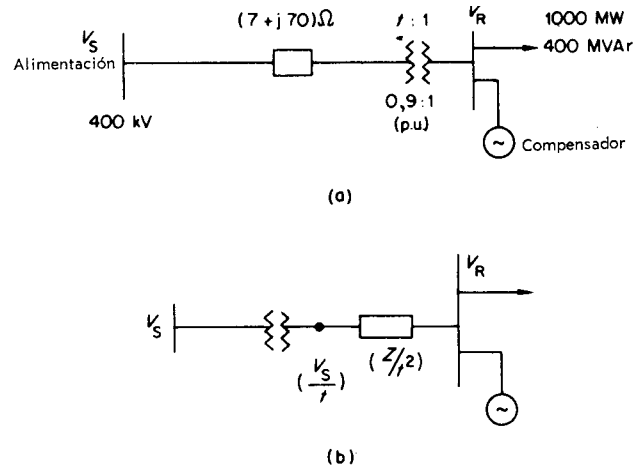


FIG. 4.23. Circuitos correspondientes al problema 4.12.

- 4.14. Se necesita transportar potencia desde una central hidroeléctrica a un centro de carga situado a 300 millas de distancia utilizando dos líneas en paralelo por razones de seguridad.

Admitir que se utilizan conductores suficientes de modo que no existen limitaciones térmicas y que la reactancia efectiva por fase y por milla es de $0,7 \Omega$, siendo despreciable la resistencia. La reactancia capacitiva en shunt de cada línea es $0,2 \text{ M}\Omega$ por fase y por milla y cada línea puede representarse por un circuito nominal en π con la mitad de la capacidad en cada extremo. La carga es de 2000 MW con un factor de potencia de 0,95 en retraso y es independiente de la tensión en el margen permisible. Investigar las posibilidades y rendimiento del enlace si la tensión en el extremo de envío es (a) 345 kV y (b) 500 kV, desde el punto de vista de la estabilidad y de la caída de tensión.

Las líneas pueden compensarse hasta el 70 por ciento mediante condensadores en serie y se dispone en el extremo de la carga de compensadores síncronos de 120 MVar de capacidad. La máxima caída de tensión permisible es del 10 por ciento. Como se prevé la existencia de dos líneas por razones de seguridad, el estudio a realizar deberá incluir el caso de funcionamiento más desfavorable en que sólo una línea sea utilizable.

Calcular la tensión en el extremo receptor en caso de ausencia de carga sin estar en funcionamiento los compensadores síncronos. (Utilizar 500 kV; 525 kV.)

Capítulo 5

Flujos de Carga

5.1. Introducción

Un flujo de carga es el modo de expresar la solución de estado de régimen de una red en el lenguaje convencional de los sistemas de potencia. Esta solución no difiere esencialmente de la correspondiente a cualquier otro tipo de red excepto en ciertas limitaciones peculiares de los suministros de energía. En los capítulos anteriores se han ido mostrando las diversas maneras en que pueden representarse mediante circuitos equivalentes los diversos componentes de un sistema de potencia. Ha de resaltarse que deberá utilizarse siempre la representación más sencilla compatible con la exactitud de la información de que se dispone. No tiene ninguna ventaja utilizar modelos de máquinas y líneas muy complicados, cuando la carga y otros datos se conocen sólo con una exactitud limitada; por ejemplo, la representación de línea completa deberá utilizarse únicamente cuando sea absolutamente necesario. Análogamente modelos de máquinas síncronos más complejos que los que se dan en el texto se necesitan únicamente para objetivos muy especializados, como por ejemplo en algunos estudios de estabilidad. Normalmente el tamaño y complejidad de la propia red proporcionan un estímulo intelectual más que suficiente sin un innecesario refinamiento de los componentes. Con frecuencia puede despreciarse la resistencia con una pequeña pérdida de exactitud y un ahorro inmenso en los cálculos.

Cuando se hacen estudios de flujos de carga se especifican normalmente en las barras de distribución de los sistemas, las combinaciones de magnitudes siguientes.

- (a) *Barra de distribución flotante (slack)*. Un nudo se especifica siempre por una tensión, constante en magnitud y fase. El generador efectivo en este nudo suministra las pérdidas a la red; esto es necesario porque el valor de las pérdidas no será conocido hasta que se complete el cálculo de las corrientes y esto no puede conseguirse a no ser que una barra de distribución carezca de limitaciones de potencia y pueda alimentar a las pérdidas requeridas por el sistema. La situación del nudo flotante puede influir en la complejidad de los cálculos; deberá utilizarse siempre el nudo que se aproxime más a unas barras de distribución de potencia infinita.
- (b) *Nudos de carga*. Se especificará la potencia compleja $S = P \pm jQ$.
- (c) *Nudos de generación*. Se especifica normalmente el valor de la tensión y de la potencia. Con frecuencia se dan límites de los valores de la potencia reactiva dependiendo de las características de las máquinas utilizadas individualmente.

Los estudios de flujo de carga se realizan para investigar el dato siguiente:

1. Flujo de MW y MVar en las ramas de la red.
2. Tensiones en las barras de distribución.

3. Influencia sobre la carga del sistema cuando se readaptan los circuitos o se incorporan circuitos nuevos.
4. Influencia sobre el sistema de carga de las pérdidas temporales de circuitos de generación y de transporte.
5. Influencia sobre los sistemas de carga de la inyección en fase y en cuadratura de tensiones compensatorias.
6. Condiciones óptimas de funcionamiento del sistema y de distribución de cargas.
7. Pérdidas óptimas del sistema.
8. Valores nominales óptimos y margen de regulación de los transformadores.
9. Mejoras obtenidas a partir de una variación del tamaño de los conductores y de la tensión del sistema.

Los estudios se realizarán normalmente para condiciones de carga mínima (posibilidad de inestabilidad debida a niveles de tensión elevados y a la autoexcitación de las máquinas de inducción) y para condiciones de carga máxima (posibilidad de inestabilidad síncrona). Habiéndose asegurado de que una red se comporta razonablemente bajo estas condiciones se calcularán los flujos de carga para intentar optimizar las diversas cantidades. El proyecto y funcionamiento de una red de potencia con objeto de obtener la economía óptima, es de importancia fundamental y se adelantará mucho para la consecución de este ideal mediante el uso creciente del control automático centralizado de las plantas generadoras.

Aunque puede utilizarse el mismo enfoque para resolver todos los problemas, es decir el método de las tensiones nodales, debe perseguirse el objetivo de utilizar el método más rápido y más eficiente para el tipo particular del problema de que se trate. Las redes radiales exigirán métodos menos artificiosos que las de mallas cerradas. En redes muy grandes el problema de organizar los datos es casi tan importante como el método de resolución y el cálculo debe llevarse a cabo sobre una base sistemática siendo normalmente más ventajoso el método de las tensiones nodales. Métodos como las reducciones de redes combinados con los teoremas de Thevenin o de superposición son más adecuados para redes pequeñas. En el método nodal se exige una mayor exactitud de cálculo puesto que las corrientes en las ramas se deducen a partir de las diferencias de tensión entre sus extremos. Estas diferencias son pequeñas en redes bien proyectadas y es necesaria una exactitud numérica de alto orden. De aquí que este método esté idealmente adecuado para el cálculo utilizando computadoras digitales.

5.2. Redes radiales y lazos simples

En las redes radiales los desplazamientos de fase debidos a las conexiones con los transformadores a lo largo de los circuitos carecen normalmente de importancia. Los ejemplos siguientes ilustran la solución de este tipo de redes.

Ejemplo 5.1. Alimentadores de distribución con varias cargas conectadas.

En la figura 5.1a se muestra un alimentador de distribución con varias cargas inductivas conectadas (o derivaciones), alimentado únicamente por un extremo. Determinar la caída de tensión total.

Solución. La corriente en $AB = (I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3 + I_4 \cos \theta_4) - j(I_1 \sin \theta_1 + I_2 \sin \theta_2 + I_3 \sin \theta_3 + I_4 \sin \theta_4)$. De modo análogo se obtienen las corrientes en las demás secciones del alimentador. La caída de tensión aproximada se obtiene a partir de $\Delta V = RI \cos \theta + XI \sin \theta$ en cada sección. Es decir

$$\begin{aligned} & R_1(I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3 + I_4 \cos \theta_4) + \\ & R_2(I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3 + I_4 \cos \theta_4) + \\ & R_3(I_3 \cos \theta_3 + I_4 \cos \theta_4) + R_4(I_4 \cos \theta_4) + \\ & X_1(I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3 + I_4 \cos \theta_4) \text{ etc.} \end{aligned}$$

Ordenando las expresiones anteriores y denominando $r \Omega$ a la resistencia por metro de bucle y $x \Omega$ a la reactancia por metro de bucle (el término metro de bucle se refiere a circuitos monofásicos y se incluyen en él los conductores de ida y vuelta),

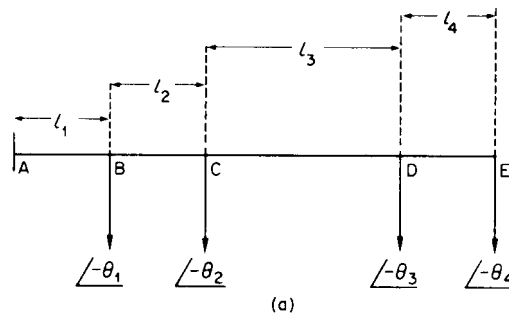


FIG. 5.1a. Alimentador con varias cargas tomadas a lo largo del mismo.

$$\begin{aligned} \Delta V = & r[I_1 \cdot l_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 \cdot (l_1 + l_2) + \\ & I_3 \cos \theta_3 \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + \\ & I_4 \cos \theta_4 \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4)] + \\ & x[I_1 \cdot l_1 \sin \theta_1 + I_2 \sin \theta_2 \cdot (l_1 + l_2) + \\ & I_3 \sin \theta_3 \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + \\ & I_4 \sin \theta_4 \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4)] \end{aligned}$$

En el sistema indicado en la figura 5.1b calcular el tamaño de cable requerido si la caída de tensión en el extremo de la carga del alimentador no debe exceder de 12 V (valor en la línea). Supongamos que la resistencia y reactancia por metro y por fase sean $r \Omega$ y $x \Omega$ respectivamente. Entonces, refiriéndonos a la figura 5.1c,

$$r[100 \times 40 + 250 \times 20 + 330 \times 25] + x[10 \times 30 + 2500 + 33025] = 12/\sqrt{3}$$

O sea

$$r(4000 + 5000 + 8250) + x(3000 + 0 + 8250) = 12/\sqrt{3}$$

Es decir

$$17250 r + 11250 x = 12/\sqrt{3}$$

A continuación el procedimiento consiste en consultar las tablas apropiadas de líneas aéreas o cables para seleccionar una sección recta que dé valores de r y x que se ajusten mejor a la ecuación anterior. Normalmente, si se utilizan cables subterráneos se selecciona el tamaño de la sección mediante consideraciones térmicas y entonces se calcula la caída de tensión. En el caso de las líneas aéreas la primera consideración es la caída de tensión y el tamaño del conductor se determinará de acuerdo con dicha caída. Así pues, en este ejemplo es adecuada una línea aérea con el conductor de 7/0,16.

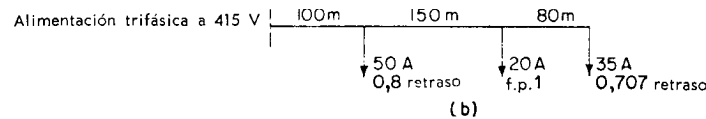


FIG. 5.1b. Diagrama lineal del alimentador del ejemplo 5.1.

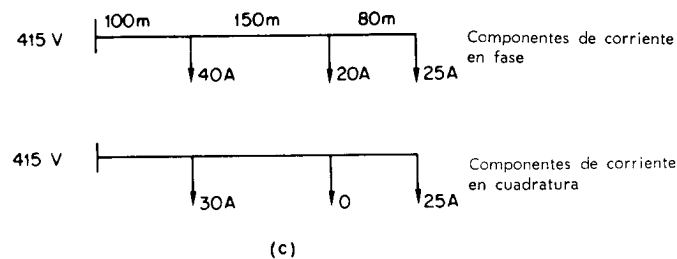


FIG. 5.1c. Magnitudes en fase y en cuadratura.

Ejemplo 5.2. El sistema indicado en la figura 5.2a alimenta dos cargas distintas, una de ellas es un grupo de consumidores domésticos y el otro un grupo de motores de inducción que en el arranque necesita una corriente 5 veces la de plena carga con un factor de potencia cero en retraso. La tensión del motor de inducción es nominalmente 6 kV. Calcular la disminución de tensión en las barras de conexión de la carga doméstica cuando se pone en marcha el motor de inducción.

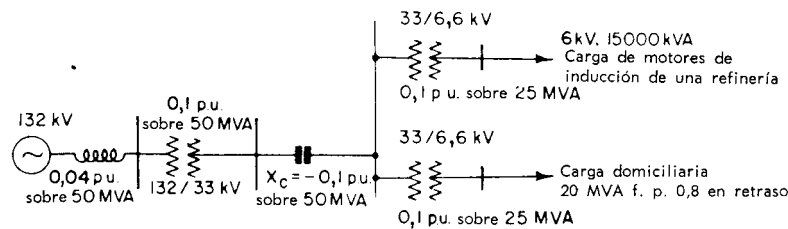


FIG. 5.2a. Diagrama lineal del sistema del ejemplo 5.2.

Solución. El problema de la caída de tensión a los demás consumidores cuando se toma una corriente anormalmente grande, durante un período breve, de una barra de distribución interconectada suele ser un problema serio. En este caso se plantea una situación típica. El sistema de 132 kV no es una barra de potencia infinita y está representado por una fuente de tensión en serie con una reactancia del 4 % sobre una base de 50 MVA. Utilizando una base de 50 MVA el circuito monofásico equivalente es el indicado en la figura 5.2b.

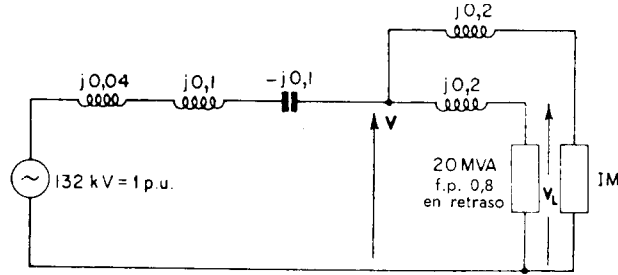


FIG. 5.2b. Circuito equivalente del sistema del ejemplo 5.2.

La corriente de arranque de los motores de inducción

$$= -j \frac{15000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6000} \times 5$$

$$= -j7210 \text{ A}$$

La tensión de la carga doméstica antes de que se conecte la carga de los motores de inducción

$$= 1 - \mathbf{IZ}$$

En donde

$$\mathbf{Z} = j0,24 \text{ p.u.}$$

Y

$$\mathbf{I} = \frac{20 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 6600} = 1920 \text{ A, f.p. 0,8 en retraso}$$

La corriente base en el circuito de 6,6 kV

$$= \frac{50 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 6600} = 4380 \text{ A}$$

$$\therefore \mathbf{I} \text{ p.u.} = 0,438 \text{ p.u. con f.p. 0,8 en retraso (o sea } 1920/4380)$$

$$\mathbf{V}_L = 1 - 0,438(0,8 - j0,6)(j0,24) \text{ p.u.}$$

$$= 0,9366 - j0,0843 \text{ p.u.}$$

y

$$\mathbf{V}_L = 0,935 \text{ p.u.}$$

La corriente de arranque de los motores de inducción

$$= \frac{-j7210}{4380} = -j1,645 \text{ p.u.}$$

La tensión $\mathbf{V}'_L$ cuando los motores arrancan

$$= 1 - j0,04[0,438(0,8 - j0,6) - j1,645] - j0,2[0,438(0,8 - j0,6)]$$

$$= 0,871 - j0,084 \text{ p.u.}$$

y

$$V'_L = 0,935 \text{ p.u.}$$

De aquí que la tensión disminuye desde 0,935 hasta 0,87 p.u. o sea desde 6,175 kV a 5,82 kV.

Se observará que se ha instalado un condensador en serie para neutralizar parcialmente la reactancia de la red. Sin este condensador la disminución sería mucho más grave; se deja al lector determinar su valor. En las industrias siderúrgicas se absorben con frecuencia grandes pulsos de potencia a intervalos regulares y como resultado se produce una fluctuación regular en las barras de distribución de los consumidores. A esto se le conoce como *tensión oscilante (parpadeo)* debido a su influencia sobre las luces eléctricas.

Flujo de carga en lazos cerrados (bucles). En las redes radiales cualquier desplazamiento de fase debido a las condiciones de los transformadores carece normalmente de importancia cuando las corrientes y tensiones se desplazan en la misma cantidad. En un bucle para evitar las corrientes circulantes el producto de las relaciones de transformación de los transformadores (magnitudes) a lo largo del lazo deberá ser la unidad y la suma de los desplazamientos de fase en un sentido común alrededor del lazo deberá ser cero. Esto se ilustrará mediante el sistema indicado en la figura 5.3.

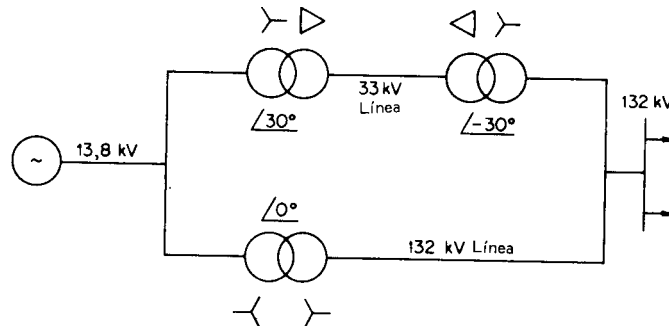


FIG. 5.3. Bucle con desplazamiento de fase en los transformadores.

Despreciando los desplazamientos de fase debidos a las impedancias de los componentes, en el caso de un bucle formado por dos líneas en paralelo, el desplazamiento total y la relación de transformación es

$$\left(\frac{33}{13,8} \angle 30^\circ \right) \left(\frac{132}{33} \angle -30^\circ \right) \left(\frac{1}{132/13,8 \angle 0^\circ} \right) = 1 \angle 0^\circ$$

En la práctica la relación de transformación de los transformadores se cambia frecuentemente mediante la provisión de un equipo de cambio de conexiones. Esto da como resultado que el producto de las relaciones a lo largo del lazo ya no sea la unidad, aunque los desplazamientos de fase sigan siendo iguales a cero. Para representar esta condición se conecta un autotransformador ficticio como se ve en la figura 5.4. El aumento de tensión en la línea de 132 kV mediante la variación de las conexiones tiene el efecto, en un trayecto

grandemente reactivo, de variar el flujo de potencia reactiva y, por tanto, el factor de potencia de la corriente. Entonces se produce un efecto indeseable constituido por la corriente circulante a lo largo del bucle.

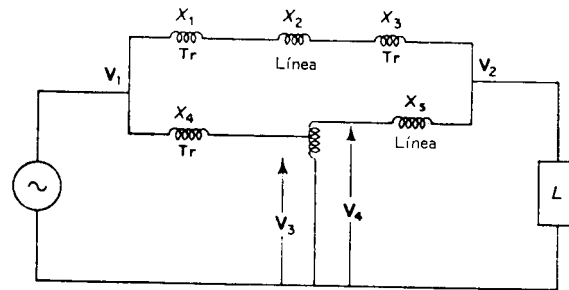


FIG. 5.4. Circuito equivalente de la red de la figura 5.3 mostrando el auto-transformador.

Con frecuencia puede despreciarse la tensión de disequilibrio o remanente representada por el autotransformador. Si no es éste el caso, el método mejor de cálculo consiste en determinar la corriente circulante y las tensiones consiguientes debidas a la tensión remanente actuando sola y luego se superponen estos valores sobre los obtenidos mediante el funcionamiento con relaciones de tensión completamente nominales.

Ejemplo 5.3. En la figura 5.5 se muestra un sistema en el cual el transformador en el extremo receptor está conectado desde su valor nominal 33/11 kV a 33/11,8 kV. Calcular la corriente circulante.

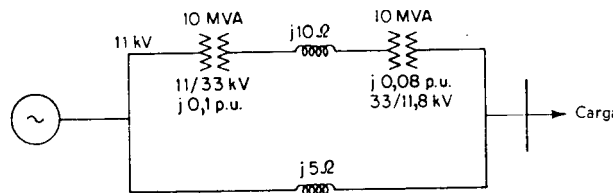


FIG. 5.5. Diagrama lineal del sistema correspondiente al ejemplo 5.3.

Solución. El circuito equivalente es el indicado en la figura 5.4 en donde $V_1 = 11$ kV (base), $V_2 = 11,8$ kV (base), $X_1 = j0,1$ p.u., $X_2 = j10\Omega$, $X_3 = j0,08$ p.u., $X_4 = j5\Omega$, $V_3 = 11$ kV y $V_4 = 11,8$ kV. Se toma una base de 10 MVA.

Relación del autotransformador

$$= \frac{11,8}{11} = 1,073$$

Una primera aproximación para la corriente circulante es

$$\frac{1,073 - 1}{\text{impedancia del bucle}} \text{ p.u.}$$

la impedancia base en el circuito de 33 kV

$$= \frac{33^2 \times 10^6}{10 \times 10^6} = 109 \Omega$$

$$\therefore X_2 = j \frac{10}{109} = j0,09 \text{ p.u.}$$

Análogamente en el circuito de 11 kV

$$X_4 = j0,413 \text{ p.u.}$$

La corriente circulante

$$= \frac{0,073}{j0,683} = 0,107 \text{ p.u.}$$

o sea 52 A son un factor de potencia en retraso nulo.

Si esta corriente es significativa comparada con la corriente de carga normal deberá aplicarse el método de superposición ya mencionado.

Ejemplo 5.4. Realizar un flujo de carga para la red indicada en la figura 5.6.

Solución. A partir de la tabla 2.2. en el caso de una línea de un solo circuito de 132 kV y un conductor de 0,175 pulgadas², $R = 0,25 \Omega/\text{milla}$, $X = 0,66 \Omega/\text{milla}$. Además en el caso de un cable de 132 kV, conductor de 0,55 pulgadas², $R = 0,104 \Omega/\text{milla}$ y $X = 0,206 \Omega/\text{milla}$. Los valores de la impedancia real se indican en la figura 5.6 (entre paréntesis).

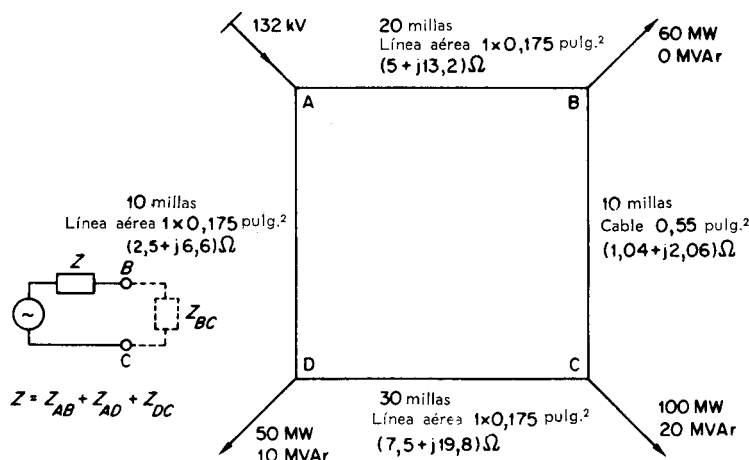


FIG. 5.6. Diagrama lineal de la red en bucle correspondiente al ejemplo 5.4.

Las cargas consumen potencia y potencia reactiva constante son independientes de las tensiones de la línea y deberá utilizarse un procedimiento iterativo. Se propone utilizar el teorema de Thevenin aunque debe tenerse cuidado debido a que éste se aplica sólo a circuitos lineales y el problema presente es no lineal debido a las cargas. Sin embargo, si la influencia de la limitación de potencia constante es pequeña los errores serán

despreciables. La red entre B y C se sustituirá por una fuente de tensión y una impedancia equivalente. El enlace BC se abre y se encuentra la tensión entre sus extremos. La caída de tensión de A a B (de la figura 2.7).

$$\Delta V = \frac{PV + XQ}{76,2 \times 10^3} V_B = \frac{5 \times 20 \times 10^6}{76,2 \times 10^3} = 1,375 \text{ kV (utilizando valores por fase)}$$

y

$$\delta V = \frac{13,2 \times 20 \times 10^6}{76,2 \times 10^3} = 3,46 \text{ kV (admitiendo inicialmente } V_B = V_A)$$

$$\therefore (V_B + 1,315)^2 + 3,46^2 = 76,2^2$$

y

$$V_B = 74,885 \text{ kV}$$

Si se utiliza

$$V_B \cong V_A - \Delta V$$

$$V_B \cong 76,2 - 1,315 = 74,885 \text{ kV}$$

es decir, no existe ningún error.

Cuando V_B disminuye, la corriente en AB aumenta para mantener la carga, decreciendo adicionalmente V_B . El nuevo valor

$$V_B = V'_B \quad Y \quad \Delta V = \frac{5 \times 20 \times 10^6}{74,885 \times 10^3} = 1,335 \text{ kV}$$

$$V'_B = 76,2 - 1,335 \text{ kV}$$

$$\therefore = 74,865 \text{ kV}$$

Análogamente

$$V_B'' = 74,8 \text{ kV}$$

Evidentemente la carga rígida produce una pequeña diferencia en la tensión de B.

Caída de tensión desde A hasta D.

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{2,5 \times (150/3) \times 10^6 + 6,6 \times (30/3) \times 10^6}{76,2 \times 10^3} \\ &= 2,51 \text{ kV} \end{aligned}$$

De aquí que

$$V_D \cong 76,2 - 2,51 = 73,69 \text{ kV}$$

Análogamente

$$V'_D = 73,61 \text{ kV}$$

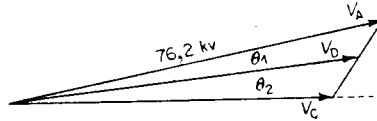


FIG. 5.7. Diagrama de fasores de las tensiones en las barras de distribución del ejemplo 5.4.

Caída de tensión de D a C, tomar inicialmente $V_C = V'_D$

$$\begin{aligned}\Delta V &= \frac{7,5 \times (100/3) \times 10^6 + 19,8 \times (20/3) \times 10^6}{73,61 \times 10^3} \\ &= 5,18 \text{ kV} \\ V_C &= 73,61 - 5,18 = 68,43 \text{ kV} \\ \Delta' V &= \frac{382}{68,43} = 5,58 \text{ kV} \\ V'_C &= 73,61 - 5,58 = 68,03 \text{ kV} \\ V''_C &= 67,99 \text{ kV} (\delta'' V = 8,95 \text{ kV})\end{aligned}$$

Caída de tensión competa ADC

A partir de la figura 5.7

$$\begin{aligned}\sin \theta_1 &= \frac{4,14}{46,2}, \theta_1 = 3^\circ 7' \\ \sin \theta_2 &= \frac{8,95}{73,61}, \theta_2 = 6^\circ 58' \\ \theta_1 + \theta_2 &= 10^\circ 5' \\ \delta V_{AC} &= 76,2 \sin 10^\circ 5' = 13,32 \text{ kV} \\ \Delta V_{AC} &= 76,2 \cos 10^\circ 5' - 67,99 = 7,01 \text{ kV}\end{aligned}$$

Además

$$\begin{aligned}\sin \theta_B &= \frac{3,62}{46,2}, \theta_B = 2^\circ 43' \\ \mathbf{V}_B - \mathbf{V}_C &= 74,87 (\cos 2^\circ 43' - j \sin 2^\circ 43') - 67,99 (\cos 10^\circ 5' - j \sin 10^\circ 5') \\ &= 7,87 + j8,35 \text{ kV}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_{BC} (\text{kA}) &= \frac{7,87 + j8,35}{16,04 + j41,66} = (237,5 - j97,3) \text{ A} \\ (P + jQ)_{BC} &= (67 - j11,9)(237,5 + j97,3) 10^{-3} \text{ MVA}\end{aligned}$$

$$P = 17,10 \text{ MW por fase}$$

$$Q = 3,68 \text{ MVar por fase}$$

Puede obtenerse una estimación aproximada para P_{BC} admitiendo resistencia cero en la red y utilizando la ecuación

$$\sum P_{ij} X_{ij} = 0$$

en donde i y j se refieren a la rama entre los nudos i y j de la red. Esto se deduce del hecho de que $\delta V \propto \delta \underline{\theta} \equiv (XP/V)$ y que la suma de los desplazamientos angulares alrededor del lazo es cero. Señalando las potencias como en la figura 5.8 son válidas las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} 13,2P_1 + 2,06P_3 - 19,8P_4 - 6,6P_2 &= 0 \\ P_4 + P_3 &= 100 \quad \text{o} \quad P_4 = 100 - P_3 \\ P_2 - P_4 &= 100; \quad P_1 = 60 + P_3 \\ P_2 + P_1 &= 210; \quad P_2 = 210 - 60 - P_3 = 150 - P_3 \\ 13,2(60 + P_3) + 2,06(P_3) - 19,8(100 - P_3) - 6,6(150 - P_3) &= 0 \end{aligned}$$

y

$$792 + 13,2 P_3 + 2,06 P_3 + - 1980 + 19,8 P_3 - 990 + 6,6 P_3 = 0$$

A partir de la cual $P_3 = 52,2$ MW, que es una estimación razonablemente exacta.

Una vez que se conocen P y Q en BC, los flujos de las otras ramas se obtienen fácilmente, es decir

$$\begin{aligned} P_{DC} &= 100 - 51,8 = 48,2 \text{ MW} \\ Q_{DC} &= 20 - 11 = 9 \text{ MVar} \\ P_{AB} &= 60 + 51,8 = 111,8 \text{ MW} \\ Q_{AB} &= 0 + 11 = 11 \text{ MVar} \\ P_{AD} &= 48,2 + 50 = 98,2 \text{ MW} \\ Q_{AD} &= 10 + 9 = 19 \text{ MVar} \end{aligned}$$

En el ejemplo 5.4 los flujos de watts y vars en cada rama se han encontrado juntos con las tensiones en las barras de distribución de las subestaciones; de aquí que esté completo el flujo de carga. Ahora se apreciará que el cálculo de los flujos de carga en sistemas mayores que éste exige una cantidad inmensa de trabajo y por tanto la necesidad de computadoras, analógicas o digitales. Puede proyectarse una computadora analógica simple considerando la ecuación (5.1). Si las reactancias de la red se sustituyen por resistencias de los mismos valores óhmicos y las potencias se sustituyen por corrientes, entonces, en el circuito análogo, $\sum E_{ij} I_{ij} = 0$. Se construye una red análoga de resistencias y se le da la energía adecuada. Se miden entonces las corrientes que representan los flujos de potencia. Pueden utilizarse con ventaja unos factores de escala adecuados entre P e I y X y R .

5.3. Sistemas grandes

Los cálculos de los flujos de cargas han sido llevados a cabo hasta ahora sobre sistemas pequeños. Métodos semejantes para redes grandes serían extremadamente tediosos, si no virtualmente imposibles. Un método de enfocar los análisis de sistemas grandes consiste en representarlos mediante modelos de redes de constantes concentradas, a tensiones y

corrientes bajas (menos de 100 V, algunos miliamperes). La línea y cables se representan por el modelo π , los generadores por la tensión interna (E) en serie con la impedancia apropiada y los transformadores por sus impedancias en serie. La influencia de las conexiones variables se simula mediante el empleo de autotransformadores en miniatura. Estos modelos de circuitos equivalentes se conocen normalmente como analizadores de corriente alterna y durante varios años constituyeron el método principal para los estudios de sistemas grandes. Son modelos estacionarios y funcionan generalmente a frecuencias superiores a las normales para reducir el tamaño físico de los componentes de modo que den las reactancias de los sistemas reales. Las numerosas resistencias variables, inductancias y condensadores que comprenden los analizadores se evalúan a escala en valores p.u. de modo que los componentes del sistema de potencia real (también en p.u.) pueden representarse directamente. Una etapa más hacia el sistema físico es el sistema de micro-redes (referencia 3) desarrollado en Francia. En este sistema los generadores se representan por máquinas reales obtenidas a escala hasta las proporciones de laboratorio. Esta disposición no es económica para sistemas grandes y se limita completamente al estudio de algunas máquinas interconectadas en pequeño número. También se han utilizado algunas computadoras analógicas electrónicas de objetivos limitados para la comprobación de la influencia del sistema motor principal y de las características del generador sobre la estabilidad síncrona.

Desde el desarrollo rápido de las computadoras digitales en la década de 1950 la atención de los ingenieros de redes se ha dirigido hacia el empleo de métodos numéricos de análisis. Estos métodos tienen ventajas sobre el empleo de analizadores de corrientes alternas, en cuanto el análisis puede situarse sobre una base sistemática una vez que se hayan desarrollado los programas adecuados, exigiendo así menos tiempo de ingenieros preparados. Los diversos componentes de la red se etiquetan de modo único y estas designaciones junto con los valores por unidad de las admitancias, potencia, potencia reactiva y tensiones alimentan a la computadora que entonces realiza el análisis hasta los valores prescritos.

Con métodos digitales, en el caso de análisis de averías y de flujo de cargas, se prefiere el método de resolución de redes por las tensiones nodales; este método se describe en el apéndice 2 con ejemplos demostrativos. Se forma la matriz de admitancia, expresando las limitaciones de la red y luego se utiliza un método adecuado de resolución. Normalmente se evalúan los valores de las tensiones de los nudos y a partir de éstos las corrientes, obteniéndose los flujos de watts y de vars. En redes bien proyectadas los valores de las tensiones en los diversos nudos estarán próximos y se requiere una elevada exactitud en el cálculo. Antes de estudiar con detalle los métodos de resolución, se resolverán problemas sencillos para ilustrar el método de las tensiones nodales.

Ejemplo 5.5. Realizar un flujo de carga sobre las barras de distribución interconectadas que se indican en la figura 5.9.

Solución. Recordando el modo en que se forman, según el apéndice 2, las admitancias propia y mutua, pueden escribirse directamente las ecuaciones del modo siguiente:

$$\begin{aligned}
2V_1 - 0,5V_2 - 1,5V_3 &= I_1 \\
-0,5V_1 + 1,25V_2 - 0,75V_3 &= I_2 \\
-1,5V_1 - 0,75V_2 + 2,25V_3 &= I_3
\end{aligned}$$

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} 2 & -0,5 & -1,5 \\ -0,5 & 1,25 & -0,75 \\ -1,5 & -0,75 & 2,25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Es normal escribir directamente la matriz de admitancia. Si se especifican los valores de V_1 , V_2 y V_3 . Puede invertirse la matriz $[Y]$ o resolverse por eliminación las ecuaciones.

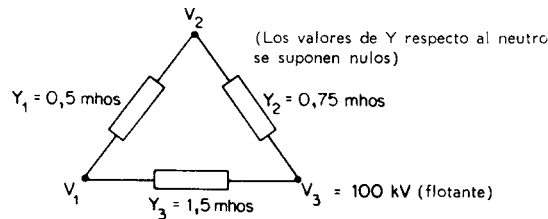


FIG. 5.9. Sistema de tres barras de distribución; flujo de cargas utilizando la inversión de matrices (resistencia cero).

Como

$$[Y][V] = [I] \text{ entonces } [Y]^{-1}[I] = [V]$$

De aquí que se necesite invertir la matriz de admitancia. En este caso se utilizará un método sencillo,

$$V_1 = 0,5I_1 + 0,25V_2 + 0,75V_3$$

Sustituyendo en las ecuaciones dadas para I_2 e I_3 el valor correspondiente a V_1

$$\begin{aligned}
-0,25I_1 + 1,125V_2 - 1,125V_3 &= I_2 \\
-0,75I_1 - 1,125V_2 + 1,125V_3 &= I_3
\end{aligned}$$

Además, de la ecuación para I_2

$$V_2 = 0,222I_1 + 0,888I_2 + V_3$$

Sustituyendo el valor V_2 en las demás ecuaciones,

$$\begin{aligned}
0,555I_1 + 0,222I_2 + V_3 &= V_1 \\
0,222I_1 + 0,888I_2 + V_3 &= V_2 \\
-I_1 - I_2 - 0V_3 &= I_3
\end{aligned}$$

es decir

$$\begin{bmatrix} 0,555 + 0,222 + 1,0 & & \\ 0,222 + 0,888 + 1,0 & & \\ -1 & -1 & 0,0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

El nudo en el que se especifica la tensión, la barra de distribución flotante es el nudo (3), de aquí la manipulación de la matriz en la forma indicada. A continuación se especificarán algunas de las cargas en los nudos.

$$I_1 = 1000 \text{ A (nudo de generador)}$$

$$I_2 = 1500 \text{ A (nudo de carga)}$$

$$V_3 = 1000 \text{ kV (valor de fase), barra de distribución flotante}$$

Poniendo los valores en kiloamperes y kilovolts

$$\begin{aligned} V_1 &= 0,555(1) + 0,222(-1,5) + (+1)(100) \\ &= 100,222 \text{ kV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= 0,222(1) + 0,888(-1,5) + (1)(100) \\ &= 98,89 \text{ kV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= -(1)(1) + (1)(1,5) + 0(100) \\ &= +0,5 \text{ kA, o sea un nudo generador} \end{aligned}$$

Obsérvese que $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

En este ejemplo se han especificado las cargas en forma de corrientes y se obtiene directamente la solución después de manipular la matriz. Sin embargo, en la práctica se especifican la potencia, la potencia reactiva y la tensión. Ya se ha discutido la combinación normal de cantidades en unas barras de distribución y es evidente que exige resolver las ecuaciones siguientes:

$$[\mathbf{Y}][\mathbf{V}] = [\mathbf{I}] \quad (5.2)$$

y

$$\mathbf{S} = \mathbf{VI}^* \quad (5.3)$$

Este problema es no-lineal y deben utilizarse procedimientos totalmente iterativos combinados con la inversión matricial.

5.4. Métodos de resolución correspondientes a sistemas grandes

En la referencia 4 se da un resumen completo de los numerosos métodos numéricos disponibles.

(a) MÉTODOS DIRECTOS. Se fundamentan básicamente en invertir la matriz de admitancia, un proceso que consume gran cantidad de tiempo y de almacenamiento de la

computadora. Se dispone de muchos métodos y deberá consultarse algún texto sobre métodos numéricos. Entre ellos podemos incluir la eliminación gaussiana.

Triangulación y división. Los métodos directos sólo resuelven los sistemas lineales, es decir $[Y][V] = [I]$ en donde se especifica $[I]$. El hecho de que las potencias sean las especificadas en la práctica, hacen que el problema sea no lineal. Debe obtenerse un nuevo valor para I a partir de $S = VI^*$ después de cada solución directa y este valor se debe utilizar para obtener otros nuevos.

La división en partes es útil para tratar problemas grandes en computadoras pequeñas, para la solución de redes y la eliminación de nudos no deseados.

Una matriz

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & | & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & | & Y_{23} \\ \hline Y_{31} & Y_{32} & | & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

puede dividirse en cuatro submatrices mediante las líneas divisorias indicadas en la ecuación (5.4). De aquí que en esta matriz de admitancias típicas correspondientes a una red,

$$[Y] = \begin{bmatrix} B & C \\ C^t & D \end{bmatrix}$$

en donde C^t es la transpuesta de C

$$[B] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

Con frecuencia se obtiene un ahorro en tiempo de cálculo y de almacenamiento manipulando la submatriz en lugar de la principal y es posible eliminar nudos en los que esté especificada I , en la ecuación $[I] = [Y][V]$. La matriz $[Y]$ se divide en partes de modo que los nudos que hay que eliminar se agrupen junto; en una submatriz, por ejemplo

$$\begin{bmatrix} I_w \\ I_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & C \\ C^t & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_w \\ V_u \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

en donde el sufijo u indica nudos no deseados y w nudos deseados. Por ejemplo, si las corrientes en los nudos no deseados son cero

$$I_w = 0, \quad -C^t V_w = D V_u \quad \text{y} \quad -D^{-1} C^t V_u$$

Sustituyendo este valor de V_u en la expresión I_w

$$I_w = B V_w - D^{-1} C^t V_w$$

que da una nueva matriz de admitancia conteniendo sólo los nudos deseados, esto es

$$[Y] = B - CD^{-1}CD'$$

Se dispone de métodos para modificar la matriz de admitancia de modo que permita cambios en la configuración de la red, debido por ejemplo a conexiones a las líneas. Estas modificaciones pueden realizarse de modo que no sea necesaria una inversión total de la nueva matriz de admitancia, ver referencia 4.

Consideremos por ejemplo la solución del sistema grande (por ejemplo 50 por 50)

$$[Y][V] = [I]$$

$[Y]$ puede dividirse en 9 submatrices:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

en donde si Y_{11} es una matriz 20 por 20 e Y_{22} una matriz 20 por 20, Y_{33} será 10 por 10, Y_{23} 20 por 10 y tanto I_3 como V_3 son 10 por 1.

La solución se lleva a cabo mediante eliminación en etapas del modo siguiente.

En la matriz $[Y]$ que contiene las submatrices se elimina primeramente V_1 mediante el proceso siguiente. Se multiplica la fila 1 por (Y_{21}/Y_{11}) y se le resta de la fila 2. Además la fila 1 de $[Y]$ se multiplica por (Y_{31}/Y_{11}) y se sustrae de la fila 3. A continuación las filas 1 de las matrices $[Y]$ e $[I]$ se multiplican por (Y_{31}/Y_{11}) y se restan de la fila 3.

Por tanto las matrices originales $[Y]$ e $[I]$ se transforman en

En donde

$$\begin{aligned} (Y_{22}^1, Y_{23}^1, I_2^1) &= (Y_{22}, Y_{23}, I_2) - Y_{21} Y_{11}^{-1} (Y_{12}, Y_{13}, I_1), \\ (Y_{32}^1, Y_{33}^1, I_3^1) &= (Y_{32}, Y_{33}, I_3) - Y_{31} Y_{11}^{-1} (Y_{12}, Y_{13}, I_1), \end{aligned}$$

Finalmente, se multiplican las filas 1 de las nuevas matrices reducidas por (Y_{32}^1/Y_{33}^1) e $Y_{33}^{11} \cdot V_3 = I_3^{11}$ a partir de la cual se encuentra V_3 recordando que Y_{33}^{11} , V_3 e I_3 son matrices,

$$(Y_{33}^{11}, I_3^{11}) = (Y_{33}^1, I_3^1) - Y_{32}^1 (Y_{22}^1)^{-1} (Y_{23}^1, I_2^1)$$

V_1 y V_2 se obtienen sustituyendo hacia atrás.

$$V_3 = (Y_{33}^{11})^{-1} I_3^{11}; V_2 = (Y_{22}^1)^{-1} (I_2^1 - Y_{23}^1 V_3), \text{ etc.}$$

La mayoría de las matrices de los sistemas de potencia son simétricas, es decir $\mathbf{Y}_{ij} = \mathbf{Y}_{ji}$ y sólo se necesita almacenar los elementos sobre la diagonal y por encima de ella. Frecuentemente todos los elementos no ceros están dentro de una banda estrecha alrededor de la diagonal y puede obtenerse de nuevo un ahorro considerable de almacenamiento de la computadora.

Exactitud. Cuando se resuelve el sistema de ecuaciones $[\mathbf{A}] [\mathbf{x}] = [\mathbf{b}]$ el vector residual $[\mathbf{r}] = [\mathbf{b}] - [\mathbf{A}] [\mathbf{x}]$ no es cero debido a los errores de redondeo. Se producen graves perjuicios cuando se obtienen ecuaciones con malas condiciones en las cuales, aunque los residuos sean pequeños, puede resultar bastante inexacta la solución. Estas matrices con frecuencia son grandes y sus valores están dispersos y en el caso de la mayoría de las filas el elemento diagonal es igual a la suma de los elementos no diagonales y de signo opuesto.

(b) MÉTODOS ITERATIVOS. Los dos sistemas de ecuaciones (5.2) y (5.3) se resuelven simultáneamente cuando se realiza la iteración. Se dispone de un cierto número de métodos y se describirán con detalle dos de ellos que han adquirido una amplia difusión. El primero es el método de Gauss-Seidel que ha sido ampliamente utilizado durante muchos años y resulta muy sencillo de aplicar; el segundo es el de Newton-Raphson que aunque más complejo tiene ciertas ventajas. La velocidad de convergencia de estos métodos es de importancia extrema puesto que, aparte del costo del tiempo de computadora, el empleo de estos métodos en esquemas para el control automático del sistema de potencia exige soluciones muy rápidas de los flujos de cargas.

Método de Gauss-Seidel

En este método se suponen conocidas inicialmente las magnitudes incógnitas y el valor obtenido de la primera ecuación para V_1 , por ejemplo, se utiliza entonces cuando se obtiene V_2 mediante la segunda ecuación y así sucesivamente. Se va considerando cada ecuación sucesivamente y luego se resuelve de nuevo el sistema completo hasta que los valores obtenidos para las incógnitas convergen dentro de los límites requeridos.

Aplicación del método a la red simple del ejemplo 5.5. Las ecuaciones nodales son,

$$\begin{aligned} 2V_1 - 0,5V_2 - 1,5V_3 &= I_1 = 1 \\ -0,5V_1 + 1,25V_2 + 0,75V_3 &= I_2 = -1,5 \\ -1,5V_1 - 0,75V_2 + 2,25V_3 &= I_3 \end{aligned}$$

en donde las tensiones están en kV y las corrientes en kA.

Como se conoce V_3 , es decir 100 kV (tensión de la barra de distribución flotante), es sólo necesario resolver las dos primeras ecuaciones. Inicialmente hagamos $V_2 = 100$ kV.

$$^1V_1 = 0,5(1 + 150 + 50) = 100,5000$$

Utilizando este valor para calcular V_2 ,

$$^1V_2 = \frac{1}{1,25}(-1,5 + 75 + 50,25) = 99,0000$$

Utilizando este valor de V_2 para calcular V_1 ,

$$\begin{aligned} ^2V_1 &= 0,5(1 + 150 + 49,5) = 100,2500 \\ ^2V_2 &= \frac{1}{1,25}(-1,5 + 75 + 50,125) = 98,9000 \\ ^3V_1 &= 100,2250; \quad ^3V_2 = 98,8900 \\ ^4V_1 &= 100,2225; \quad ^4V_2 = 98,8890 \\ ^5V_1 &= 100,22225; \quad ^5V_2 = 98,8888 \end{aligned}$$

Las iteraciones están ahora produciendo variaciones sólo en la cuarta cifra decimal y puede detenerse el proceso.

$$I_3 = -1,5 \times 100,22225 - 0,75 \times 98,8888 + 2,25 \times 100 = 0,5 \text{ kA.}$$

Se ha obtenido la solución con un cálculo muy inferior al que utiliza el método directo previamente descrito.

En el sistema de tres nudos del ejemplo 5.5 la forma iterativa de las tres ecuaciones nodales con las limitaciones nodales de que $\mathbf{S} = \mathbf{VI}^*$ se obtiene del modo siguiente (p indica el número de iteraciones y *no* es un exponente):

en el caso del nudo 1

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \mathbf{V}_1 \mathbf{Y}_{11} + \mathbf{V}_2 \mathbf{Y}_{12} + \mathbf{V}_3 \mathbf{Y}_{13} \\ \mathbf{V}_1 &= -\mathbf{V}_2 \frac{\mathbf{Y}_{12}}{\mathbf{Y}_{11}} - \mathbf{V}_3 \frac{\mathbf{Y}_{13}}{\mathbf{Y}_{11}} + \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{Y}_{11}} \\ \mathbf{V}_1^* &= -\frac{\mathbf{Y}_{12}^*}{\mathbf{Y}_{11}^*} \mathbf{V}_2^* - \frac{\mathbf{Y}_{13}^*}{\mathbf{Y}_{11}^*} \mathbf{V}_3^* + \frac{\mathbf{I}_1^*}{\mathbf{Y}_{11}^*} \end{aligned}$$

Sustituyendo $\mathbf{I}_1^* = \mathbf{S}_1/\mathbf{V}_1$ y escribiéndolo en forma iterativa

$$\mathbf{V}_1^{*p+1} = -\frac{\mathbf{Y}_{12}^*}{\mathbf{Y}_{11}^*} \mathbf{V}_2^{*p} - \frac{\mathbf{Y}_{13}^*}{\mathbf{Y}_{11}^*} \mathbf{V}_3^{*p} + \frac{\mathbf{S}_1}{\mathbf{Y}_{11}^*} \frac{1}{\mathbf{V}_1^p}$$

Análogamente

$$\mathbf{V}_2^{*p+1} = -\frac{\mathbf{Y}_{21}^*}{\mathbf{Y}_{22}^*} \mathbf{V}_1^{*p+1} - \frac{\mathbf{Y}_{23}^*}{\mathbf{Y}_{22}^*} \mathbf{V}_3^{*p} + \frac{\mathbf{S}_2}{\mathbf{Y}_{22}^*} \frac{1}{\mathbf{V}_2^p}$$

y

$$\mathbf{V}_3^{*p+1} = -\frac{\mathbf{Y}_{31}^*}{\mathbf{Y}_{33}^*} \mathbf{V}_1^{*p+1} - \frac{\mathbf{Y}_{32}^*}{\mathbf{Y}_{33}^*} \mathbf{V}_2^{*p+1} + \frac{\mathbf{S}_3}{\mathbf{Y}_{33}^*} \frac{1}{\mathbf{V}_3^p}$$

Generalmente,

$$(\mathbf{V}_i^{p+1})^* = +\frac{\mathbf{S}_i}{\mathbf{Y}_{ii}^*} \cdot \frac{1}{\mathbf{V}_i^p} - \sum_{j \neq i} \frac{\mathbf{Y}_{ij}^*}{\mathbf{Y}_{ii}^*} \mathbf{V}_j^{*p}$$

En este caso particular el nudo tres es el correspondiente a la barra de distribución flotante y como se conoce el valor de $\mathbf{V}_3$, en él no se necesita la ecuación correspondiente. Se ve en las ecuaciones anteriores que el nuevo valor de $\mathbf{V}_i$, en la ecuación precedente se utiliza inmediatamente en la siguiente ecuación, es decir se utiliza $\mathbf{V}_1^{*p+1}$ en la ecuación de $\mathbf{V}_2$. Cada nudo se estudia de nuevo produciendo una iteración completa.

La ecuación (5.7) se refiere a una barra de distribución en la que se especifican P y Q . En un nudo generador (i), normalmente se especifican V_i y P_i , quizás con límites superiores e inferiores de Q_i .

Se fija el módulo de $\mathbf{V}_i$ pero su fase depende de Q_i . Los valores de $\mathbf{V}_i$ y Q_i a partir de la iteración previa no están relacionados mediante (5.7) debido a que $\mathbf{V}_i$ ha sido modificado para dar un módulo de valor constante. En la iteración siguiente es necesario calcular el valor de Q_i que corresponde a $\mathbf{V}_i$ a partir de la ecuación (5.7).

Es decir Q_i = parte imaginaria de $\mathbf{S}_i$, o sea, de

$$\mathbf{Y}_{ii}^* \mathbf{V}_i^p \left[\mathbf{V}_i^{*p+1} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\mathbf{Y}_{ij}^*}{\mathbf{Y}_{ii}^*} \mathbf{V}_j^{*p} \right]$$

Este valor de Q_i ; es válido para el valor experimental de $\mathbf{V}_i$ y luego se sustituye en

$$-\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\mathbf{Y}_{ij}^*}{\mathbf{Y}_{ii}^*} \mathbf{V}_j^{*p} + \frac{P_i + jQ_i}{\mathbf{Y}_{ii}^* \mathbf{V}_i^p}$$

para obtener $\mathbf{V}_i^{*p+1}$

Las componentes real e imaginaria de $\mathbf{V}_i^{*p+1}$ se multiplican entonces por el cociente $\mathbf{V}_i / \mathbf{V}_i^{*p+1}$ para cumplir así con la limitación de que $\mathbf{V}_i$ es constante. Esta etapa final es una aproximación ligera, pero el error que introduce es pequeño y el ahorro de cálculo grande. Se halla así la fase de $\mathbf{V}_i$ y la iteración puede seguir hacia el nudo siguiente. El proceso continúa hasta que el valor $\mathbf{V}^{*p+1}$ en cualquier nudo difiere de $\mathbf{V}^{*p}$ en una cantidad especificada, normalmente 0,0001 por unidad. El estudio se comienza admitiendo 1 como tensión por unidad en todos los nudos excepto uno; esta excepción es necesaria con objeto de que puedan obtenerse flujos de corriente en la primera iteración.

Factores de aceleración. El número de iteraciones requerido para alcanzar la convergencia especificada puede reducirse grandemente mediante el empleo de factores de aceleración (referencia 5). La corrección en tensión de $\mathbf{V}^p$ a $\mathbf{V}^{*p+1}$ se multiplica por un factor que hace que la nueva tensión se acerque más a su valor final, es decir,

$$\begin{aligned} {}^1\mathbf{V}^{p+1} &= \mathbf{V}^p + \omega(\mathbf{V}^{p+1} - \mathbf{V}^p) \\ &= \mathbf{V}^p + \omega\Delta\mathbf{V}^p \end{aligned}$$

en donde ${}^1\mathbf{V}^{p+1}$ es la nueva tensión acelerada. Puede demostrarse que un valor complejo de ω reduce el número de iteraciones más que un valor real. Sin embargo, hasta el presente sólo parecen haberse utilizado valores reales; el valor que se utiliza normalmente depende de la naturaleza del sistema en estudio pero es ampliamente utilizado un valor de 1,6. El método de Gauss-Seidel con el empleo de factores de aceleración se le conoce como el método de superrelajación sucesiva.

Transformadores con tomas de regulación

Otros cambios que deben adaptarse dentro de la matriz de la admitancia son los debidos a los transformadores con tomas de regulación. Cuando la relación de transformación tiene su valor nominal el transformador está representado por una impedancia en serie simple pero cuando no es su valor nominal, han de hacerse los siguientes ajustes.

Consideremos un transformador de relación $t : 1$ conectado entre dos nudos, i y j ; la admitancia en serie del transformador es $\mathbf{Y}_t$. Refiriéndonos a la figura 5.10 es válida la siguiente ecuación de tensiones nodales.

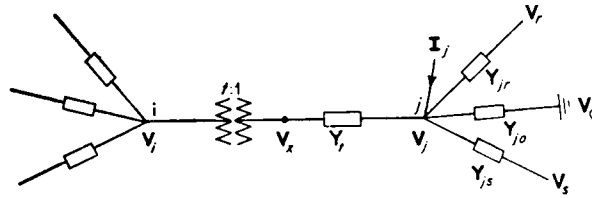


FIG. 5.10. Circuito equivalente del transformador con conexionado correspondiente a valores que no son los nominales. Admitancia en serie del transformador en la parte en que no están las tomas de regulación.

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_j &= \mathbf{Y}_j(\mathbf{Y}_{jr} + \mathbf{Y}_{j0} + \mathbf{Y}_{js} + \mathbf{Y}_t) - (\mathbf{V}_r \mathbf{Y}_{jr} + \mathbf{V}_x \mathbf{Y}_t + \mathbf{V}_s \mathbf{Y}_{js} + \mathbf{V}_0 \mathbf{Y}_{j0}) \\ \mathbf{V}_0 &= 0 \text{ y } \mathbf{V}_x = \mathbf{V}_i/t, \\ \mathbf{I}_j + \mathbf{V}_s \mathbf{Y}_{js} &= \mathbf{V}_j(\mathbf{Y}_{jr} + \mathbf{Y}_{j0} + \mathbf{Y}_{js} + \mathbf{Y}_t) - \left(\mathbf{Y}_{jr} \mathbf{V}_r + \frac{\mathbf{Y}_t \mathbf{V}_i}{t} \right) \end{aligned}$$

x es un nudo artificial entre el elemento transformador de tensión y la admitancia del transformador. A partir de esta última ecuación se ve que en el caso del nudo que no está situado en la parte de las conexiones del transformador (es decir el más remoto de ambos nudos i y j), cuando se forma $\mathbf{Y}_{ij}$ se utiliza $\mathbf{Y}_t$ correspondiente al transformador y cuando se forma $\mathbf{Y}_{ji}$ se ha de utilizar $\mathbf{Y}_t/t$ para el transformador.

De modo semejante puede demostrarse para el nudo correspondiente a la parte donde están las condiciones variables que, cuando se forma $\mathbf{Y}_{ij}$ hay que utilizar $\mathbf{Y}_t/t^2$ y cuando se haya de formar el valor $\mathbf{Y}_{ji}$, utilizar $\mathbf{Y}_t/t$.

Pueden representarse estas condiciones por la sección en π indicada en la figura 5.11, aunque es probablemente más sencillo modificar directamente las admitancias mutuas y propias.

Método de Newton-Raphson

Aunque el método de Gauss-Seidel está bien establecido, más recientemente se ha prestado mucha atención al método de Newton-Raphson. Con algunos sistemas da una mayor seguridad de convergencia y al mismo tiempo es más económico en tiempo de computadora.

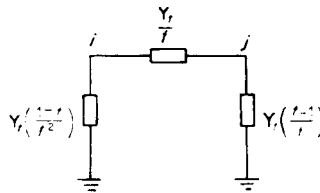


FIG. 5.11. Sección en π que representa al transformador con una relación de conexión que no es la nominal.

El procedimiento iterativo básico viene dado por valor de la nueva iteración,

$$x^{p+1} = x^p - \frac{f(x^p)}{f'(x^p)}$$

$$\mathbf{X}^{p+1} = \mathbf{X}^p - J^{-1}(\mathbf{X}^p) f(\mathbf{X}^p)$$

en donde $\mathbf{x}$ y $\mathbf{f}$ son vectores columna y $J(\mathbf{x}^p)$ es una matriz conocida como la matriz jacobiana, de la forma

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{f_k}{x_k} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \text{ p-esima iteración.}$$

Consideremos ahora la aplicación a un nudo n de un sistema de potencia, en el caso de un enlace que conecta los nudos k y i a la admitancia $\mathbf{Y}_{kj}$

$$P_k + jQ_k = \mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^* = \mathbf{V}_k \sum_{j=1}^{n-1} (\mathbf{Y}_{kj} \mathbf{V}_j)^*$$

O sea

$$\mathbf{V}_k = a_k + jb_k \quad \text{y} \quad \mathbf{Y}_{kj} = G_{kj} - jB_{kj}$$

Entonces

$$P_k + jQ_k = (a_k + jb_k) \sum_{j=1}^{n-1} [(G_{kj} - jB_{kj})(a_j + jb_j)]^* \quad (5.8)$$

de la que

$$P_k = \sum_{j=1}^{n-1} [a_k (a_j G_{kj} + b_j B_{kj}) + b_k (b_j G_{kj} - a_j B_{kj})] \quad (5.9)$$

$$Q_k = \sum [b_k (a_j G_{kj} + b_j B_{kj}) - a_k (b_j G_{kj} - a_j B_{kj})] \quad (5.10)$$

Por tanto, existen dos ecuaciones simultáneas no lineales para cada nudo. Obsérvese que se consideran $(n - 1)$ nudos debido a que el nudo n está completamente especificado.

Las variaciones en P y Q están relacionadas con variaciones en a y b mediante las ecuaciones (5.9) y (5.10), es decir

$$\Delta P_1 = \frac{\partial P_1}{\partial a_1} \Delta a_1 + \frac{\partial P_1}{\partial a_2} \Delta a_2 + \dots + \frac{\partial P_1}{\partial a_{n-1}} \Delta a_{n-1}$$

Ecuaciones semejantes son válidas en función de ΔP y Δb , y ΔQ en función de Δa y Δb .

Las ecuaciones pueden expresarse generalmente de la manera siguiente.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial a_{n-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial b_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial b_{n-1}} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial a_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial b_1} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial b_{n-1}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial a_{n-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial b_1} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial b_{n-1}} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial a_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial b_1} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial b_{n-1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta a_1 \\ \vdots \\ \Delta a_{n-1} \\ \Delta b_1 \\ \vdots \\ \Delta b_{n-1} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Por conveniencia, para la matriz jacobiana empleamos la notación

$$\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_C & J_D \end{bmatrix}$$

Los elementos de la matriz se evalúan para valores de P , Q y V en cada iteración del modo siguiente:

En el caso de la submatriz J_A y a partir de la ecuación (5.9),

$$\frac{\partial P_k}{\partial a_j} = a_k G_{kj} - b_k B_{kj} \quad (5.12)$$

en donde $k \neq j$, es decir elementos que no son de la diagonal.

Los elementos diagonales

$$\frac{\partial P_k}{\partial a_k} = 2a_k G_{kk} + b_k B_{kk} - b_k B_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n-1} (a_j G_{kj} + b_j B_{kj}) \quad (5.13)$$

Este elemento puede obtenerse más fácilmente expresando algunas de las cantidades en función de la corriente del nudo k , $\mathbf{I}_k$, que puede determinarse separadamente en cada iteración.

Sea

$$\mathbf{I}_k = c_k + j d_k = (G_{kk} - j B_{kk})(a_k + j b_k) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n-1} (G_{kj} - j B_{jk})(a_j + j b_j)$$

a partir de la cual

$$c_k = a_k G_{kk} + b_k B_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n-1} (a_j G_{kj} + b_j B_{kj})$$

y

$$d_k = b_k G_{kk} - a_k B_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n-1} (b_j G_{kj} - a_j B_{jk})$$

De modo que

$$\frac{\partial P_k}{\partial a_k} = a_k G_{kk} - b_k B_{kk} + c_k$$

Para J_B

$$\frac{\partial P_k}{\partial b_k} = a_k B_{kk} + b_k G_{kk} + d_k$$

y

$$\frac{\partial P_k}{\partial b_j} = a_k B_{kj} + b_k G_{kj} \quad k \neq j$$

Para J_C

$$\frac{\partial Q_k}{\partial a_k} = a_k B_{kk} + b_k G_{kk} - d_k$$

y

$$\frac{\partial Q_k}{\partial a_j} = a_k B_{kj} + b_k G_{kj} \quad k \neq j$$

Para J_D

$$\frac{\partial Q_k}{\partial b_j} = -a_k G_{kj} + b_k B_{kj} \quad k \neq j$$

y

$$\frac{\partial Q_k}{\partial b_k} = -a_k G_{kk} + b_k B_{kk} + c_k$$

El proceso comienza con el índice contador de la iteración «P» puesto a cero y a todo nudo, excepto al de referencia (barra flotante), se le asignan tensiones, normalmente 1 p.u.

A partir de estas tensiones, se calculan P y Q mediante las ecuaciones 5.9 y (5.10). Se calculan entonces las variaciones.

$$\Delta P_k^p = P_k \text{ (especificado)} - P_k^p \text{ y } \Delta Q_k^p = Q_k \text{ (especificado)} - Q_k^p$$

en donde P es el número de iteración.

A continuación se calculan las corrientes en los nudos

$$I_k^p = \left(\frac{P_k^p + jQ_k^p}{V^p} \right)^* = c_k^p + jd_k^p$$

Se forman entonces los elementos de la matriz jacobiana y a partir de (5.11),

$$\begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_C & J_D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

De aquí se determinan a y b y se obtienen los nuevos valores $a_k^{p+1} = a_k^p + \Delta a_k^p$ y $b_k^{p+1} = b_k^p + \Delta b_k^p$. Se repite el proceso ($p = p + 1$) hasta que ΔP y ΔQ son inferiores a la tolerancia prescrita.

El método de Newton-Raphson tiene unas características de convergencia mejores y en el caso de muchos sistemas es más rápido que el de Gauss-Seidel, emplea un tiempo mucho mayor por iteración, pero requiere muy pocas iteraciones (cuatro en general) mientras que el método de Gauss-Seidel exige por lo menos treinta iteraciones, aumentando este número con el tamaño del sistema.

Pueden utilizarse también factores de aceleración en el caso del método de Newton-Raphson.

5.5. Ejemplo de un flujo de carga complejo

La figura 5.12 muestra el diagrama lineal de un sistema, junto con los detalles de las impedancias de la línea, del transformador y de las cargas. Este diagrama representa, ligeramente simplificada, la red utilizada en la referencia 6. Todas las magnitudes se expresan por unidad y los nudos están numerados del modo indicado. No se ordenan de modo consecutivo para mostrar en la solución que carece de importancia la numeración del sistema; aunque en estudios más exhaustivos realizados sobre sistemas mayores se ha visto que cierta ordenación de los nudos puede producir una convergencia y solución más rápidas.

La solución de este problema se ha llevado a cabo mediante computadora digital y se dará una descripción breve de la distribución de los datos esenciales y se realizará la primera iteración sobre una máquina de calcular ordinaria. Este programa se desarrolló con fines didácticos y no es tan refinado o exhaustivo como los programas comerciales; sin embargo, se espera que el principiante lo hallara más fácil de comprender que uno de estos últimos.

En vista de la naturaleza de la ecuación (5.7) los datos básicos del sistema se modificarán para permitir menos cálculos durante la resolución real de las ecuaciones; esto será evidente cuando se vaya describiendo el método. La matriz de admitancias del sistema $[Y]$ se almacena mediante la especificación de los siguientes datos: orden de la matriz (n), número de elementos diagonales, número de elementos no diagonales por fila, números de columna de los elementos no diagonales en cada fila y una lista de los elementos no diagonales (Y_{ij}/Y_{ii}). Estos datos de entrada se disponen en dos tablas del modo siguiente.

P y Q se consideran positivos para watts y vars en retraso generados o suministrados y negativos cuando se reciben. Deberá señalarse que las Y_{ij} son de hecho negativas aunque se muestran como positivas en las tablas; esto es interesante, puesto que los términos Y_{ij} aparecen como negativos en las ecuaciones nodales. Las conexiones a la barra de conexión flotante (V_s) se muestran separadamente, no siendo necesaria ecuación alguna para los nudos flotantes, puesto que se especifican totalmente las tensiones. Los datos de entrada se indican en la tabla 5.1 y será más sencilla la identificación de las diversas magnitudes haciendo referencia a la siguiente matriz del sistema:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} \end{bmatrix}$$

En la figura 5.13 se muestra la parte inicial del diagrama de flujo de la computadora.

Antes de proceder a la primera iteración se mostrará el cálculo de las admitancias asociadas a uno de los transformadores. Consideremos el transformador 1-2 de impedancia $j0,133$ por

unidad teniendo $t = 0,909$. En el caso del nudo número 2, del lado opuesto a las tomas de regulación, Y_{22} se forma utilizando sólo Y_t , es decir

$$Y_{22} = \frac{1}{0,723 + j1,05} + \frac{1}{j0,133} = 0,444860 - j8,164860$$

$$Y_{21} = \frac{1}{j0,133} \cdot \frac{1}{0,909} = -j8,278000$$

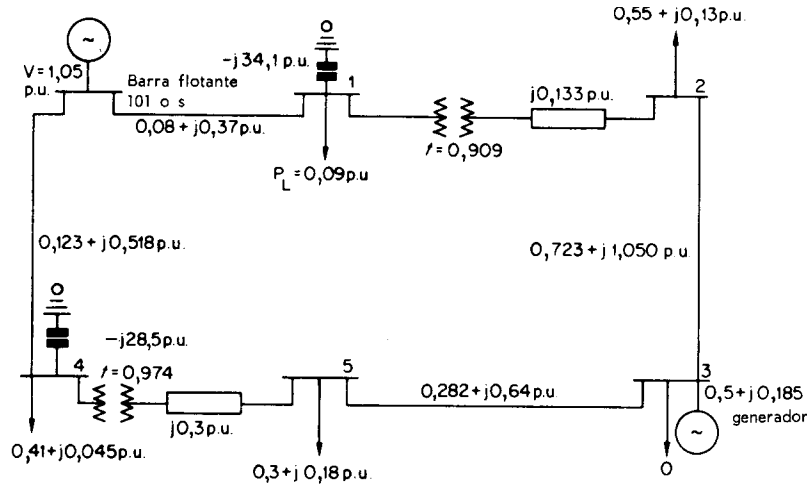


FIG. 5.12. Sistema correspondiente a un flujo de carga complejo utilizando un método iterativo.

TABLA A

l = número de enlaces

n = número de nudos no flotantes

i	j	R	X	B	t
Índice que señala el extremo que envía la energía	Índice que señala el extremo receptor	Resistencia por unidad	Reactancia por unidad	Susceptancia por unidad	Relación de transformación no nominal

$n = 1$ a 99

los nudos flotantes se enumeran a partir del 101, las conexiones a tierra se enumeran como 0.

Cuando se representan los transformadores, el nudo i debe ser el nudo correspondiente al lado regulable y R y X se refieren al otro lado.

TABLA B

l = número de enlaces

n = número de nudos no flotantes

s = número de nudos flotantes

(sufijo $G \rightarrow$ Generación, sufijo $L \rightarrow$ Carga)

Número de nudos	V_{real} por unidad	V_{imag} p. u.	P_G por unidad	Q_G p. u.	P_L p. u.	Q_L p. u.
-----------------	---------------------------------	----------------------------	---------------------	----------------	----------------	----------------

TABLA 5.1

+5 -----	n			
+8 -----	l			
+1	}	Elementos no diagonales por fila		
+2				
+2				
+1				
+2				
+2	}	Números de columna		
+3			+1	
+5			+2	
+5				
+4			+3	
+0.708238	-0.033932	Y_{12}/Y_{11}	}	Elementos no diagonales Y_{ij}/Y_{ii}
+0.081853	+0.050025	Y_{23}/Y_{22}		
+1.010063	-0.055033	Y_{21}/Y_{22}		
+0.646931	-0.043097	Y_{35}/Y_{33}		
+0.353069	+0.043097	Y_{32}/Y_{33}		
+0.640699	-0.052397	Y_{45}/Y_{44}		
+0.726081	-0.090184	Y_{54}/Y_{55}		
+0.292797	+0.087839	Y_{53}/Y_{55}		
Generación Tabla 1				
+1.000000	+0.000000	}	Tensiones estimadas, v_i	
+1.000000	+0.000000			
+1.000000	+0.000000			
+1.000000	+0.000000			
+1.000000	+0.000000			
-0.000369	+0.007706	}	$P+jQ/Y_{ii}^{*}$'s	
-0.019534	+0.066298			
+0.179357	-0.162088			
-0.014702	+0.076068			
-0.046094	+0.058905			
+0.234539	+0.039069	}	$V_s Y_{is}/Y_{ii}$'s conexiones de las barras flotantes	
+0	+0			
+0	+0			
+0.366206	+0.055921			
+0	+0	}	Y_{ii} 's	
+0.558269	-11.652234			
+0.444860	-8.164860			
+1.021401	-1.954524			
+0.433934	-5.306045			
+0.576541	-4.641795			
+0.223371	+0.037209	+101.000000	}	Y_{is}/Y_{ii} 's + número de los nudos flotantes
+0.000000	+0.000000	+0.000000		
+0.000000	+0.000000	+0.000000		
+0.348767	+0.053259	+101.000000		
+0.000000	+0.000000	+0.000000		

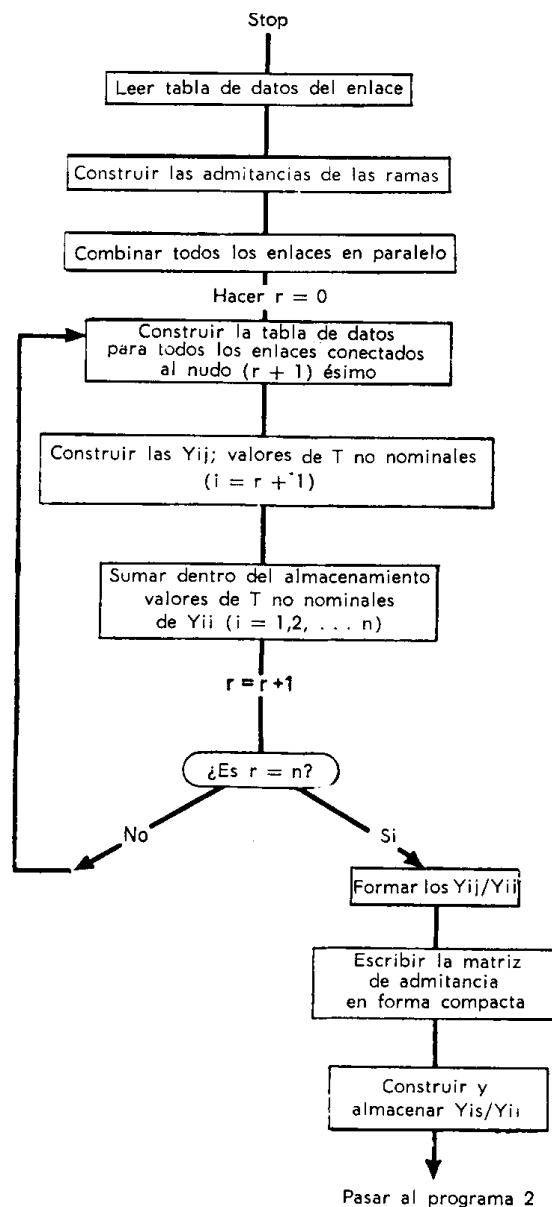


FIG. 5.13b. Parte inicial del diagrama de flujo para el proceso de datos del programa de flujo de carga.

Primera iteración ($p = 0$)

$$\begin{aligned}
 P_3^0 &= 1 \times 1 \times (-0,444860) + 1 \times 0 \times (-0,646063) \\
 &\quad + 0 \times 0 \times (-0,444860) - 0 \times 1 \times (-0,646063) \\
 &\quad + 1 \times 1 \times (+1,021401) - 1 \times 0 \times (1,954524) \\
 &\quad + 1 \times 1 \times (1,021401) - 0 \times 1 \times (1,954524) \\
 &\quad + 1 \times 1 \times (-0,576541) + 1 \times 0 \times (-1,308461) \\
 &\quad + 0 \times 0 \times (-0,576541) - 0 \times 1 \times (-1,308461) \\
 &= 0,0 \text{ p.u.}
 \end{aligned}$$

Obsérvese que no existe Y_{31} ni Y_{34} .

(El resultado anterior era de esperar en el caso inicial cuando todas las tensiones que intervienen en el mismo son iguales a 1 p.u.)

Análogamente, $Q_3^0 = 0,0 \text{ p.u.}$

Por lo tanto, $\Delta P_3^0 = 0,5 - 0 = 0,5 \text{ p.u.}$

Y $Q_3^0 = 0,185 - 0 = 0,185 \text{ p.u.}$

De modo semejante se obtiene ΔQ y ΔP para los restantes nudos no flotantes

$$I_k^p = \frac{P_k^p - jQ_k^p}{(V_k^p)^*} \quad \text{y} \quad I_3^0 = \frac{0,5 - j0,185}{1 - j0}$$

de aquí

$$c_3^0 = 0,5 \quad \text{y} \quad d_3^0 = -0,185$$

A continuación se determinan los elementos de los jacobianos.

$$\frac{\partial P_3}{\partial a_3} = a_3^0 G_{33} - b_3^0 B_{33} + c_3^0 = 1(1,021401) - 0,0 + 0,5 = 1,521401$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial a_2} = a_3^0 G_{32} - b_3^0 B_{32} = 1(-0,444860) + 0,0$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial a_5} = -0,576541$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial b_3} = a_3^0 B_{33} + b_3^0 G_{33} + d_3^0 = 1(1,954520) + 0,0 + (-0,185) = 1,76952$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial b_2} = a_3^0 B_{32} + b_3^0 G_{32} = 1(-0,646063) + 0,0 = -0,646063$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial b_5} = 1(-1,308461) + 0,0 = -1,308461$$

De modo semejante, obtenemos

$$\frac{\partial Q_3}{\partial a_3}, \frac{\partial Q_3}{\partial a_2}, \frac{\partial Q_3}{\partial a_5}, \frac{\partial Q_3}{\partial b_3}, \frac{\partial Q_3}{\partial b_2} \text{ y } \frac{\partial Q_3}{\partial b_5}$$

La matriz jacobiana para la primera iteración se forma así y se invierte calculándose entonces Δa_k^0 y Δb_k^0 ($k=1 \dots 5$). De aquí que $V_k^{0+1} = V_k^0 + \Delta a^0 + j\Delta b^0$. El proceso se repite hasta que las variaciones en las potencias reales y reactivas son en cada barra menores que un valor preestablecido, digamos 0,01 p.u.

Resumen

El método directo en el que interviene la inversión de matrices y un procedimiento iterativo final para tener en cuenta las restricciones en los nudos tiene ciertas ventajas en el caso de las redes más pequeñas. Para redes grandes son preferibles los métodos totalmente iterativos especialmente utilizando factores aceleradores. La información del sistema, tales como la generación y cargas especificadas, las admitancias de la línea y de los transformadores en serie y en shunt, se introducen en la computadora bien en cintas o en tarjetas perforadas. Los datos se expresan por unidad sobre bases arbitrarias de MVA y tensión. La computadora formula las admitancias propias y mutuas de cada nudo.

Si el sistema es muy sensible a flujos de potencia reactiva, es decir, si las tensiones varían considerablemente cuando varía la carga y la configuración de la red, puede diverger el programa de la computadora. Es preferible entonces dejar que la salida de potencia reactiva de los generadores carezca inicialmente de límites para asegurar una convergencia inicial.

Una vez alcanzada la convergencia, la computadora calcula los flujos de potencia real y reactiva en cada rama del sistema junto con las pérdidas, absorción de vars y cualquier otra información que pueda pedirse. Se dispone de programas que automáticamente ajustan las conexiones a realizar en los transformadores a sus valores óptimos. Además existen también ciertos dispositivos para la impresión de la información que se refiera sólo a líneas sobrecargadas o con una carga inferior a la normal; esto es muy útil cuando se lleva a cabo una serie de flujo de carga para investigar las producciones de las centrales y líneas.

Los métodos dados en esta sección se aplican a flujos de carga complejos, es decir, considerados sus componentes reales e imaginarios y por lo tanto dan la solución completa y exacta de la red. En muchos casos no se necesita este conocimiento tan detallado especialmente en las etapas iniciales del proyecto de nuevos sistemas de transporte. Para este tipo de trabajo se utilizan flujos de potencias reales, que son mucho más económicos en tiempo de funcionamiento y de almacenamiento de las computadoras.

5.6. Flujo de potencias reales

En muchas investigaciones sobre redes, especialmente en las etapas iniciales de un proyecto, basta con un análisis que sólo dé los flujos de potencia. Los cálculos pueden reducirse considerablemente despreciando la resistencia del sistema. En un sistema con reactancia y flujo de potencia solamente, se ha demostrado que a lo largo de un bucle

$$\sum P_{ij} X_{ij} = 0 \quad (5.1)$$

Además la suma algebraica de las potencias que se reúnen en un punto es cero. De aquí que el flujo de potencias sea análogo a la corriente y que la ecuación nodal para el nudo 1 de un sistema multinudo pueda expresarse del modo siguiente,

$$P_1 = \frac{V_1}{X_{11}} - \frac{V_2}{X_{12}} - \frac{V_3}{X_{13}} \dots \frac{V_k}{X_{1k}}$$

en donde X_{11} es la reactancia propia del nudo 1 y X_{1k} la reactancia mutua entre los nudos 1 y k .

Generalmente,

$$V_i = \left[P_j + \sum_{j=2}^{j=n} \frac{V_j}{X_{ij}} \right] \sum X_{ij}$$

Se admite que las tensiones iniciales en los nudos son las mismas que en el flujo de carga compleja. Puede obtenerse una estimación aproximada de las pérdidas $I^2 R$ calculando las corrientes y estas pérdidas, como es natural, se ignoran en el cálculo del flujo real. Análogamente puede obtenerse la absorción de potencia reactiva o la pérdida $I^2 X$.

Debido a que la relación entre la potencia y la reactancia de una red es análoga a la que existe entre la corriente y la resistencia puede proyectarse un sistema analógico resistivo sencillo para el análisis de la potencia real.

Si la resistencia $R = k_1 X$ y la corriente $I = k_2 P$, entonces

$$\sum X_{ij} P_{ij} = \sum k_1 k_2 I_{ij} R_{ij} = k \sum I_{ij} R_{ij}$$

De aquí que si se representa una reactancia mediante resistencias y las potencias introducidas por corrientes, entonces los flujos de corriente medidos entre los nudos del circuito analógico serán proporcionales a los flujos de potencia.

5.7. Analizadores de red

No se pretende dar una descripción detallada de los diversos tipos de analizadores sino indicar el modo general de funcionamiento de los principales.

Tipo de resistencia. Ya se ha estudiado el empleo de redes analógicas de resistencias para los estudios de flujos de carga. Esta forma de analogía puede utilizarse también para determinar los valores de las corrientes en caso de avería en sistemas sometidos a averías simétricas trifásicas. Se desprecia la resistencia del sistema y las reactancias de las ramas y las máquinas se representan por resistencias equivalentes en la red analógica, la cual se alimenta mediante una tensión continua o alterna a escala adecuada. Las corrientes medidas en las ramas de la analogía por resistencia son entonces directamente proporcionales al valor de las corrientes en caso de avería del sistema real.

Analizadores de modelo directo. El circuito equivalente de constantes concentradas del sistema real está representado directamente mediante resistencias, bobinas, condensadores y fuentes de tensión. Para reducir el tamaño de las bobinas, para una reactancia determinada, suelen utilizarse frecuencias de 400 Hz, 1592 Hz y 10 000 Hz. Este tipo de analizador comprende un gran número de unidades eléctricamente separadas de resistencias, reactancias y capacidades variables junto con transformadores y autotransformadores con conexiones variables y también fuentes de tensión variables en valor y fase. Estas componentes se conectan mediante sistemas de *jacks*. Las unidades de autotransformadores se utilizan para ajustar las cargas y para la representación de las conexiones más y menos sobre los transformadores. Estos modelos funcionan esencialmente con una sola fase; valores normales de la tensión y corrientes de trabajo son 50 V, 50 mA.

Analizadores analógicos por transformador. Este tipo es una forma indirecta de analizador que emplea la relación tensión-corriente de un transformador ideal. Aunque es más complejo que el tipo directo tiene la ventaja de que puede representarse la inductancia pura y la impedancia negativa. Si se utilizan métodos potenciométricos para medir las tensiones, es muy alta la exactitud llegando hasta una parte en un millar. Las unidades correspondientes a las impedancias, fuentes de tensión y fuentes de corriente pueden ajustarse también hasta 0,001 por unidad. Si los aparatos de medida son instrumentos dinamométricos alimentados a través de amplificadores eléctricos, la exactitud de medida es mucho menor.

Tanto en el caso de analizadores directos como indirectos pueden leerse directamente las magnitudes siguientes: valores de la tensión y corriente, componentes en fase y en cuadratura de la tensión y de la corriente, watts y vars. Las cargas están representadas por la admitancia equivalente respecto al neutro y se alimentan a través de autotransformadores que mantienen constante la tensión de carga independientemente de la tensión del sistema. Esto hace mantener los valores de P_L y Q_L independientes de la tensión real de las barras de conexión.

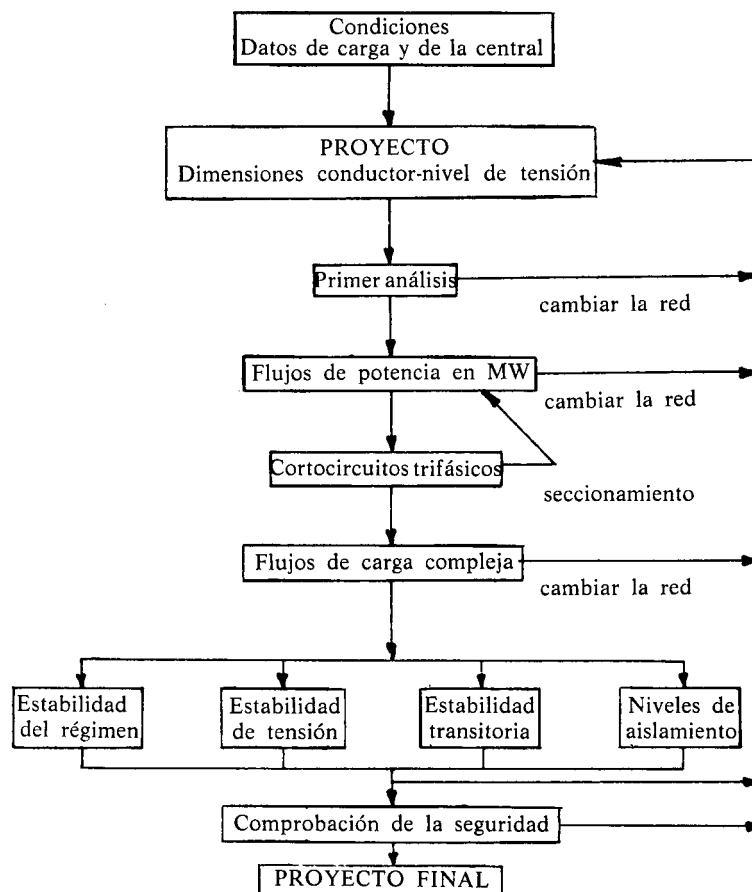
Los flujos de cargas se simulan por ajuste de la salida del generador hasta que se cumplan todas las limitaciones de los nudos. Si se dispone de impedancias negativas pueden

utilizarse como generadores de potencia y de potencia reactiva en lugar de fuentes de tensión dando como resultado unos flujos de cargas que se ajustan y equilibran más rápida y fácilmente.

5.8. Consideraciones para un proyecto

Hasta aquí se ha dedicado el capítulo entero al análisis de sistemas existentes, del mismo modo que el capítulo siguiente se dedicará a las averías. Antes de que pueda tener lugar el análisis de una red, ésta debe proyectarse y el proyecto se basará en las consideraciones siguientes; estándares o normas de seguridad, grado de utilización de la central, del sistema existente si es que lo hay, tamaños normalizados de las centrales y niveles de tensión, influencia sobre el paisaje y situación geográfica. El ajuste de cierto número de requisitos debe obtenerse mediante varios esquemas y entonces se escogerá el óptimo referido a nivel de coste, número de circuitos de transmisión y otros factores. Las cargas habrán de predecirse (el sistema llegará a existir en la práctica algún tiempo después de la etapa del proyecto inicial) y deberán hacerse comprobaciones aproximadas tales como que la generación se ajuste a las demandas de carga.

TABLA 5.2. Diagrama del proceso de las operaciones de análisis de proyecto.



De gran importancia es el refuerzo de una red existente para ajustarse a una carga creciente. Como esto último es un proceso continuo, el examen de la red existente debe también realizarse de modo frecuente. El retraso en añadir un enlace extra puede suponer un gasto considerable incluso si el retraso es sólo de un año y esto debe recordarse continuamente.

El proceso de obtención de un proyecto óptimo es por tanto uno de los más importantes en los análisis de un proyecto y esto debe realizarse de modo continuo, análisis tras análisis, hasta que se ajusten a las limitaciones de los proyectos. En nuestro caso los desarrollos futuros, lo mismo que en el caso de otros muchos proyectos, por ejemplo máquinas eléctricas, caen dentro del reino del cálculo automático. Los datos para tener en cuenta la carga y su crecimiento y las demás consideraciones ya mencionadas deben almacenarse junto a los métodos de proyecto y de análisis que los técnicos han utilizado tradicionalmente. En la tabla 5.2 se muestra un diagrama de flujo que ilustra la secuencia de operaciones. Los métodos de proyecto lógico (referencia 7) y la programación lineal se están utilizando para expresar las limitaciones del proyecto en términos matemáticos.

Referencias

LIBROS

1. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, Westinghouse Electric Corp., East Pittsburgh, Pennsylvania, 1964.
2. El Abiad, A. H. y G. W. Stagg, *Computer Methods in Power System Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1968.

ARTÍCULOS

3. Robert, R., 'Micromachines et Microreseaux', C.I.G.R.E., folleto 338, París (1950).
4. Loughton, M. A. y M. W. H. Davies, 'Numerical techniques in solution of power system load-flow problems', *Proc. I.E.E.*, **111**, N° 9 (1964).
5. Carré, B. A., 'The determination of optimum accelerating factor for successive over Relaxation', *Computer Jour.*, 4 (1962).
6. Ward, J. B. y H. W. Hale, 'Digital computer solution of power flow problem', *Trans. A.I.E.E.*, **75**, **111** (1956).
7. Knight, U. G. W., 'The logical design of electrical networks using linear programming methods', *Proc. I.E.E., Part A*, **107** (1960).
8. Bennett, J. M., 'Digital computers and the load flow program'. *Proc. I.E.E.*, **103**, Parte B, Suppl. 1, 16 (1956).
9. Brown, H. E., G. K. Carter, H. H. Happ y C. E. Person, 'Power flow solution by impedance matrix iterative method', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, **82**, 1 (1963).
10. Brown, R. J. y W. F. Tinney, 'Digital solutions for large power networks', *Trans. A.I.E.E.*, **76**, Parte III, 347 (1957).
11. Cronin, J. H. y M. B. Newman, 'Digital load flow program for 1,000 bus systems', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, **83**, 718 (1964).
12. Glimm, A. F. y G. W. Stagg, 'Automatic calculation of load flows', *Trans. A.I.E.E.*, **76**, Parte ill, 817 (1957).

13. Gupta, P. P. y M. W. Humphrey-Davies, 'Digital computers in power system analysis', *Proc. I.E.E.*, **108**, Parte A, 383 (1961).
14. Van Ness, J. E. y J. H. Griffin, 'Elimination methods for load flow studies', *Trans. A.I.E.E.*, **80**, Parte III, 299 (1961).
15. Carré, B. A., 'The solution of load flow problems by partitioning systems into trees' *Trans. I.E.E.E.*, PAS-87, 1931 (1968).
16. Baumann, R., 'Some new aspects of load flow calculations. Parte I - Impedance matrix generation controlled by network topology', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, 85, 1164 (1966).

Problemas

- 5.1. Un distribuidor monofásico obtiene las cargas siguientes a las distancias indicadas, desde el extremo de suministro: 10 kW a 30 yardas, 10 kW, con un factor de potencia de 0,9 en retraso, a 50 yardas, 5 kW con un factor de potencia 0,8 en retraso a 100 yardas y 20 kW con un factor de potencia de 0,95 en retraso a 150 yardas. Puede admitirse que la corriente es constante para los valores de tensión nominales (240 V). Si la tensión de suministro es de 250 V y la caída de tensión máxima del 5 por ciento del valor nominal, determinar el área de la sección recta del conductor y dar el tamaño comercial más próximo. ($r + 0,376x = 0,7 \times 10^{-3}$, es decir 7/0,136 cobre.)
- 5.2. En la red de corriente continua indicada en la figura 5.14 calcular la tensión en el nudo B invirtiendo la matriz de admitancia. Comprobar la respuesta mediante el teorema de Thevenin (247,7 V).

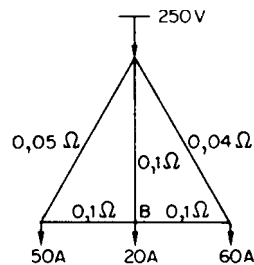


FIG. 5.14. Red correspondiente al problema 5.2.

- 5.3. En la red interconectada indicada en la figura 5.7 calcular la corriente en el alimentador BC (26,75 A).

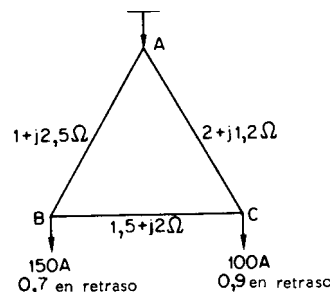
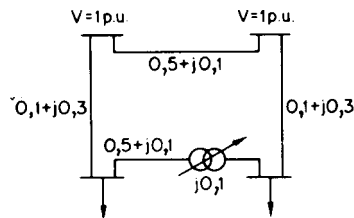


FIG. 5.15. Red correspondiente al problema 5.3.

- 5.4. En la red indicada en la figura 5.16 se representan unas cargas mediante impedancias constantes $1 + j1$ p.u. Determinar la distribución de corriente en la red, (a) cuando el transformador tiene su relación nominal, (b) cuando el transformador está conectado a la toma + 10 %. [Nota: determinar la distribución con la tensión nominal y emplear el teorema de la superposición.] [Rama del transformador, (a) 0, (b) $(0,0735 - j0,075)$ (p.u.).]



Cada carga representada por $Z = 1 + j1$ p.u.

FIG. 5.16. Red correspondiente al problema 5.4.

- 5.5. En el sistema indicado en la figura 5.12 calcular las tensiones en la barra de distribución después de la segunda iteración sin el empleo de un factor acelerador.
- 5.6. En el caso del sistema indicado en la figura 5.12 calcular los flujos de potencia, potencia reactiva y corriente en las líneas en el caso de un flujo de carga completo. (En el texto se dan las tensiones después de 30 iteraciones.)
- 5.7. En el caso del sistema indicado en la figura 5.12 volver a calcular las tensiones nodales y los flujos de potencia y de potencia reactiva al final de la primera iteración utilizando un factor acelerador de 1,6.
- 5.8. En el sistema indicado en la figura 5.12 las magnitudes señaladas en la barra de distribución han de permanecer las mismas excepto en la barra 3 en donde la generación ha de producir ahora una tensión constante de valor 1,15 p.u. y una producción de potencia de 0,5 p.u., sin ninguna restricción sobre la producción de vars. Determinar las tensiones después de la primera iteración sin el empleo de un factor acelerador.
- 5.9. Repetir el ejemplo 5.4 utilizando el método iterativo de tensiones nodales.
- 5.10. Repetir el ejemplo del apéndice 2 (figura A2.7a) utilizando un método iterativo.
- 5.11. Mediante una división adecuada de la matriz de admitancia del sistema indicado en la figura 2.7a determinar la matriz de este sistema reducida a su forma más simple y a partir de aquí deducir la red simplificada.
- 5.12. En el caso del sistema de la figura 5.12 realizar un flujo de carga de potencia real (ignorando las cargas en vars y las resistencias componentes) y comparar los flujos de potencia con los obtenidos a partir del estudio complejo dado en el texto. Proyectar una red de resistencias que funcione con una fuente de 50 V para simular el sistema en el caso solamente de flujo de potencia real.
- 5.13. Enumerar la información que pueda obtenerse a partir de un estudio de flujo de carga. En la figura 5.17 se muestra parte de un sistema de potencia. Las reactancias de línea a neutro y los valores de las potencias reales y reactivas (en la forma $P + jQ$) en las diversas centrales se expresan en valores por unidad sobre una base común en MVA. Puede despreciarse la resistencia. Mediante el empleo de un método iterativo

adecuado para una computadora digital, calcular las tensiones de las centrales después de la primera iteración, sin el empleo de ningún factor acelerador.

Respuesta

$$V_2 \ 1,03333 - j0,03333 \text{ p.u.}$$

$$V_3 \ 1,11666 - j0,23333 \text{ p.u.}$$

$$V_4 \ 1,05556 + j0,00277 \text{ p.u.}$$

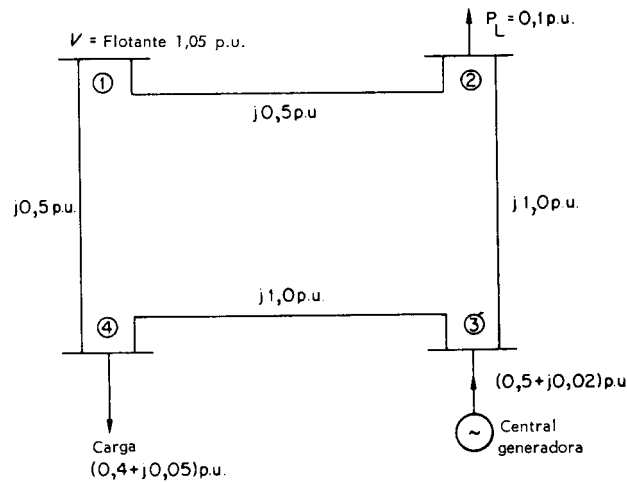


FIG. 5.17. Red correspondiente al problema 5.13.

Capítulo 6

Análisis de Averías

6.1. Introducción

Una parte esencial del proyecto de una red de suministro de potencia es el cálculo de las corrientes que fluyen en los componentes cuando se producen averías de diversos tipos. En una investigación de averías, se consideran averías en diversos puntos de la red y se obtienen las corrientes resultantes calculando directamente o, lo que es más común ahora en redes grandes, mediante procesos digitales o analógicos. El valor de las corrientes de avería da al técnico los valores que ha de adoptar para la protección y los valores nominales de los interruptores de circuitos.

Los tipos de avería que comúnmente se producen en la práctica se han representado en la figura 6.1 y el más común de todos ellos es el cortocircuito de un solo conductor a tierra. Con frecuencia el trayecto hacia tierra contiene resistencias en forma de arco como se ve en la figura 6.1f. Aunque la avería de una sola línea a tierra es la más común, muchas veces se realizan los cálculos con un cortocircuito equilibrado de las tres líneas (fig. 6.1d y e); ésta es la avería más grave y también la más fácil de calcular. Las causas de avería se resumen en la tabla 6.1 que da la distribución de averías debidas a diversas causas en el sistema central inglés en 1961. La tabla 6.2 muestra los componentes afectados. En países tropicales la incidencia de rayos es mucho más grande que en Inglaterra dando como resultado mayor número de averías.

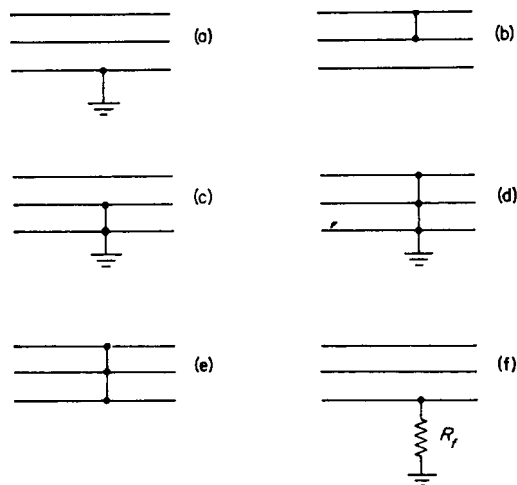


FIG. 6.1. Tipos comunes de averías.

TABLA 6.1. Causas de averías en líneas aéreas, sistema inglés de 66 kV y superior, 1961.

Averías/100 millas de línea	
Rayos	1.59
Humedad, niebla, escarcha	0.15
Nieve, hielo	0.01
Viento fuerte	0.24
Depósitos salinos	0.01
Total	2 averías por 100 millas lo que da un total de 232 averías en el sistema completo

TABLA 6.2. Distribución de averías, sistema de Gran Bretaña.

Tipo	Número de averías
Líneas aéreas	289
Cables	67
Interruptores	56
Transformadores	59
Total	471

Lo mismo que las averías por fallos de corriente, se considera frecuentemente el fallo de MVA; éste se obtiene a partir de la expresión $\sqrt{3} \cdot V_L I_F \times 10^{-6}$ por fallo en donde V_L es la tensión nominal de la línea, en la parte averiada. El fallo en MVA suele citarse con frecuencia como *nivel de fallo*. El cálculo de las corrientes de avería puede dividirse en los dos tipos principales siguientes.

- (a) Averías por cortocircuito de las tres fases cuando la red está equilibrada eléctricamente. Para estos cálculos pueden utilizarse circuitos equivalentes normales monofásicos como en el caso de los cálculos de flujos ordinarios de carga.
- (b) Averías distintas de los cortocircuitos trifásicos cuando la red está eléctricamente no equilibrada. Para facilitar estos cálculos se utiliza un método especial para tratar redes no equilibradas conocido como método de las *componentes simétricas*.

Los objetivos principales del análisis de averías pueden enumerarse del modo siguiente:

1. Determinar las corrientes máxima y mínima del cortocircuito trifásico.
2. Determinar la corriente de avería no simétrica, en el caso de avería de línea a línea y conexión a tierra de una sola línea o una doble línea y averías por circuitos abiertos.
3. Investigación del modo de funcionamiento de los relés de protección.
4. Determinación de la capacidad de ruptura nominal de los interruptores.
5. Determinar la distribución de las corrientes de avería y los niveles de tensión en las barras de distribución durante los fallos.

6.2. Cálculo de las corrientes de avería trifásicas equilibradas

La acción de los generadores síncronos sobre los cortocircuitos trifásicos ya se ha descrito en el capítulo 2. Allí se vio que según el tiempo que transcurría desde el momento de producirse la avería, debía utilizarse bien la reactancia transitoria o la subtransitoria para representar el generador. Para poder especificar los interruptores se requiere el valor de la corriente que fluye en el instante en que se abre el interruptor del circuito. Sin embargo, se ha visto que la corriente de avería alta asociada inicialmente con la reactancia subtransitoria disminuye con el paso del tiempo. Los interruptores de circuito modernos con aire soplado funcionan normalmente en 2,5 ciclos de la corriente alterna de 50 Hz y están asociados con protecciones extremadamente rápidas. Los interruptores de circuitos antiguos y los que están situados en redes de tensión más baja, normalmente asociados con tipos de protección relativamente menos precisos, pueden emplear un tiempo del orden de ocho ciclos o más para completar su funcionamiento. En los cálculos suele ser normal utilizar la reactancia subtransitoria de los generadores y prescindir de los efectos de los motores de inducción. El cálculo de las corrientes de avería ignora la componente de corriente continua, cuya magnitud depende del instante del ciclo en que se produce el cortocircuito. Si el interruptor del circuito abre un tiempo razonable después de la presencia de la avería la componente de corriente continua habrá disminuido considerablemente. En el caso de interruptores de circuito de acción rápida al interrumpirse el circuito la corriente real se ve aumentada por la componente de corriente continua y debe tenerse en cuenta. Para ello se modifica el valor cuadrático medio simétrico de la componente de corriente continua de la avería mediante el empleo de factores multiplicadores como los siguientes:

tiempo de apertura del interruptor de circuito de 8 ciclos, multiplicado por 1 ,
 tiempo de apertura del interruptor de circuito de 3 ciclos, multiplicado por 1,2,
 tiempo de apertura del interruptor de circuito de 2 ciclos, multiplicado por 1,4.

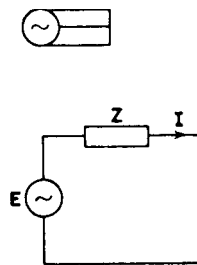


FIG. 6.2. Fuente de tensión en cortocircuito y circuito equivalente.

Consideremos un generador inicialmente sin carga con un cortocircuito a través de los tres terminales como se ve en la figura 6.2. La tensión generada por fase es E y, por lo tanto, la corriente de cortocircuito es $[E/Z(\Omega)]A$, en donde Z puede ser la impedancia transitoria o la subtransitoria. Si Z se expresa en notación por unidad

$$Z(\text{p.u.}) = \frac{I_{FL} Z(\Omega)}{E}$$

$$\therefore Z(\Omega) = \frac{E \cdot Z(\text{p.u.})}{I_{FL}}$$

Tomando I_{FL} (correspondiente a la plena carga o corriente nominal) y E como valores bases de la tensión y de la corriente, la corriente de cortocircuito,

$$\begin{aligned} I_c &= \frac{E}{Z(\Omega)} \\ &= \frac{E \cdot I_{FL}}{E \cdot Z(\text{p.u.})} = \frac{I_{FL}}{Z(\text{p.u.})} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Además los voltamperes de cortocircuito trifásico

$$\begin{aligned} &= \sqrt{3} \cdot V I_c = \frac{\sqrt{3} \cdot V I_{FL}}{Z(\text{p.u.})} \\ &= \frac{\text{Voltamperes de plena carga o base}}{Z(\text{p.u.})} \end{aligned} \quad (6.2)$$

De donde se obtiene inmediatamente el nivel de cortocircuito si se conoce la impedancia procedente de la fuente de tensión en el punto de avería.

Ejemplo 6.1. Se alimenta unas barras de distribución de 11,8 kV mediante tres generadores síncronos que tienen los valores nominales y reactancias siguientes: 20 MVA, X' 0,08 p.u.; 60 MVA, X' 0,1 p.u.; 20 MVA, X' 0,09 p.u.

Calcular la corriente y los MVA de avería si se produce en barras de distribución una avería simétrica trifásica. Puede despreciarse la resistencia. Se tomará como tensión base 11,8 kV y los VA base serán 60 MVA.

Solución. La reactancia transitoria de la máquina de 20 MVA sobre las bases indicadas anteriormente es $(60/20) \times 0,08$, es decir 0,24 p.u., y la de la máquina 20 MVA $(60/20) \times 0,09$, es decir 0,27 p.u. Estos valores se muestran en el circuito equivalente de la figura 6.3. Como las f.e.m. del generador son iguales puede utilizarse una sola fuente (fig. 6.3c). La reactancia equivalente

$$\begin{aligned} X_e &= \frac{1}{1/0,24 + 1/0,27 + 1/0,1} \\ &= 0,054 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

$\therefore$ los MVA de la avería

$$= \frac{60}{0,054} = 1111 \text{ MVA}$$

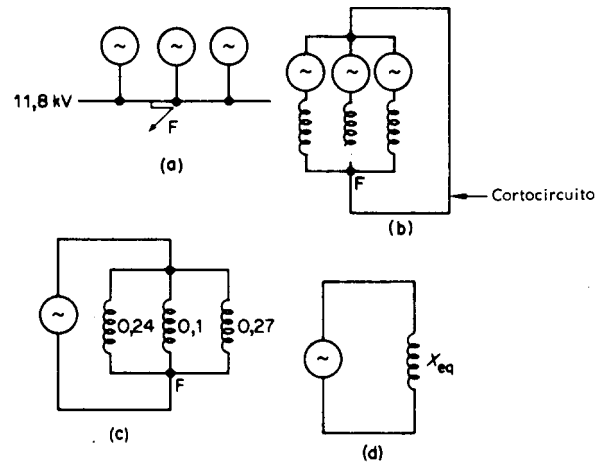


FIG. 6.3. Diagrama lineal y circuitos equivalentes correspondientes al ejemplo 6.1.

y la corriente de la avería

$$= \frac{1111 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 11800}$$

$$= 54300 \text{ A}$$

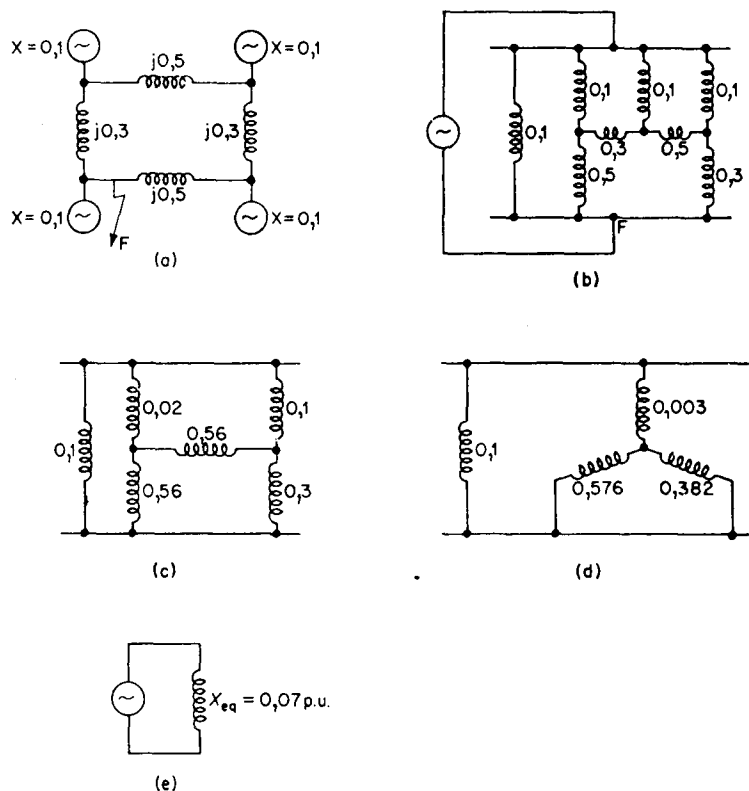


FIG. 6.4. Diagrama lineal y circuitos equivalentes correspondientes al ejemplo 6.2.

Ejemplo 6.2. En la red indicada en la figura 6.4 se produce en el punto F una avería trifásica. Calcular los MVA de avería en F. Los valores dados por unidad, se refieren todos a una base de 100 MVA. Puede despreciarse la resistencia.

Solución. En la figura 6.4b se muestra la red monofásica equivalente del generador y las reactancias de la línea. Esta red se sustituye por la red de la figura 6.4c mediante el empleo de la transformación triángulo-estrella. En la figura 6.4d se ha realizado una transformación adicional con objeto de obtener la reactancia simple final equivalente,

$$X_e = 0,07 \text{ p.u.}$$

El nivel de avería en el punto F

$$= \frac{100}{0,07} = 1430 \text{ MVA}$$

Este valor está basado sobre la hipótesis de corriente de avería simétrica. Teniendo en cuenta el factor de multiplicación de 1,4, el nivel de la avería es de 2000 MVA.

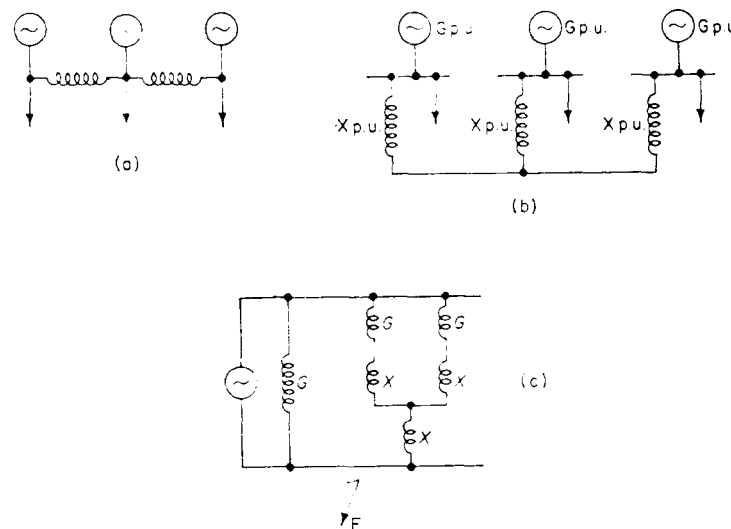


FIG. 6.5. Conexión de reactancias artificiales; (a) sistema de anillo; (b) sistema de barra de unión. Reactancia transitoria de las máquinas, G p.u.; valor de las reactancias artificiales X p.u.; (c) circuito equivalente del sistema de barra de unión.

Reactancias limitadoras de corriente. Las impedancias que presentan frente a las corrientes de avería los transformadores y las máquinas cuando se producen éstas en las barras de distribución de subestaciones o centrales generadoras son pequeñas. Para reducir la elevada corriente de avería, que dañaría considerablemente tanto mecánicamente como térmicamente los aparatos, se conectan reactancias artificiales a la red. Estas reactancias limitadoras de corriente se componen normalmente de tiras de cobre aisladas empotradas en hormigón; esto es necesario para resistir las fuerzas mecánicas elevadas producidas por la corriente en los conductores vecinos. La posición que en el circuito ocupa la reactancia depende de las condiciones particulares de cada instalación y proyecto. Dos disposiciones que han tenido

cierta aceptación, en el caso de las barras de distribución de las centrales generadoras, se conocen como sistemas de anillo y de barra de unión. Éstos se ven en la figura 6.5.

Ejemplo 6.3. La corriente de avería trifásica en la barra de conexión de una central generadora, de tres máquinas, se reduce mediante la instalación de reactancias limitadoras de corriente mediante el sistema de barra de unión.

Los generadores son idénticos y cada uno tiene una reactancia transitoria de G por unidad y las reactancias poseen un valor de X por unidad. Determinar los MVA de avería en el caso de que ésta se produzca en cualquier barra de distribución. Los valores por unidad son todos sobre una base de C MVA.

Solución. En la figura 6.5 se muestra la disposición de las máquinas y el circuito equivalente monofásico. Es evidente a partir de este circuito equivalente que la corriente de avería será la misma cualquiera que sea la barra de distribución en donde se produzca la avería. La reactancia equivalente desde la fuente de tensión hasta la avería es X_e y

$$\begin{aligned}\frac{1}{X_e} &= \frac{1}{G} + \frac{1}{((G+X)/2) + X} \\ &= \frac{G/2 + 3X/2 + G}{G(G/2 + 3X/2)} \\ X_e &= \frac{G(G/2 + 3X/2)}{3G/2 + 3X/2} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{G(G+3X)}{G+X}\end{aligned}$$

Los MVA de avería

$$\begin{aligned}&= \frac{C}{X_e} \\ &= \frac{3C(G+X)}{G(G+3X)}\end{aligned}$$

Consideremos el caso en que existen n generadores y n reactancias, tendremos

$$\begin{aligned}\frac{1}{X_e} &= \frac{1}{G} + \frac{1}{(G+X/n-1) + X} \\ X_e &= \frac{G(G+nX)}{(n-1)(G+(nX/n-1))} = G \left(\frac{G+nX}{nG+nX} \right)\end{aligned}$$

$\therefore$ corriente de cortocircuito

$$= \frac{C}{G} \cdot \left(\frac{nG+nX}{G+nX} \right)$$

cuando n es infinito.

$$I_c = \left(\frac{G + X}{X} \right) \cdot \frac{C}{G}$$

Si los interruptores de circuito se especifican inicialmente para actuar con esta corriente, el sistema de barra de distribución puede ampliarse indefinidamente en el futuro sin sustituir los interruptores existentes.

Ejemplo 6.4. Dos generadores síncronos de valores nominales 20 MVA y 40 MVA y de reactancias transitorias 0,1 y 0,08 p.u. respectivamente, están conectados a una barra de distribución común, a partir de la cual se tiene un alimentador a través de un transformador de 20 MVA, de 0,1 p.u. de reactancia. Se pretende reforzar el suministro de la barra de distribución mediante la conexión de un transformador de red de valor nominal 50 MVA y 0,1 p.u. de reactancia.

La capacidad de ruptura de un interruptor de circuito en la parte del alimentador del transformador es de 160 MVA, que es el límite correspondiente a las averías simétricas trifásicas. Indicar el modo en que el transformador de red deberá conectarse calculando los parámetros de cualquier aparato que se utilice. Establecer claramente las hipótesis realizadas incluidas las que se refieren al tiempo de funcionamiento del interruptor del circuito y del sistema de protección.

Solución. Se utiliza una base de 40 MVA. En el circuito equivalente monofásico indicado en la figura 6.6 todos los valores p.u. se expresan sobre una base de 40 MVA. El transformador habrá de unirse al circuito a través de una reactancia de X p.u., de modo que limite los MVA de avería a 160. Esto supone que el interruptor de circuito emplea un tiempo tal para funcionar que la componente de corriente continua de la corriente de avería es despreciable.

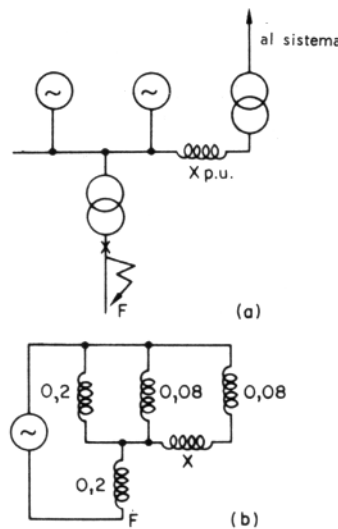


FIG. 6.6. Diagrama lineal y circuitos equivalentes correspondientes al ejemplo 6.4.

La reactancia equivalente

$$\begin{aligned}
 &= 0,2 + \frac{0,057(0,08 + X)}{0,057 + 0,08 + X} \\
 &= \frac{\text{MVA base}}{\text{MVA de avería}} = \frac{40}{160}
 \end{aligned}$$

a partir de la cual $X = 0,33$ p.u. sobre una base de 40 MVA.

6.3. Método de las componentes simétricas

Este método construye un conjunto de tres sistemas de fasores separados que al superponerse dan las condiciones verdaderas no equilibradas del circuito. Debe destacarse que los sistemas a estudiar son esencialmente artificiales y se utilizan simplemente como una ayuda para el cálculo. Las diversas secuencias de tensiones componentes y corrientes no existen como entidades físicas en la red.

El método exige que un sistema trifásico no equilibrado de tensiones y corrientes pueda representarse por los tres sistemas separados de fasores siguientes:

- (a) un sistema trifásico equilibrado en la secuencia normal a – b – c [rojo (R) - amarillo (Y) - azul (B)], denominado sistema de *secuencia positiva de fases*.
- (b) un sistema trifásico equilibrado de secuencia inversa, es decir, a - c - b (rojo (R) - azul (B) - amarillo (Y)), denominado sistema de *secuencia negativa de fases*.
- (c) tres fasores del mismo valor y fase que giran en el sentido de rotación positiva de las fases. denominado sistema de *secuencia de fase cero*.

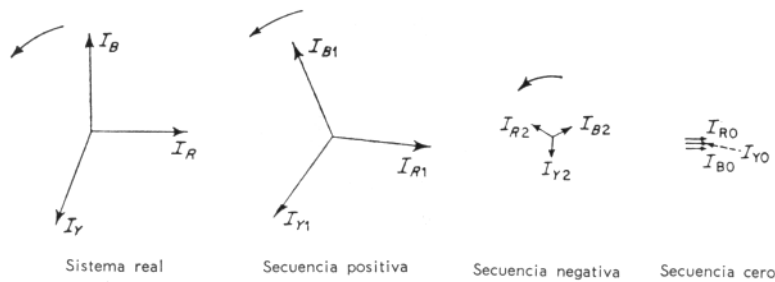


FIG. 6.7. Sistema real y componentes simétricas correspondientes.

En la figura 6.7 se muestra un sistema de corrientes no equilibradas junto con el sistema correspondiente de componentes simétricas. Si se suman cada uno de los factores correspondientes a la fase roja, es decir, $I_{1R} + I_{2R} + I_{0R}$, el fasor resultante será I_R en valor y dirección; un razonamiento semejante es válido para las otras dos fases.

Para expresar algebraicamente los fasores, se emplea el operador complejo «a» (a veces denominado λ o h) que designa una operación de desplazamiento de fase de $+120^\circ$ y una multiplicación por el módulo unidad; es decir $V / \underline{\phi} \times a = V / \underline{\phi} \times 1 / \underline{120^\circ} = / \underline{\phi + 120^\circ}$, $a = e^{j2\pi/3}$ y $a^3 = e^{j3 \times 2\pi/3} = 1$

Además,

$$\mathbf{a}^2 + \mathbf{a} = (-0,5 - j0,866) + (-0,5 + j0,866) = -1$$

$$\therefore \mathbf{a}^3 + \mathbf{a}^2 + \mathbf{a} = 0$$

y

$$1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2 = 0.$$

En el caso de los fasores de secuencia positiva, tomando el fador rojo como referencia,

$$\mathbf{I}_{1R} = \mathbf{I}_{1R} e^{j0} = \text{fador de referencia (fig. 6.8)}$$

$$\mathbf{I}_{1Y} = \mathbf{I}_{1R} (-0,5 - j0,866) = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{1R}$$

y

$$\mathbf{I}_{1B} = \mathbf{I}_{1R} (-0,5 + j0,866) = \mathbf{a} \mathbf{I}_{1R}$$

En el caso de magnitudes de la secuencia negativa

$$\mathbf{I}_{2R} = \mathbf{I}_{2R} (1 + j0), \text{ (fig. 6.9)}$$

$$\mathbf{I}_{2Y} = \mathbf{I}_{2R} (-0,5 + j0,866) = \mathbf{a} \mathbf{I}_{2R}$$

$$\mathbf{I}_{2B} = \mathbf{I}_{2R} (-0,5 - j0,866) = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{2R}.$$

Volviendo al sistema original no equilibrado de corrientes, $\mathbf{I}_R$, $\mathbf{I}_Y$ e $\mathbf{I}_B$;

$$\mathbf{I}_R = \mathbf{I}_{1R} + \mathbf{I}_{2R} + \mathbf{I}_{0R}$$

$$\mathbf{I}_Y = \mathbf{I}_{1Y} + \mathbf{I}_{2Y} + \mathbf{I}_{0Y} = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{1R} + \mathbf{a} \mathbf{I}_{2R} + \mathbf{I}_{0R}$$

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{I}_{1B} + \mathbf{I}_{2B} + \mathbf{I}_{0B} = \mathbf{a} \mathbf{I}_{1R} + \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{2R} + \mathbf{I}_{0R}$$

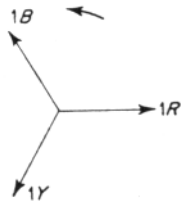


FIG. 6.8. Fasores de secuencia positiva.

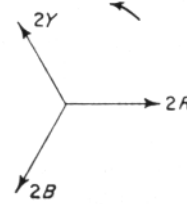


FIG. 6.9. Fasores de secuencia negativa.

De aquí que en forma matricial resulta

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_R \\ \mathbf{I}_Y \\ \mathbf{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{0R} \\ \mathbf{I}_{1Y} \\ \mathbf{I}_{2B} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Invirtiendo la matriz

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{0R} \\ \mathbf{I}_{1Y} \\ \mathbf{I}_{2B} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_R \\ \mathbf{I}_Y \\ \mathbf{I}_B \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Lo referido anteriormente es válido también para las tensiones, es decir,

$$[\mathbf{E}_{\text{real}}] = [\mathbf{T}_s][\mathbf{E}_{1,2,0}]$$

en donde $[\mathbf{T}_S]$ es la matriz de transformación de componentes simétricas

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}$$

En un sistema de tres conductores las tensiones y corrientes instantáneas se suman y dan cero; por lo tanto no se requiere ninguna componente monofásica. Debe proporcionarse un cuarto conductor o conexión a tierra para que puedan fluir las corrientes monofásicas. En un sistema de tres conductores las componentes de secuencia de fase cero se sustituyen por cero en las ecuaciones (6.3) y (6.4).

Además,

$$\mathbf{I}_{0R} = \frac{\mathbf{I}_R + \mathbf{I}_Y + \mathbf{I}_B}{3} = \frac{\mathbf{I}_N}{3}$$

en donde $\mathbf{I}_N$ es la corriente del neutro.

$$\mathbf{I}_N = 3\mathbf{I}_{R0} = 3\mathbf{I}_{Y0} = 3\mathbf{I}_{B0}$$

En la aplicación de este método es necesario calcular las componentes simétricas de la corriente en cada línea de la red y luego combinarlas para obtener los valores reales. Los diversos valores de las secuencias de fases se obtienen considerando una red derivada de la red real, en la cual sólo existe el flujo de una secuencia particular de corriente; por ejemplo, en una red de secuencia cero sólo existen corrientes y tensiones de secuencia cero. La red de secuencia positiva es idéntica a la red equivalente real y equilibrada, es decir es la misma que la utilizada en el caso de los estudios de cortocircuitos simétricos trifásicos. La red de secuencia negativa es casi igual que la real, excepto que los valores de la impedancia utilizados por las máquinas rotatorias son diferentes. La red de secuencia cero es considerablemente diferente de la real.

6.4. Representación de la central en las redes de la secuencia de fase

- (a) *Máquina síncrona* (tabla 2.1). La impedancia Z_1 de secuencia positiva es el valor normal transitorio o subtransitorio. Las corrientes de secuencia negativa establecen un campo magnético rotatorio en sentido opuesto al de la corriente de secuencia positiva y que gira alrededor de la superficie de un rotor con una velocidad doble de la velocidad síncrona; de aquí que la impedancia efectiva (Z_2) sea diferente de Z_1 . La impedancia de frecuencia cero Z_0 depende de la naturaleza de la conexión entre el punto neutro de los arrollamientos y la tierra y la impedancia monofásica de los arrollamientos del estator en serie. Las resistencias o reactancias se conectan frecuentemente entre el punto neutro y tierra por razones generalmente relacionadas con los elementos de protección y la limitación de sobretensiones. Normalmente las únicas fuentes de tensión que aparecen en las redes están en la secuencia positiva, puesto que los generadores sólo generan fuerzas electromotrices de secuencia positiva.

TABLA 6.3

Conexiones de los arrollamientos		Representación por fase	Observaciones
Primario	Secundario		
			Corrientes de secuencia cero libres para fluir en los dos circuitos, primario y secundario
			No hay camino para las corrientes de secuencia cero en los circuitos primarios
			Las corrientes monofásicas pueden circular en el triángulo, pero no por el exterior
			No es posible el flujo de las corrientes de secuencia cero
			No es posible el flujo de las corrientes de secuencia cero
			El arrollamiento terciario proporciona el camino para las corrientes de secuencia cero

- (b) *Líneas y cables.* Las impedancias de las secuencias positiva y negativa son los valores equilibrados normales. La impedancia de la secuencia cero depende de la naturaleza del trayecto de retorno a través de tierra, si no se proporciona un cuarto conductor. Se ve también modificada por la presencia de un conductor a tierra en las torres, el cual protege las líneas contra los puntos de sobretensión producidos por los rayos. En ausencia de información detallada puede utilizarse la siguiente guía aproximada para el valor de Z_0 . En el caso de una línea de un solo circuito ($Z_0/Z_1 = 3,5$ si no hay conductor a tierra y a 2 cuando existe este conductor. Si se trata de una línea de doble circuito ($Z_0/Z_1 = 5,5$; en los cables subterráneos ($Z_0/Z_1 = 1$ hasta 1,25 para un núcleo aislado y 3 a 5 en cables con tres núcleos.

El diagrama de secuencia negativa es semejante al de secuencia positiva, pero se omiten las fuentes de tensión y las impedancias de los generadores son Z_{2A} , Z_{2B} y Z_{2C} .

- (c) *Transformadores.* Las impedancias de frecuencia positiva y negativa son las normales de equilibrio. Sin embargo, la conexión de frecuencia cero de los transformadores se complica y depende de la naturaleza de la conexión de los arrollamientos. En la tabla 6.3 se relaciona la representación de secuencia cero de los transformadores para varias disposiciones de los arrollamientos. Las corrientes de secuencia cero en los arrollamientos en una parte del transformador deben producir los amperes-vueltas correspondientes en la otra. Pero no pueden fluir tres corrientes en fase en una conexión en estrella sin existir una conexión a tierra. Pueden circular a lo largo de un

arrollamiento en triángulo pero no en las líneas exteriores al mismo. Debido a la impedancia mutua entre las fases $Z_0 \neq Z_1$.

En la figura 6.10 se da un ejemplo que muestra la naturaleza de las tres redes de secuencia para un enlace de transmisión pequeño y en la tabla 6.3 se indican las presentaciones típicas de los transformadores para las condiciones de secuencia cero.

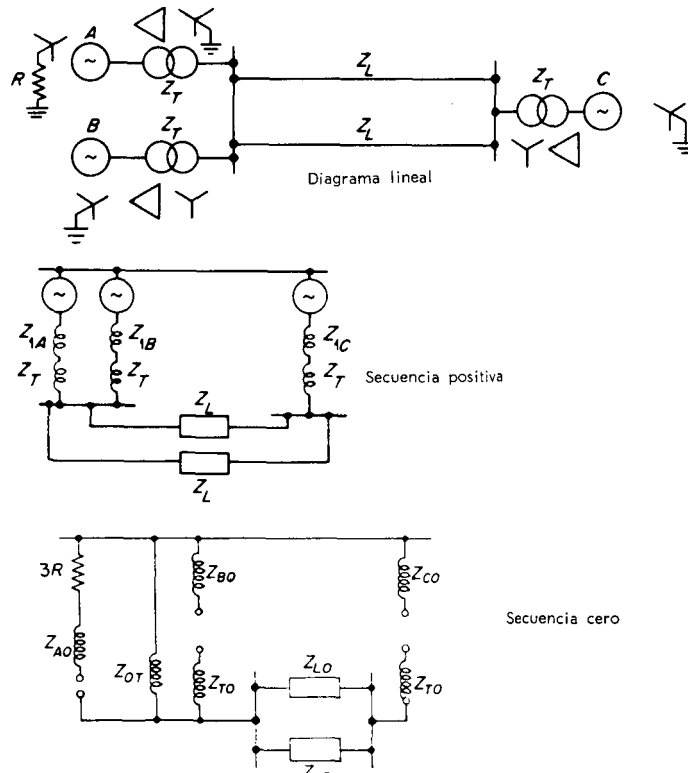


FIG. 6.10. Enlace de transmisión típico y forma de las redes de secuencias asociadas.

6.5. Tipos de averías

En lo que sigue se utiliza una fuente de tensión única en serie con la impedancia, con objeto de representar la red de potencia como se ve desde el punto de la avería. Esto es una ampliación del teorema de Thevenin a los sistemas trifásicos. Representa un método general utilizado para el cálculo manual, es decir la reducción sucesiva de la red a una simple impedancia y fuente de tensión o de corriente. Se admite que la red estaba inicialmente sin carga antes de que se produjese la avería.

- (a) *Avería de una sola fase a tierra.* El diagrama del circuito trifásico se indica en la figura 6.11.

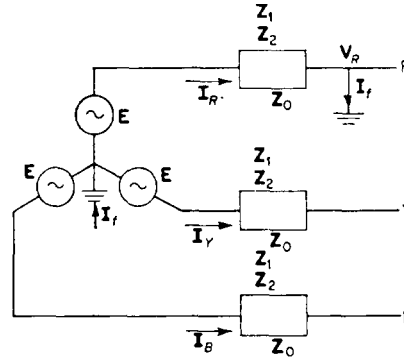


FIG. 6.11. Avería a tierra de una sola línea; equivalente de Thevenin del sistema en el punto de la avería.

Sean $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_0$ las componentes simétricas de $\mathbf{I}_R$ y $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$ y $\mathbf{V}_0$ las componentes de $\mathbf{V}_R$. Para esta condición $\mathbf{V}_R = 0$, $\mathbf{I}_B = 0$ e $\mathbf{I}_Y = 0$.

A partir de la ecuación 6.4

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_0 &= \frac{1}{3}(\mathbf{I}_R + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_Y) \\ \mathbf{I}_1 &= \frac{1}{3}(\mathbf{I}_R + \mathbf{a}\mathbf{I}_Y + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_B) \\ \mathbf{I}_2 &= \frac{1}{3}(\mathbf{I}_R + \mathbf{a}\mathbf{I}_Y + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_B)\end{aligned}$$

De aquí

$$\mathbf{I}_0 = \frac{\mathbf{I}_R}{3} = \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2$$

Además

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{E} - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_0\mathbf{Z}_0 = 0$$

Eliminando $\mathbf{I}_0$ e $\mathbf{I}_2$

$$\mathbf{E} - \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0) = 0$$

y

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0} \quad (6.5)$$

La corriente de avería

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_f = \mathbf{I}_R &= 3\mathbf{I}_1 \\ &= \frac{3\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0}\end{aligned}$$

La fuerza electromotriz de la fase Y = $\mathbf{a}^2\mathbf{E}$

y

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_Y &= \mathbf{I}_0 + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_1 + \mathbf{a}\mathbf{I}_2 \\ \therefore \mathbf{V}_Y &= \mathbf{a}^2\mathbf{E} - \mathbf{I}_0\mathbf{Z}_0 - \mathbf{a}^2\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{a}\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2\end{aligned}$$

En la figura 6.12 se muestran los diagramas de fasores previos a la avería y después de la misma.

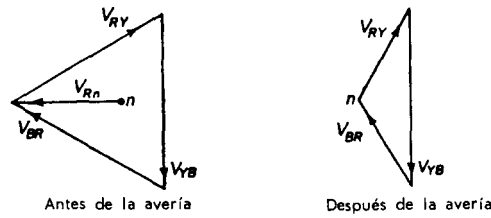


FIG. 6.12. Diagramas de fasores inmediatamente antes y después de una avería formada por el cortocircuito a tierra de una sola línea.

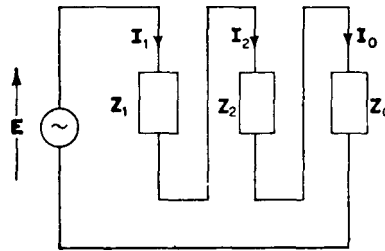


FIG. 6.13. Interconexión de redes de secuencias positiva, negativa y cero en el caso de averías por cortocircuito a tierra de una sola línea.

Es normal formar un circuito equivalente para representar la ecuación (6.5) y éste puede obtenerse a partir de una inspección de las ecuaciones. El circuito se indica en la figura 6.13 y se verá que $I_1 = I_2 = I_0$ y

$$I_1 = \frac{E}{Z_1 + Z_2 + Z_0}$$

(b) *Avería de fase a fase.* En la figura 6.14 E = f.e.m. por fase y la fase R se toma de nuevo como fasor de referencia. En este caso $I_R = 0$, $I_Y = -I_B$ y $V_Y = V_B$.

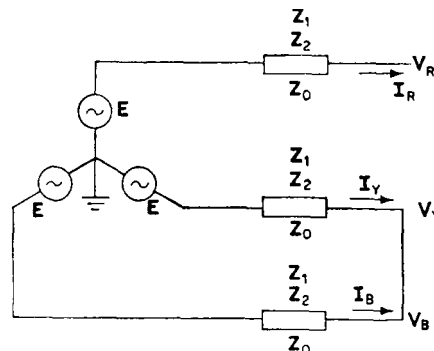


FIG. 6.14. Avería por cortocircuito entre dos líneas.

A partir de la ecuación 6.4.

$$\mathbf{I}_0 = 0$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{1}{3}\mathbf{I}_Y(\mathbf{a} - \mathbf{a}^2)$$

Y

$$\mathbf{I}_2 = \frac{1}{3}\mathbf{I}_Y(\mathbf{a}^2 - \mathbf{a})$$

$$\mathbf{I}_1 = -\mathbf{I}_2$$

Como $\mathbf{V}_Y = \mathbf{V}_B$

$$\mathbf{a}^2\mathbf{E} - \mathbf{a}^2\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{a}\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 = \mathbf{a}\mathbf{E} - \mathbf{a}\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{a}^2\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}) = \mathbf{I}_1[\mathbf{Z}_1(\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}) + \mathbf{Z}_2(\mathbf{a} - \mathbf{a}^2)]$$

 $\therefore$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \quad (6.7)$$

Esta expresión va a representarse por el circuito equivalente de la figura 6.15 en el que, como es natural, no existe red de secuencia cero. Si la conexión entre las dos líneas tiene impedancia $\mathbf{Z}_f$ (la impedancia de la avería) ésta se conecta en serie en el circuito equivalente.

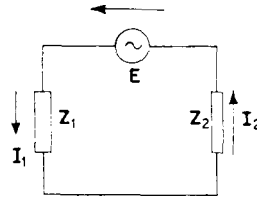


FIG. 6.15. Interconexión de redes de secuencias correspondientes a una avería por cortocircuito entre dos líneas.

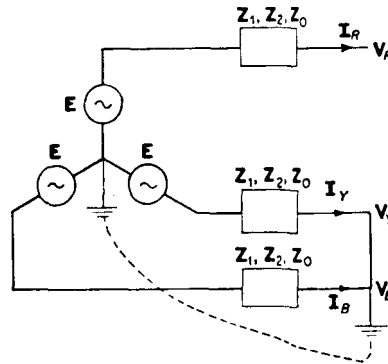


FIG. 6.16. Avería por cortocircuito entre dos líneas y tierra.

(c) Avería de una fase doble a tierra (fig. 6.16)

$$\mathbf{I}_R = 0, \quad \mathbf{V}_Y = \mathbf{V}_B = 0$$

y

$$\mathbf{I}_R = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 = 0$$

 $\therefore$

$$\mathbf{a}^2\mathbf{E} - \mathbf{a}^2\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{a}\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_0\mathbf{Z}_0 = \mathbf{V}_Y = 0$$

De aquí que

$$\mathbf{a}\mathbf{E} - \mathbf{a}\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{a}^2\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_0\mathbf{Z}_0 = \mathbf{V}_B = 0$$

y

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + (\mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_0 / \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0)} \quad (6.8)$$

$$\mathbf{I}_2 = -\mathbf{I}_1 \cdot \frac{\mathbf{Z}_0}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0} \quad (6.9)$$

y

$$\mathbf{I}_0 = -\mathbf{I}_1 \cdot \frac{\mathbf{Z}_0}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0} \quad (6.10)$$

Este caso puede representarse por el circuito equivalente indicado en la figura 6.17.

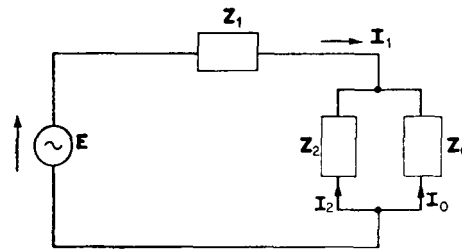


FIG. 6.17. Interconexión de redes de secuencias; avería por cortocircuito entre dos líneas y tierra.

La inclusión de impedancias en el trayecto a tierra, como las conexiones del punto neutro a tierra en un generador o un transformador, modifica los diagramas de la secuencia. En el caso de una avería de fase a tierra se representa una impedancia $\mathbf{Z}_g$ en el trayecto a tierra mediante una impedancia de $3\mathbf{Z}_g$ en la red de secuencia cero. $\mathbf{Z}_g$ puede incluir la impedancia de la propia avería que es normalmente la resistencia del arco. Como $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_0$ y $3\mathbf{I}_1$ circula a través de $\mathbf{Z}_g$ en el sistema físico, es necesario utilizar $3\mathbf{Z}_g$ para obtener el efecto requerido. De aquí que:

$$\mathbf{I}_f = \frac{3\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + 3\mathbf{Z}_g + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0}$$

De nuevo, en el caso de una avería de una fase doble conectada a tierra se conectan impedancias $3\mathbf{Z}_g$ como se ve en la figura 6.18. En $\mathbf{Z}_g$ se incluyen, tanto las impedancias del neutro de la máquina como las impedancias de la avería.

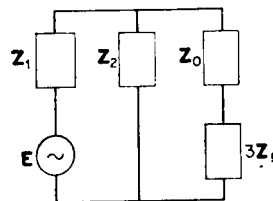


FIG. 6.18. Modificación de la red de la figura 6.17 para tener en cuenta la impedancia en el neutro.

El desplazamiento de la fase introducido por los transformadores estrella-triángulo no tiene influencia sobre el valor de las corrientes de la avería, aunque influirá sobre las tensiones en diversos puntos. Se vio en el capítulo 2 que las tensiones y corrientes de la secuencia positiva están adelantadas cierto ángulo y que las magnitudes de secuencia negativa están retrasadas en el mismo valor para una conexión determinada.

6.6. Niveles de avería en un sistema típico

En la figura 6.19 se muestra una sección de un sistema típico. A cada nivel de tensión puede designarse un nivel de avería a partir de las reactancias dadas. Deberá señalarse que el nivel de cortocircuito variará con las condiciones de la red y que existen normalmente dos valores extremos, uno con toda la central conectada y otro con el mínimo de la central conectada normalmente.

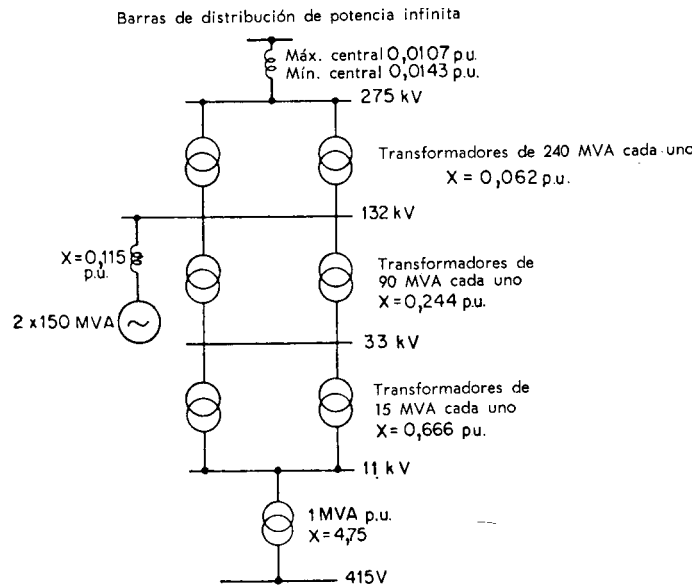


FIG. 6.19. Sistema de transporte típico. Todas las reactancias se dan sobre una base de 100 MVA.

Los MVA de cortocircuito en las barras de distribución de 275 kV en Inglaterra son normalmente 10 000 MVA pero caen a 7000 MVA cuando está conectado el mínimo de la central. Los niveles de cortocircuito máximo (trifásico) experimentados en los sistemas ingleses son los siguientes:

275 kV, 15 000 MVA; 132 kV, 3500 MVA; 33 kV, 750/1000 MVA; 11 kV, 150/250 MVA; 415 V, 25 MVA.

Cuando aumentan las tensiones de transmisión, las corrientes de cortocircuito también aumentan y, en el caso del sistema de 400 kV, se requieren interruptores de circuito de una capacidad de ruptura de 35 000 MVA. Con objeto de reducir el nivel de la avería se limita el número de trayectorias paralelas seccionando los circuitos. Esto se suele conseguir

abriendo el interruptor de circuitos que conecta dos secciones de una subestación o de una barra de distribución de la estación generadora. Una gran ventaja de los enlaces de transporte por corriente continua en paralelo frente al sistema de corriente alterna es que no se produce ningún aumento de las corrientes de cortocircuito.

Cálculos de avería en sistemas grandes. Los métodos digital y analógico utilizados para flujos de cargas descritos en el capítulo 5 son adecuados también para los cálculos de averías simétricas trifásicas que en resumen son simplemente flujos de carga bajo ciertas condiciones de la red. La información de entrada debe modificarse de modo que las máquinas estén representadas por las reactancias apropiadas. El problema consiste en llevar a cabo un flujo de carga en la red con las modificaciones siguientes. Los generadores se representan por sus tensiones, en ausencia de carga, en serie con las reactancias subtransitorias. Si han de tenerse en cuenta las cargas, se representan por la admitancia equivalente en shunt al neutro. Esto encerrará alguna modificación de la matriz de admitancia original del flujo de carga, pero en su forma general será la de un flujo de carga normal.

Se inyecta una corriente de 1 por unidad en el punto de avería y se extrae en el neutro. Si la tensión en la avería resulta ser V_f , entonces $1/V_f$ es el nivel de avería (es decir la admitancia de corto circuito) en el nudo f . Además el flujo a lo largo de la rama kf en la avería viene

dado por $\frac{(V_f - V_k)}{V_f} Y_{fk}$. Las tensiones debidas a las corrientes inyectadas pueden

obtenerse por las mismas técnicas numéricas que se utilizaron en el caso de los flujos de cargas.

Los estudios de averías trifásicas se realizan junto con los de flujos de carga. Por ejemplo, si el nivel de avería en una barra de distribución es demasiado alto,

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_1 &= \frac{1}{\mathbf{Z}_1 + (\mathbf{Z}_0 \mathbf{Z}_2 / \mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2)} p.u. \\
&= \frac{1}{j(0,23 + (0,17 \times 0,18 / 0,17 + 0,18))} p.u. \\
&= -j3,18 \text{ p.u.} \\
\mathbf{I}_2 &= -\mathbf{I}_1 \cdot \frac{\mathbf{Z}_0}{\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2} \\
&= j3,18 \times \frac{0,17}{0,17 + 0,18} \\
&= j1,55 \text{ p.u.} \\
\mathbf{I}_0 &= -\mathbf{I}_1 \cdot \frac{\mathbf{Z}_{02}}{\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2} \\
&= j3,18 \times \frac{0,18}{0,17 + 0,18} \\
&= j1,63 \text{ p.u.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_Y &= \mathbf{I}_0 + \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{R1} + \mathbf{a} \mathbf{I}_{R2} \\
&= j1,63 + (-0,5 - j0,866)(-j3,18) + (-0,5 + j0,866)(j1,55) \\
&= -4,09 + j2,45 \text{ p.u.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_B &= j1,63 + (-0,5 + j0,866)(-j3,18) + (-0,5 - j0,866)(j1,55) \\
&= 4,09 + j2,45 \\
\mathbf{I}_Y &= \mathbf{I}_B = 4,78 \text{ p.u.}
\end{aligned}$$

Puede comprobarse que la primera parte de la solución es correcta puesto que:

$$\mathbf{I}_R = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 = 0$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_1 &= \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_0 \quad \text{y} \quad \mathbf{I}_f = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 \\
&= \frac{3 \times 1}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0 + 3\mathbf{Z}_g} \\
&= \frac{3}{j0,32 + j0,27 + j0,075 + 0,75} \\
&= \frac{3}{0,75 + j0,66}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_f &= 3 p.u. = \frac{3 \times 10 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 11000} \\ &= 1575 \text{ A} \end{aligned}$$

Así pues

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_B &= 0,92950, \mathbf{V}_C = 0,85510 \text{ y } \mathbf{V}_A = 0,77495 \text{ p.u.} \\ \mathbf{I}_F &= \left(10 + \frac{0,77495}{0,3} + \frac{0,88510}{0,5} \right) p.u. \\ &= 14,2985 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

en donde $[\mathbf{E}] = [\mathbf{T}_s] [\mathbf{E}_s] \text{ y } [\mathbf{I}] = [\mathbf{T}_s] [\mathbf{I}_s],$

Además $[\mathbf{E}_s] = [\mathbf{E}_{1,2,0}] \text{ y } [\mathbf{I}_s] = [\mathbf{I}_{1,2,0}]$

En donde $[\mathbf{E}_s] = [\mathbf{T}_s]^{-1} [\mathbf{E}] \text{ y } [\mathbf{I}_s] = [\mathbf{T}_s]^{-1} [\mathbf{I}]$

$$[\mathbf{T}_s]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

En una red, $[\mathbf{E}] = [\mathbf{Z}_{br}] [\mathbf{I}]$, en donde $[\mathbf{Z}_{br}]$ es la matriz de impedancia de la rama.

De aquí que $[\mathbf{T}_s] [\mathbf{E}_s] = [\mathbf{Z}_{br}] [\mathbf{T}_s] [\mathbf{I}_s]$

Por tanto $[\mathbf{E}_s] = [\mathbf{T}_s]^{-1} [\mathbf{Z}_{br}] [\mathbf{T}_s] [\mathbf{I}_s]$

De donde $[\mathbf{E}_s] = [\mathbf{Z}_s] [\mathbf{I}_s] \quad (6.12)$

y $[\mathbf{Z}_s] = [\mathbf{T}_s]^{-1} [\mathbf{Z}_{br}] [\mathbf{T}_s] \quad (6.13)$

Se ha encontrado en el apéndice 3 que en un sistema trifásico en el que se supone que las impedancias están equilibradas.

$$[\mathbf{Z}] = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_p & \mathbf{Z}_m & \mathbf{Z}_m \\ \mathbf{Z}_m & \mathbf{Z}_p & \mathbf{Z}_m \\ \mathbf{Z}_m & \mathbf{Z}_m & \mathbf{Z}_p \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

en donde

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_p &= \mathbf{Z}_{aa} + \mathbf{Z}_{nn} - 2 \mathbf{Z}_{an} \\ \mathbf{Z}_m &= \mathbf{Z}_{ab} + \mathbf{Z}_{nn} - 2 \mathbf{Z}_{an} \end{aligned}$$

La matriz de componentes simétricas

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{Z}_s] &= [\mathbf{T}_s]^{-1} [\mathbf{Z}_{br}] [\mathbf{T}_s] \\
 &= \begin{bmatrix} (\mathbf{Z}_p - \mathbf{Z}_m) & 0 & 0 \\ 0 & (\mathbf{Z}_p - \mathbf{Z}_m) & 0 \\ 0 & 0 & (\mathbf{Z}_p + 2\mathbf{Z}_m) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

que puede escribirse

$$[\mathbf{Z}_s] = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Z}_0 \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

en donde

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_p - \mathbf{Z}_m = (\mathbf{Z}_{aa} - \mathbf{Z}_{ab})$$

y

$$\mathbf{Z}_0 = \mathbf{Z}_p + 2\mathbf{Z}_m = (\mathbf{Z}_{aa} + 3\mathbf{Z}_{nn}) + 2(\mathbf{Z}_{ab} - 3\mathbf{Z}_{an})$$

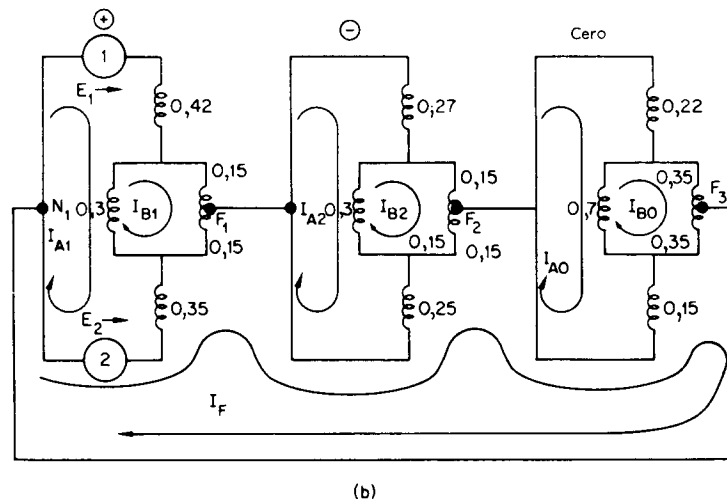
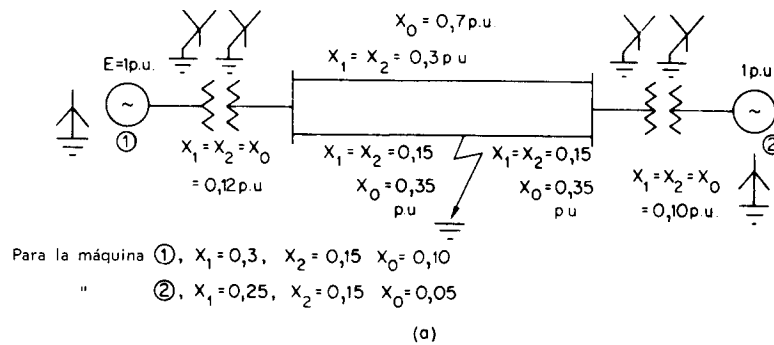


FIG. 6.23 (a) Diagrama lineal de un sistema averiado.

Para máquina (1), $X_1 = 0,3$, $X_2 = 0,15$, $X_0 = 0,10$

Para máquina (2), $X_1 = 0,25$, $X_2 = 0,15$, $X_0 = 0,05$

Todos los valores son p.u. con una base común.

(b) Diagrama del circuito equivalente para la componente simétrica en el caso del sistema averiado de la figura 6.23a.

Esto indica que la red no equilibrada puede sustituirse por redes equilibradas de impedancia Z_1 , Z_2 y Z_0 respectivamente, como se ha admitido previamente. En la práctica las impedancias que representan máquinas rotatorias no están equilibradas y, en consecuencia, $Z_1 \neq Z_2$.

Un método consiste en formular $[Z_S]$ a partir de la red teniendo en cuenta la interconexión de las redes de secuencias requeridas para un tipo determinado de avería. En muchos casos el único desequilibrio consistirá en la propia avería y el acoplamiento mutuo solamente tiene importancia cuando se produce una avería en una de dos líneas en paralelo. Para explicar este método se analizará un sistema en el que la única falta de equilibrio se debe a la avería. Consideremos el sistema de la figura 6.23a en el que existe una avería de fase a tierra. Se ha deducido el modo en que las redes de secuencia positiva, negativa y cero están interconectadas para representar dicha avería y el caso del sistema de la figura 6.23a se muestra en la figura 6.23b.

En la figura 6.23b se han reunido las reactancias del generador y del transformador. Se desprecia la resistencia y todos los valores están referidos por unidad en una base común. Se asignan corrientes de malla a la red y la matriz de impedancia de la malla se construye inspeccionando la figura o mediante el empleo de la matriz de conexión (C). Utilizando el primer método se obtiene el siguiente resultado.

$\begin{matrix} E_2 \\ E_1 - E_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$	=	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <th>F</th><th>A₁</th><th>B₁</th><th>A₂</th><th>B₂</th><th>A₀</th><th>B₀</th></tr> <tr> <td>1,40</td><td>-0,35</td><td>-0,15</td><td>-0,25</td><td>-0,15</td><td>-0,15</td><td>-0,35</td></tr> <tr> <td>-0,35</td><td>1,07</td><td>-0,30</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>-0,15</td><td>-0,30</td><td>0,60</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>-0,25</td><td>0</td><td>0</td><td>0,82</td><td>-0,30</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>-0,15</td><td>0</td><td>0</td><td>-0,30</td><td>0,60</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>-0,15</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1,0</td><td>-0,70</td></tr> <tr> <td>-0,35</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>-0,70</td><td>1,4</td></tr> </table>	F	A ₁	B ₁	A ₂	B ₂	A ₀	B ₀	1,40	-0,35	-0,15	-0,25	-0,15	-0,15	-0,35	-0,35	1,07	-0,30	0	0	0	0	-0,15	-0,30	0,60	0	0	0	0	-0,25	0	0	0,82	-0,30	0	0	-0,15	0	0	-0,30	0,60	0	0	-0,15	0	0	0	0	1,0	-0,70	-0,35	0	0	0	0	-0,70	1,4	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <th>I_F</th><th>I_{A1}</th><th>I_{B1}</th><th>I_{A2}</th><th>I_{B2}</th><th>I_{A0}</th><th>I_{B0}</th></tr> </table>	I_F	I_{A1}	I_{B1}	I_{A2}	I_{B2}	I_{A0}	I_{B0}
		F	A ₁	B ₁	A ₂	B ₂	A ₀	B ₀																																																										
		1,40	-0,35	-0,15	-0,25	-0,15	-0,15	-0,35																																																										
		-0,35	1,07	-0,30	0	0	0	0																																																										
		-0,15	-0,30	0,60	0	0	0	0																																																										
		-0,25	0	0	0,82	-0,30	0	0																																																										
		-0,15	0	0	-0,30	0,60	0	0																																																										
		-0,15	0	0	0	0	1,0	-0,70																																																										
-0,35	0	0	0	0	-0,70	1,4																																																												
I_F	I_{A1}	I_{B1}	I_{A2}	I_{B2}	I_{A0}	I_{B0}																																																												

Mediante inversión de la matriz anterior (o por eliminación sucesiva) se obtienen las corrientes de malla I_F , I_A . . . I_{B0} y a partir de éstas se determinan las corrientes de la secuencia de cada red individual.

En el caso de la línea sin averías,

$$I_1 = I_{A1} - I_{B1}, \quad I_2 = I_{A2} - I_{B2} \quad \text{y} \quad I_0 = I_{A0} - I_{B0}$$

Para la máquina (2)

$$I_1 = I_F - I_{A1}, \quad I_2 = I_F - I_{A2}$$

y

$$I_0 = I_F - I_{A0}$$

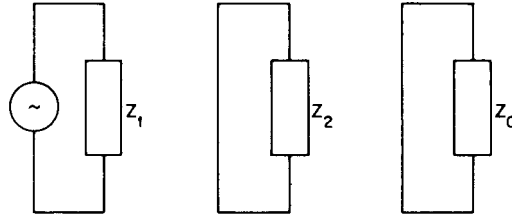


FIG. 6.24. Redes de secuencia correspondientes a una avería simétrica trifásica.

De aquí que pueda prepararse una matriz de conexión que relacione las corrientes de secuencia de las ramas y del lazo.

Deberá señalarse que en el caso de una avería simétrica trifásica las redes de secuencia no están interconectadas y son del tipo indicado en la figura 6.24.

Ejemplo 6.8. Determinar las corrientes de avería en el sistema indicado en la figura 6.25 en el que la fase (a) tiene un circuito abierto y una avería a tierra combinadas.

Solución. En esta solución se formará una matriz de ramas y una matriz de conexión para las corrientes utilizadas. Todos los valores de secuencia se refieren a la fase averiada.

En el lado «D», $I_{1D} = I_{2D} = I_{0D}$. (En una avería a tierra las componentes de secuencia son iguales.)

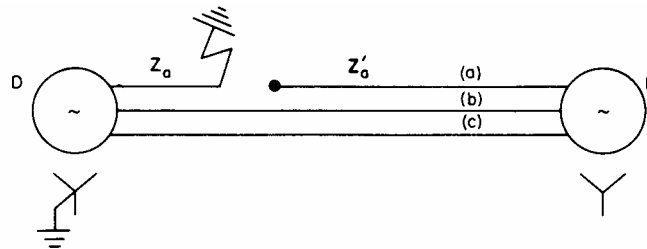


FIG. 6.25. Sistema de potencia con averías combinadas de conexión a tierra y circuito abierto del ejemplo 6.8.

Reactancias – por unidad con una base común- se desprecia la resistencia.

Generador D	Impedancia de la línea D hasta la avería, Z_a
Z_1 0,3 p.u.	Z_1 0,1 p.u.
Z_2 0,2 p.u.	Z_2 0,1 p.u.
Z_0 0,05 p.u.	Z_0 0,2 p.u.
Generador F	Impedancia de la línea F hasta la avería, Z_a
Z_1 0,25 p.u.	Z_1 0,05 p.u.
Z_2 0,15 p.u.	Z_2 0,05 p.u.
Z_0 0,03 p.u.	Z_0 0,1 p.u.

En el lado «F», $I_{aF} = 0$ (circuito abierto).

Además

$$\mathbf{I}_{0F} = \frac{1}{3}(\mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C)$$

$$\mathbf{I}_{1F} = \frac{1}{3}(\mathbf{a}\mathbf{I}_B + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_C)$$

$$\mathbf{I}_{2F} = \frac{1}{3}(\mathbf{a}^2\mathbf{I}_B + \mathbf{a}\mathbf{I}_C)$$

De aquí que

$$\mathbf{I}_{0F} + \mathbf{I}_{2F} + \mathbf{I}_{1F} = \mathbf{I}_{aF} = 0$$

Pero $\mathbf{I}_{0F} = 0$ puesto que el extremo F no está conectado a tierra $\therefore \mathbf{I}_{2F} = -\mathbf{I}_{1F}$.

De aquí que la matriz de conexión sea $[\mathbf{C}]$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{0D} \\ \mathbf{I}_{1D} \\ \mathbf{I}_{1F} \\ \mathbf{I}_{2D} \\ \mathbf{I}_{2F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{0D} \\ \mathbf{I}_{1F} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad [\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{C}_t] [\mathbf{V}] = [\mathbf{C}_t] \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{E}_D \\ \mathbf{E}_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_D \\ \mathbf{E}_F \end{bmatrix}$$

La matriz de la rama

$$\mathbf{Z}_{br} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{0D} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_{1D} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Z}_{1F} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{Z}_{2D} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{Z}_{2F} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{C}_t][\mathbf{Z}_{br}][\mathbf{C}] = [\mathbf{Z}] \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{0D} + \mathbf{Z}_{1D} + \mathbf{Z}_{2D} & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_{1F} + \mathbf{Z}_{2F} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{v}] = [\mathbf{Z}] [\mathbf{i}]$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_D \\ \mathbf{E}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{0D} + \mathbf{Z}_{1D} + \mathbf{Z}_{2D} & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_{1F} + \mathbf{Z}_{2F} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{0D} \\ \mathbf{I}_{1F} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{1D} = \mathbf{I}_{2D} = \mathbf{I}_{0D} = \frac{1,4}{j0,95} = -j1,475 \text{ p.u.}$$

El valor de la corriente en la avería desde el extremo D = $3 \times 1,475 = 4,425$ p.u.

La corriente que entra en la avería procedente del extremo F = $\mathbf{I}_{1F} - \mathbf{I}_{2F} = 0$.

Nota. Puede utilizarse este método para cualquier tipo de avería y aunque no emplea las redes de secuencias interconectadas como tales, utiliza las limitaciones que son necesarias para la formación de estas redes. Por ejemplo, en el sistema indicado en la figura 6.23c puede formarse una matriz de conexión [C] sabiendo que en el caso de una corriente de avería a tierra $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_0$.

6.8. Potencia en componentes simétricas

La potencia total en una red trifásica

$$= \mathbf{V}_a \mathbf{I}_a^* + \mathbf{V}_b \mathbf{I}_b^* + \mathbf{V}_c \mathbf{I}_c^*$$

En donde $\mathbf{V}_a$, $\mathbf{V}_b$, y $\mathbf{V}_c$ son las tensiones de fase y

$\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$, y $\mathbf{I}_c$ son las corrientes de línea.

En la fase (a)

$$\begin{aligned} P_a + jQ_a &= (\mathbf{V}_{a0} + \mathbf{V}_{a1} + \mathbf{V}_{a2}) (\mathbf{I}_{a0}^* + \mathbf{I}_{a1}^* + \mathbf{I}_{a2}^*) \\ &= (\mathbf{V}_{a0} \mathbf{I}_{a0}^* + \mathbf{V}_{a1} \mathbf{I}_{a1}^* + \mathbf{V}_{a2} \mathbf{I}_{a2}^*) \\ &\quad + (\mathbf{V}_{a0} \mathbf{I}_{a1}^* + \mathbf{V}_{a1} \mathbf{I}_{a2}^* + \mathbf{V}_{a2} \mathbf{I}_{a0}^*) \\ &\quad + (\mathbf{V}_{a0} \mathbf{I}_{a2}^* + \mathbf{V}_{a1} \mathbf{I}_{a0}^* + \mathbf{V}_{a2} \mathbf{I}_{a1}^*) \end{aligned}$$

con expresiones semejantes para las fases (b) y (c).

Al extender esta razonamiento para cubrir la potencia trifásica total deberá señalarse que

$$\mathbf{I}_{b1}^* = (\mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{a1})^* = (\mathbf{a}^2)^* \mathbf{I}_{a1}^* = \mathbf{a} \mathbf{I}_{a1}^*$$

Análogamente, pueden sustituirse

$$\mathbf{I}_{b2}^*, \mathbf{I}_{c1}^* \text{ y } \mathbf{I}_{c2}^*$$

La potencia total $3(\mathbf{V}_{a0} \mathbf{I}_{a0}^* + \mathbf{V}_{a1} \mathbf{I}_{a1}^* + \mathbf{V}_{a2} \mathbf{I}_{a2}^*)$ es decir, 3 veces la suma de las potencias de las secuencias individuales de cualquier fase.

6.9. Conexión a tierra del neutro

Introducción

A partir del análisis de las condiciones presentes en las averías no equilibradas se ha visto que la conexión de los neutros de los transformadores y generadores influye grandemente en las corrientes y tensiones de las averías. En la mayor parte de los sistemas de alta tensión los neutros están unidos a tierra firmemente, es decir están conectados directamente a tierra, con la excepción de aquellos generadores que se unen a tierra a través de una resistencia para limitar las corrientes de avería en el estator. Las ventajas de estas conexiones a tierra son las siguientes:

- (a) Las tensiones respecto a tierra se limitan a la tensión de fase.
- (b) Se eliminan las averías a tierra intermitentes y las altas tensiones debidas a averías por arco.
- (c) Los relés de protección sensibles que funcionan por las corrientes de avería a tierra eliminan estas averías en una etapa inicial.

La principal ventaja de funcionar con neutros aislados es la posibilidad de mantener un suministro de corriente con una avería a tierra en una línea, que coloca los conductores remanentes a la tensión de línea respecto a tierra. Además se reduce la interferencia con los circuitos telefónicos debido a la ausencia de corriente de secuencia cero. Con un funcionamiento equilibrado normal los neutros de un sistema no conectado a tierra o aislado se mantienen al potencial de tierra debido a la presencia de la capacidad del sistema respecto a tierra. En el caso general indicado en la figura 6.26 se aplica el siguiente análisis,

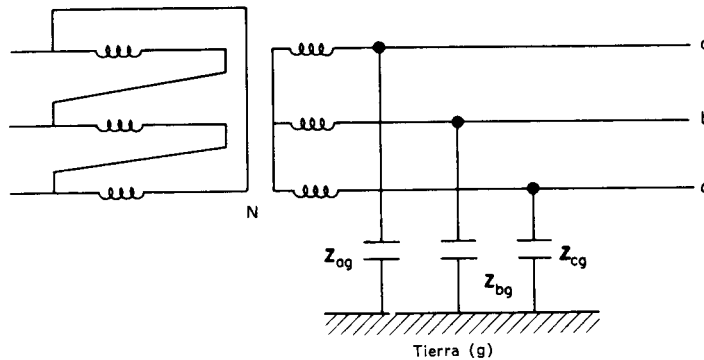


FIG. 6.26. Capacidades entre la línea y tierra en un sistema no conectado a tierra.

$$\frac{V_{ag}}{Z_{ag}} + \frac{V_{bg}}{Z_{bg}} + \frac{V_{cg}}{Z_{cg}} = 0 \quad (6.17)$$

Además $V_{ag} = V_{an} + V_{ng}$

En donde V_{an} = tensión de la línea al neutro y
 V_{ng} = tensión del neutro a tierra

Análogamente $V_{bg} = V_{bn} + V_{ng}$

$$y \quad V_{cg} = V_{cn} + V_{ng}$$

Sustituyendo en la ecuación (6.17) y sacando factor común

$$\frac{V_{an}}{Z_{ag}} + \frac{V_{bn}}{Z_{bg}} + \frac{V_{cn}}{Z_{cg}} + V_{ng} \left(\frac{1}{Z_{ag}} + \frac{1}{Z_{bg}} + \frac{1}{Z_{cg}} \right) = 0 \quad (6.18)$$

el coeficiente de V_{ng} da la admitancia de la capacidad del sistema respecto a tierra.

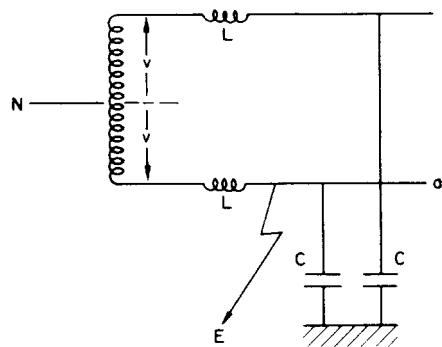


FIG. 6.27. Sistema monofásico con una avería por arco a tierra.

Averías por arco

Consideremos el sistema de una sola fase de la figura 6.27 en el instante en que los valores instantáneos de la tensión son v en la línea (a) y $-v$ en la línea (b), siendo v la tensión instantánea máxima. La presencia repentina de una avería a tierra hace que la línea (b) adquiera un potencial de $-2v$ y (a) resulte ser cero. Debido a la presencia de L y C en el circuito la variación repentina de tensión en el valor v produce una oscilación de alta frecuencia de valor de pico $2v$ superpuesta a las tensiones de la frecuencia de potencia (ver capítulo 10) y la línea (a) alcanza un valor $-v$ y la línea (b) un valor $-3v$ como se ve en la figura 6.28. Estas tensiones oscilantes se atenúan rápidamente debido a las resistencias presentes. La corriente en el arco a tierra de la línea (a) está aproximadamente a 90° en adelanto respecto a la tensión fundamental y cuando es cero la tensión estará en un máximo. De aquí que si el arco se extingue al primer cero de corriente, las líneas permanecen cargadas a $-v$ en el caso de (a) y a $-3v$ en el caso de (b). Los potenciales de la línea cambian ahora a la frecuencia de potencia hasta que (a) alcanza $-3v$, momento en que el arco podría volver a saltar causando una variación de tensión de $-3v$ a 0 y dando como resultado una sobretensión transitoria de $+3v$ en (a) y $+5v$ en (b). Este proceso podría continuar y la tensión crecería más, pero la resistencia normalmente presente limita la tensión de pico hasta aproximadamente $4v$. Puede hacerse un análisis semejante para un circuito trifásico mostrándose de nuevo que pueden presentarse serias sobretensiones cuando ocurren averías por arco.

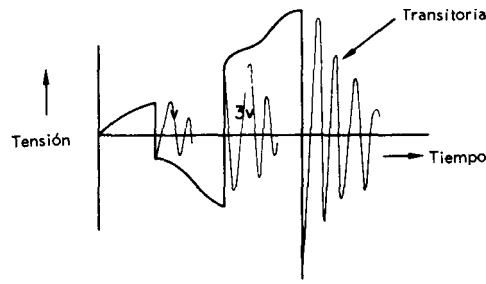


FIG. 6.28. Tensión en la línea «a» de la figura 6.27.

Este inconveniente puede salvarse en un sistema de neutro aislado mediante un *sistema de supresión de arco* o bobina de Peterson. La reactancia de esta bobina que se conecta entre el neutro y tierra se prepara de modo que esté comprendida en el margen de 90 a 110 por ciento del valor requerido para neutralizar la corriente debida a la capacidad. El diagrama de fasores de la red de la figura 6.29a se muestra en la figura 6.29b y la caída de tensión a lo largo del arco se desprecia.

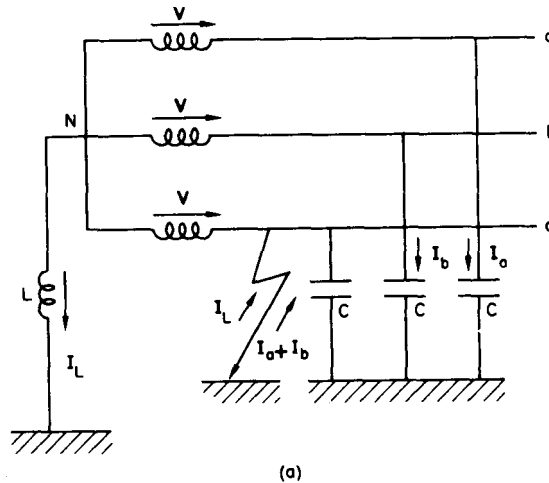


FIG. 6.29a. Sistema con bobina de supresión de arco.

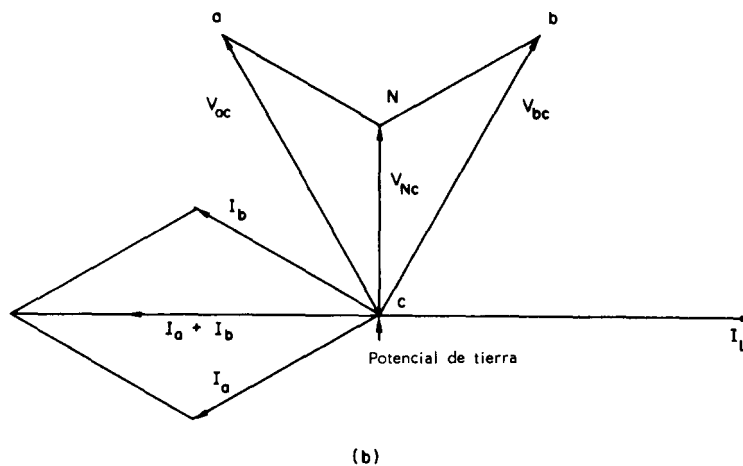


FIG. 6.29b. Diagrama de fasores de las tensiones y corrientes de la figura 6.29a.

$$I_a = I_b = \sqrt{3} \cdot V \omega C$$

además

$$I_a + I_b = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \cdot V \omega C$$

también

$$I_L = \frac{V}{\omega L}$$

Para compensación de la corriente de arco

$$\frac{V}{\omega L} = 3V \omega C$$

$$\therefore L = \frac{1}{3\omega^2 C} \quad (6.19)$$

y

$$X_L = \frac{1}{3\omega C}$$

Puede obtenerse este resultado mediante análisis de la avería a tierra utilizando las componentes simétricas.

Los sistemas con neutro aislado dan origen generalmente a serias tensiones de avería por arco si la corriente de arco sobrepasa la región de 5 a 10 A que cubre la mayor parte de los sistemas que funcionan por encima de 33 kV. Si estos sistemas han de funcionar con neutros aislados, deberán utilizarse bobinas de supresión de arco. La mayor parte del sistema con tensiones de transporte normales tienen neutros conectados a tierra.

6.10. Interferencias con los circuitos de comunicaciones

Cuando las líneas de energía eléctrica y de teléfonos marchan paralelas pueden inducirse en ciertas condiciones tensiones suficientes para producir elevados niveles de ruido en los circuitos de comunicaciones. Esto puede producirse por un desequilibrio electromagnético y electrostático en las líneas de potencia, especialmente si están presentes armónicos. Sin embargo, el problema principal se debe a las averías de conexión a tierra que producen grandes corrientes de secuencia cero en la línea de potencia, las cuales originan tensiones inductivas en el circuito vecino. El valor de la tensión inducida depende de la separación y resistividad de la tierra que está inmediatamente debajo y de la frecuencia. La tensión se induce en cada uno de los alambres de comunicación, de modo que si la transposición entre ellos es perfecta, no existirá ninguna tensión entre todos ellos. Sin embargo, existirá una tensión entre el alambre y la tierra. Esta tensión se mantiene a nivel bajo mediante el empleo de una bobina de «drenaje» conectada entre los alambres y puesta a tierra en su punto medio eléctrico y que desvía hacia tierra las tensiones longitudinales inducidas, pero dando una pequeña atenuación a las frecuencias de comunicación.

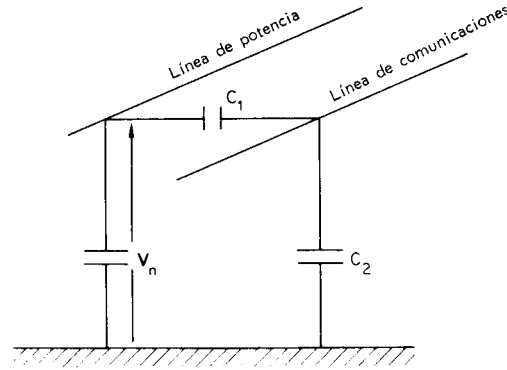


FIG. 6.30. Tensión inducida entre circuitos de potencia y de comunicaciones; tensión longitudinal inducida

$$= V_n \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

Existen dos grupos principales de circuitos de comunicaciones: (a) circuitos telegráficos con frecuencia de señal hasta 300 Hz y normalmente de una sola línea con retorno por tierra y (b) circuitos telefónicos con señales de frecuencia de 100-400 Hz y siempre en circuitos de doble línea. La interferencia procedente de los circuitos de cables subterráneos es mucho menor (10 por ciento) que la correspondiente a las líneas aéreas.

Referencias

LIBROS

1. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, Westinghouse Electric Corp., East Pittsburgh, Pennsylvania, 1964.
2. El-Abial, A. H. y G. W. Stagg, *Computer Methods in Power Systems Analysis*, McGraw Hill, New York, 1968.
3. Clarke, E., *Circuit Analysis of Alternating Current Power Systems, Vol. 1*, Wiley, New York, 1943.
4. Wagner, C. F. y R. D. Evans, *Symmetrical Components*, McGraw-Hill, New York, 1933.
5. Austin Stigant, S., *Master Equations and Tables for Symmetrical Component Fault Studies*, McDonald, London, 1964.
6. Kimbark, E. W., *Power System Stability, Vol. 1*, Wiley, New York, 1948.

ARTÍCULOS

7. Fortescue, C. L., 'Method of Symmetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks', *Trans. A.I.E.E.*, 37, Parte II (1918).
8. Lantz, M. J., 'Digital short-circuit solution of power system networks including mutual impedance', *Trans. A.I.E.E.*, 76, Parte III, 1230 (1957).

9. Siegel, J. C. y G. W. Bills, 'Nodal representation of large complex-element networks including mutual reactances', *Trans. A.I.E.E.*, 77, Parte III, 1226 (1958).
10. Brown, H. E., C. E. Person, L. E. Kirchmayer y G. W. Stagg, 'Digital calculation of three-phase short circuits by matrix method', *Trans. A.I.E.E.*, 79, Parte III, 1277 (1960).
11. El-Abiad, A. H., 'Digital calculation of line-to-ground short circuits by matrix method', *Trans. A.I.E.E.*, 79, Parte III, 323 (1960).
12. Taylor, G. E., G. K. Carter y E. H. MacDonald, 'New digital computer short-circuit program for relay studies', *Trans. A.I.E.E.*, 79, Parte III, 1257 (1960).
13. El-Abiad, A. H., Ruth Guidone y G. W. Stagg, 'Calculation of short circuits using a high-speed digital computer', *Trans. A.I.E.E.*, 80, Parte III, 702 (1961).
14. Ender, R. C., G. G. Auer y R. A. Wylie, 'Digital calculation of sequence impedances and fault currents for radial primary distribution circuits', *Trans. A.I.E.E.*, 79, Parte III, 1264 (1960).
15. Sato, N. y F. Tinney, 'Techniques for exploiting the sparsity of the network admittance matrix', *Trans. I.E.E.E., P. A. & S.*, 82, 944 (1963).
16. Brown, H. E. y C. E. Person, 'Short circuit studies of large systems by the impedance matrix method', *I.E.E.E. Conference Record, P.I.C.A.*, 335 (1967).
17. Trihus, A. T. y R. Zimering, 'A digital computer program for an exhaustive fault study of a large power system network', *I.E.E.E. Conference Record, P.I.C.A.*, 343 (1967).
18. Sebo, S. A., 'Zero Sequence Current Distribution Along Transmission Lines', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, 88, 910 (1969).

Problemas

- 6.1. Cuatro generadores de 11 kV que designaremos con las letras A, B, C y D tienen una reactancia subtransitoria de 0,1 p.u. y un valor nominal de 50 MVA. Están conectados en paralelo mediante tres reactancias de 100 MVA que unen A a B, B a C y C a D; estas reactancias tienen un valor por unidad de 0,2, 0,4 y 0,2 respectivamente. Calcular los voltamperes y la corriente que fluye en el caso de una avería simétrica trifásica en los terminales de la máquina B. Utilizar una base de 50 MVA.
Proyectar un analizador de averías de resistencias para representar el sistema anterior utilizando un suministro de 50 V y considerando que un mA ha de representar un nivel de avería de 100 MVA. (940 MVA, 49 300 A.)
- 6.2. Dos generadores de 25 MVA, 50 Hz y 11 kV, cada uno de ellos con una reactancia subtransitoria X'' de 0,15 p.u., alimentan unas barras de distribución designadas por «A». Un generador de 30 MVA, 11 kV y una impedancia de X'' de 0,12 p.u. alimenta unas barras de distribución B que están conectadas con A a través de una bobina de reactancia de 50 MVA y un 30 % de reactancia. Se conecta a A un transformador de 20 MVA, 11/66 kV y 10 por ciento de reactancia. Si se produce una avería trifásica en la parte de alta tensión del transformador, calcular la corriente que se alimenta en la avería y la tensión correspondiente en A. ($1200/\sqrt{3}$; 8,95 kV.)
- 6.3. Se conectan a unas barras de distribución designadas por A dos generadores de 60 MVA con una reactancia transitoria cada uno de 0,15 p.u. Otras dos máquinas idénticas se conectan a unas barras de distribución designadas por B. Se suministra un alimentador desde A a través de un transformador elevador con valor nominal de 30

MVA y con una reactancia del 10 por ciento. Calcular la reactancia necesaria para conectar A y B si el nivel de avería debido a una avería trifásica en la parte correspondiente al alimentador del transformador ha de limitarse a 240 MVA. Calcular también la tensión en A bajo esta condición si la tensión del generador es de 13 kV (línea). ($X = 0,075$ p.u., $V_A = 10,4$ kV.)

- 6.4. Un suministro de 132 kV alimenta una línea de 13Ω de reactancia que está conectada a un transformador de 100 MVA, 132/33 kV, de 0,1 p.u. de reactancia. El transformador alimenta una línea de 33 kV de 6Ω de reactancia que a su vez está conectada a un transformador de 80 MVA, 33/11 kV, con una reactancia de 0,1 p.u. Este transformador suministra a una subestación de 11 kV, a partir de la cual se alimenta un alimentador local de 11 kV y 3 11Ω de reactancia. Este alimentador da energía a un relé de sobrecorriente de protección a través de un transformador de corriente de 100 A/1 A. El relé tiene una característica de tiempo inverso verdadera y opera en 10 segundos con una corriente en bobina de 10 A. Si se produce una avería trifásica en el extremo de la carga del alimentador de 11 kV calcular la corriente de avería y el tiempo de funcionamiento del relé. (1575 A, 6,35 segundos.)
- 6.5. Un sistema principal en anillo se compone de un número de subestaciones designadas por A, B, C, D y E conectadas por líneas de transporte que tienen las siguientes impedancias por fase (ohms): AB ($1,5 + j2$); BC ($1,5 + j2$); CD ($1 + j1,5$); DE ($3 + j4$); EA ($1 + j1$). El sistema se alimenta en A a 33 kV a partir de una fuente de impedancia despreciable. En cada subestación, excepto en A, los interruptores de circuito están controlados por relés alimentados a partir de unos transformadores de corriente de 1500/5 A. En A la relación de transformador de corriente es de 4000/5. Las características de los relés son las siguientes:

Corriente (A)		7	9	11	15	20
Tiempo de	Relés en A, D y C	3,1	1,95	1,37	0,97	0,78
funcionamiento	Relés en B y E	4	2,55	1,8	1,27	1,02

Examinar la secuencia de funcionamiento de los dispositivos de protección para una avería simétrica trifásica en el punto medio de la línea CD. Suponer que la corriente del primario del transformador de corriente en A es la corriente completa de la avería en el anillo y que cada interruptor de circuito abre 0,3 segundos después de cerrar el circuito de la bobina de disparo. Comentar las desventajas de este sistema.

- 6.6. Se registraron las siguientes corrientes bajo las condiciones de avería de un sistema trifásico:

$$I_R = 1500 \angle 45^\circ \text{ A}, \quad I_Y = 2500 \angle 150^\circ \text{ A}, \quad I_B = 1000 \angle 300^\circ \text{ A}.$$

Si la secuencia de fase es $R-Y-B$, calcular los valores de las componentes de secuencias positiva, negativa y cero de cada línea. ($I_0 = (-200 + j480) \text{ A}$.)

- 6.7. Se produce una avería de una sola línea a tierra en la fase roja y en el extremo de carga de una línea de transporte de 66 kV. La línea está alimentada a través de un transformador mediante generadores de 11 kV conectados a una barra de distribución común. La parte del transformador correspondiente a la línea está conectada en estrella con el punto neutro conectado a tierra y la parte del generador está en triángulo. Las reactancias de secuencia positiva del transformador y de la línea son $j10,9 \Omega$ y $j44 \Omega$, respectivamente, y las reactancias de secuencias positiva y negativa equivalente de los generadores, referidas a las tensiones de la línea, son $j18 \Omega$ y $j14,5 \Omega$, respectivamente. Hasta la avería, la reactancia de la secuencia cero efectiva

- total es $j150 \Omega$. Calcular la corriente de avería en las líneas si pueden despreciarse las resistencias. Si se produce una avería a tierra de dos fases entre las líneas azul y amarilla, calcular la corriente en la fase amarilla. (392 A y 488 A.)
- 6.8. Se produce una avería de una sola línea a tierra en un sistema de transporte radial. Existen las siguientes impedancias de secuencias entre la fuente de suministro (una barra de potencia infinita) de tensión 1 p.u. hasta el punto de la avería; $Z_1 = 0,3 + j0,6$ p.u., $Z_2 = 0,3 + j0,55$ p.u., $Z_0 = 1 + j0,78$ p.u. La trayectoria de la avería hasta tierra tiene una resistencia de 0,66 p.u. Determinar la corriente de avería y la tensión en el punto de la avería. ($I_f = 0,732$ p.u., $V_f = (0,43 - j0,23)$ p.u.)
- 6.9. En el sistema descrito en el ejemplo 6.5 determinar las componentes de las secuencias de la corriente que alimenta una avería de línea doble a tierra cuando el punto neutro del generador B se conecta también a tierra. Comprobar el resultado haciendo uso del hecho de que $I_R = 0$.
- 6.10. En el sistema indicado en la figura 6.19 la generación conectada a la barra de distribución de 132 kV se utiliza solamente bajo las condiciones de carga máxima. Calcular los niveles de avería para el caso de avería trifásica en cada barra de distribución con una reactancia máxima de alimentación de la central estando o no conectada la generación a las barras de distribución de 132 kV.
- 6.11. Desarrollar una expresión en función de la f.e.m. generada y las impedancias de las secuencias para las corrientes de avería cuando se produce una avería a tierra en la fase «A» de un generador trifásico con su punto neutro conectado a tierra. Demostrar también que la tensión a tierra de la fase «B» en el punto de avería viene dada por

$$V_B = \frac{-j\sqrt{3} E_A |Z_2 - aZ_0|}{Z_1 + Z_2 + Z_0}$$

Se conectan en paralelo dos generadores síncronos de 30 MVA y 6,6 kV y suministran energía a un alimentador de 6,6 kV. Un generador tiene su punto neutro conectado a tierra a través de una resistencia de 0,4 Ω y el otro tiene su punto neutro aislado. Determinar, (1) la corriente de avería y la potencia disipada en la resistencia que conecta a tierra cuando se producen averías de conexión a tierra en el extremo más alejado del alimentador sobre la fase «A», y (2) la tensión a tierra de la fase «B». La secuencia de fases del generador es ABC y las impedancias relativas son

	Generador p.u./f	Alimentador Ω /f
Para las corrientes de secuencia positiva	$j0,2$	$j0,6$
Para las corrientes de secuencia negativa	$j0,16$	$j0,6$
Para las corrientes de secuencia cero	$j0,06$	$j0,4$

Utilizar una base de 30 MVA.

Respuesta: $5459/-52,6^\circ$ A, 11,92 MW, $(-1402 + j2770)$ V

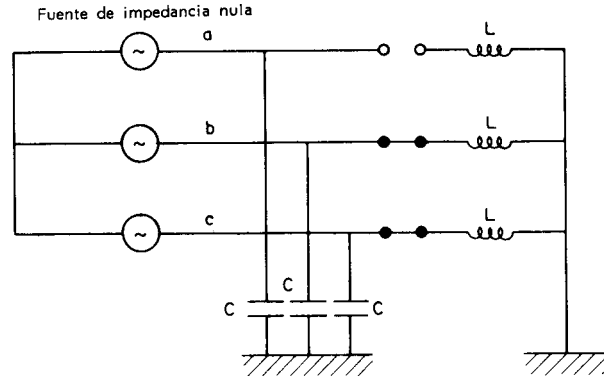


FIG. 6.31. Sistema correspondiente al problema 6.13.

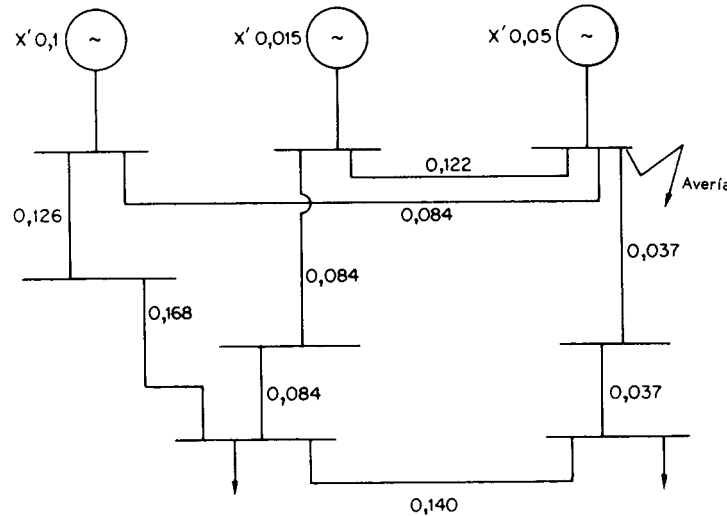


FIG. 6.32. Sistema correspondiente al problema 6.14.

- 6.12. Una línea aérea de 33 kV y 60 Hz tiene una capacidad con respecto a tierra por fase de $0,7 \mu\text{F}$ aproximadamente. Calcular la reactancia de una bobina de supresión de arco adecuado. Respuesta: 1315Ω .
- 6.13. El sistema indicado en la figura 6.31 tiene un circuito abierto sobre la línea a. Determinar el potencial entre el neutro de la fuente y tierra. La tensión por fase es V y la frecuencia angular ω . Investigar las peculiaridades que se presentan si $\omega^2 LC < 2/3$, y $\omega^2 LC > 2/3$.

Respuesta:

$$\frac{V}{3\omega^2 LC - 2}$$

- 6.14. En el sistema indicado en la figura 6.32 todas las reactancias son por unidad. Determinar la corriente de avería p.u. para una avería equilibrada trifásica en los terminales de la máquina de reactancia 0,05 p.u. Respuesta: 29 p.u.
(Nota. Este sistema es lo suficientemente grande como para exigir la programación y empleo de una computadora.)

Capítulo 7

Límites de estabilidad

7.1. Introducción

La estabilidad de un sistema de componentes dinámicos interconectados es su capacidad para volver a un estado de funcionamiento normal o estable después de haber sido sometido a algún tipo de perturbación. El estudio de la estabilidad es una de las misiones principales para el técnico de control cuyos métodos pueden aplicarse a los sistemas de potencia eléctrica.

Cuando el rotor de un generador síncrono avanza más allá de un cierto ángulo crítico, falla el acoplamiento magnético entre el rotor (y, por tanto, la turbina) y el estator. El rotor, deja de mantener su sincronismo con el campo rotatorio de las corrientes del estator y entonces gira respecto al campo produciéndose un deslizamiento respecto a los polos. Cada vez que los polos atraviesan la región angular en donde se obtiene la estabilidad, fuerzas sincronizadoras intentan llevar el rotor hacia el sincronismo. Es práctica general desconectar la máquina del sistema cuando comienza a producirse un deslizamiento entre los polos. Sin embargo, un generador que haya perdido el sincronismo puede funcionar con éxito como un generador de inducción durante algún tiempo y luego resincronizarse; así, pues, debe investigarse la posibilidad de permitir un deslizamiento controlado de los polos, durante periodos limitados. Sin embargo, debe recordarse que un generador de inducción absorbe la excitación que necesita de la red, la cual debe ser capaz de suministrar la potencia reactiva exigida.

Existen dos formas de inestabilidad en sistemas de potencia; pérdida de sincronismo entre máquinas síncronas y la detención o bloqueo de cargas asíncronas. La estabilidad síncrona puede dividirse en dos clases: de régimen normal o estacionario y de régimen transitorio. Ya se han hecho referencias al primero cuando se estudiaban las características de las máquinas síncronas. Consiste básicamente en la capacidad del sistema de potencia, cuando funciona en condiciones de cargas determinadas, para retener el sincronismo al ser sometido a *pequeñas* perturbaciones, tales como variaciones continuas de carga o de generación y la desconexión de las líneas. Lo más probable es que se produzca por variaciones de la impedancia de la fuente a la carga, como resultado de las variaciones de la configuración de la red.

La estabilidad transitoria se relaciona con las variaciones repentinas y grandes de las condiciones de la red, tales como las ocasionadas por averías. La potencia máxima transmisible, límite de estabilidad, es menor que en el caso de la situación correspondiente al estado estacionario.

La estabilidad de una carga síncrona se controla mediante la tensión que se le aplica; si ésta resulta inferior a cierto valor crítico, los motores de inducción pueden resultar inestables y

detenerse. Éste es de hecho el problema de la inestabilidad de tensión ya mencionado. En un sistema de potencia es posible que se produzca tanto la inestabilidad síncrona como la de carga. La primera es más probable y, por lo tanto, ha recibido mucha más atención.

7.2. Ecuación del movimiento de una máquina rotatoria

Antes de considerar esta ecuación se hará una revisión de las definiciones de ciertas magnitudes. La energía cinética absorbida por una masa rotatoria = $1/2 I\omega^2$ joules. El momento angular, $M = I\omega$ joules-segundo por radián, en donde ω es la velocidad síncrona del rotor (radianes/segundos) e I es el momento de inercia (kilogramo-m²). A la constante de inercia (H) se la define como la energía almacenada a la velocidad síncrona por voltampere del valor nominal de la máquina. En los sistemas de potencia se toma como unidad de energía el kilojoule o el megajoule. Si el valor nominal de la máquina es G MVA, entonces

$$\begin{aligned} GH &= \text{energía almacenada (megajoules)} \\ &= 1/2 I\omega^2 = 1/2 M\omega \text{ y como } \omega = 180/\pi \text{ (pares de polos) o sea } 360^\circ \text{ grados} \\ &\quad \text{eléctricos por segundo,} \\ GH &= 1/2 M (360f) \\ M &= GH/180f \text{ megajoules-segundo/grado eléctrico.} \end{aligned}$$

La constante de inercia H en el caso de turbogeneradores de vapor disminuye desde 10 kW-s/kVA, para máquinas hasta de 30 MVA, a valores del orden de 4 kW-s/kVA para máquinas grandes, valor que decrece cuando la capacidad aumenta. En el caso de máquinas accionadas hidráulicamente de polos salientes, H depende del número de polos; para máquinas en el margen de 200-400 rev/min el valor aumenta desde aproximadamente 2 kW-s/kVA, a valores nominales de 10 MVA, hasta 3,5 a 60 MVA. Un valor medio para motores síncronos es de 2 kW-s/kVA. Par acelerador neto sobre el rotor de una máquina, $AT = \text{entrada de par mecánico} - \text{salida de par eléctrico} = Id^2\delta/dt^2$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\Delta T}{I} = \frac{(\Delta T\omega)\omega}{2 \times I\omega^2/2} = \frac{\Delta P \cdot \omega}{2 \times \text{energía cinética}}$$

en donde ΔP = potencia neta correspondiente a ΔT , es decir, $P_{\text{mec}} - P_{\text{elect}}$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\Delta P}{M} \quad (7.1)$$

En la ecuación (7.1), una variación negativa de la salida de potencia da como resultado un aumento de δ . A veces se considera ΔP como la variación de la *salida de potencia eléctrica* y un aumento en ΔP_{elect} comporta un aumento en el ángulo δ . Cuando se supone que la entrada de potencia es constante la ecuación del movimiento se transforma entonces en

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = -\frac{\Delta P}{M} \quad \text{ó} \quad M \frac{d^2\delta}{dt^2} + \Delta P$$

7.3.* Estabilidad del estado estacionario o de régimen. - Consideraciones teóricas

El sistema de potencia forma un grupo de elementos electromecánicos interconectados cuyo movimiento puede representarse mediante las ecuaciones diferenciales apropiadas. Con grandes perturbaciones en el sistema las ecuaciones no son lineales, pero en el caso de variaciones pequeñas las ecuaciones pueden linearizarse con pequeña pérdida de exactitud. Una vez determinadas las ecuaciones diferenciales, se forma la ecuación característica del sistema a partir de la cual se obtiene la información concerniente a la estabilidad. La solución de la ecuación diferencial del movimiento es de la forma

$$\delta = k_1 e^{a_1 t} + k_2 e^{a_2 t} + \dots k_n e^{a_n t}$$

en donde $k_1, k_2, \dots, k_n$ son constantes de integración y $a_1, a_2, \dots, a_n$ son las raíces de la ecuación característica. Si cualquiera de las raíces tiene términos reales positivos, entonces la magnitud S aumenta continuamente con el tiempo y no se vuelve a establecer la condición estacionaria original. Por consiguiente, el criterio correspondiente a la estabilidad es que todas las partes reales de las raíces de la ecuación característica sean negativas; las partes imaginarias indican la presencia de oscilaciones. La figura 7.1 muestra los diversos tipos de movimiento. La determinación de las raíces suele ser difícil y tediosa y se han establecido métodos indirectos para predecir la estabilidad, como por ejemplo el criterio de Hurwitz-Routh, en el cual se predice la estabilidad sin tener la solución real de la ecuación característica. No se obtiene información respecto al grado de estabilidad o inestabilidad del sistema, sino únicamente si éste es estable o no. Una ventaja de este método es que la característica de los bucles de control asociados con los reguladores y los reguladores automáticos de tensión pueden incorporarse al estudio general.

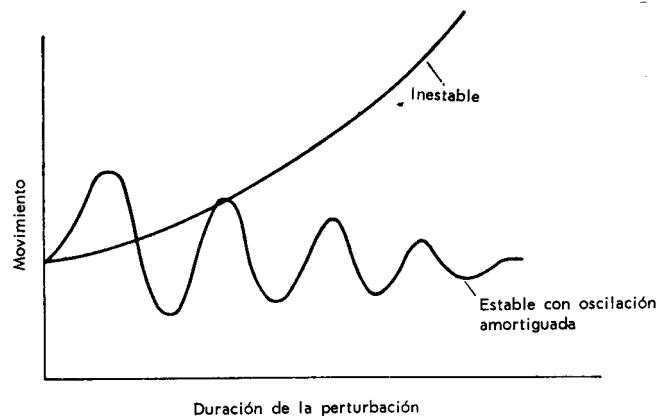


FIG. 7.1. Tipos de respuesta frente a una perturbación de un sistema.

* Esta sección pueden omitirla aquellos lectores que no posean un conocimiento básico de la teoría del control.

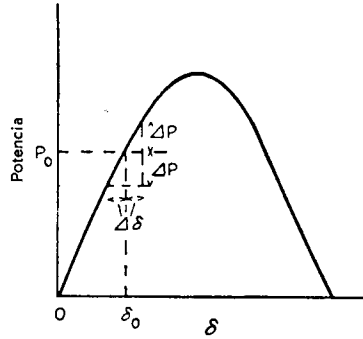


FIG. 7.2. Perturbación pequeña; operación inicial sobre la curva potencia-ángulo en P_0 , δ_0 . Se admite un movimiento lineal alrededor de P_0 , δ_0 .

En el caso de un generador conectado a unas barras de potencia infinita a través de una red de resistencia cero, con funcionamiento en las condiciones P_0 y S_0 (fig. 7.2).

$$M \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} = -\Delta P = -\Delta \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_0$$

en donde la variación de P que produce un aumento de δ se considera positiva y se refiere siempre a variaciones pequeñas del ángulo de carga S de modo que puede admitirse la linealidad.

$$Mp^2 \Delta \delta + \left(\frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_0 \Delta \delta = 0 \quad (7.2)$$

en donde

$$p \equiv d / dt$$

$Mp^2 + (\partial P / \partial \delta)_0 = 0$ es la ecuación característica que tiene dos raíces $\pm \sqrt{\frac{-(\partial P / \partial \delta)_0}{M}}$. Cuando $(\partial P / \partial \delta)_0$ es positiva, ambas raíces son imaginarias y el movimiento es oscilante y no amortiguado; cuando $(\partial P / \partial \delta)_0$ es negativa ambas raíces son reales siendo una positiva y la otra negativa y en este caso se pierde la estabilidad. A $\delta = 90^\circ$, $(\partial P / \partial \delta)_0 = 0$ y el sistema está en el límite. Si se tiene en cuenta el amortiguamiento, la ecuación se transforma en

$$Mp^2 \Delta \delta + K_d p \Delta \delta + \left(\frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_0 \Delta \delta = 0 \quad (7.3)$$

y la ecuación característica es

$$Mp^2 + K_d p + \left(\frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_0 = 0 \quad (7.4)$$

en donde K_d es el coeficiente de amortiguamiento.

De nuevo, si $(\partial P/\partial \delta)_0$ es negativa, se pierde la estabilidad. La frecuencia de la oscilación viene dada por las raíces de la ecuación característica.

Si se controla la excitación del generador mediante un regulador automático de tensión, de acción rápida, sin una zona muerta apreciable, la tensión de excitación E aumenta cuando se van incluyendo incrementos de carga. De aquí que la curva real potencia/ángulo ya no corresponda a la de E constante (véase el capítulo 2) y puede obtenerse la variación de potencia linealizando la característica $P - V$ en el punto de funcionamiento (1), en donde

$$\Delta P = \left(\frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_1 \Delta E$$

La ecuación completa del movimiento es ahora

$$M p^2 \Delta \delta + K_d p \Delta \delta + \left(\frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_1 \Delta \delta + \left(\frac{\partial P}{\partial E} \right)_1 \Delta E = 0 \quad (7.5)$$

Sin control automático de tensión el límite de estabilidad se alcanza cuando $\delta = 90^\circ$; con la presencia del control se obtiene el criterio a partir de la ecuación característica de (7.5).

Ejemplo 7.1. Un generador síncrono de reactancia 1,5 por unidad se conecta a un sistema de barra de distribución infinita ($V = 1$ por unidad) a través de una línea y transformadores de una reactancia total de 0,5 por unidad. La tensión en ausencia de carga del generador es 1,1 por unidad y la constante de inercia $H = 5$ MW-s por MVA. Todos los valores por unidad se expresan en la misma base; pueden despreciarse la resistencia y el amortiguamiento. Calcular la frecuencia de las oscilaciones establecidas cuando el generador funciona con un ángulo de carga de 60° y se ve sometido a una pequeña perturbación. La frecuencia del sistema es de 50 Hz.

Solución. La naturaleza del movimiento queda definida por el signo de la cantidad subradical en la ecuación correspondiente a p_1 y p_2 (7.4). Éste varía cuando $k_d^2 = 4M(\partial P/\partial \delta)_1$ en este caso $k_d = 0$. Las raíces de las ecuaciones características dan la frecuencia de oscilación; cuando $\delta_0 = 60^\circ$,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial \delta} \right)_{60^\circ} &= \frac{1,1 \times 1}{2} \cos 60^\circ \\ &= 0,275 \\ p_1 \text{ y } p_2 &= \pm j \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \delta} \right) \cdot \frac{1}{M}} \\ &= \pm j \sqrt{\frac{0,275}{5 \times (1/\pi \times 50)}} \\ &= \pm j \sqrt{8,62} \end{aligned}$$

∴ frecuencia de oscilación

$$= 2,94 \text{ rad/s} = \frac{2,94}{2\pi} \text{ Hz} \\ = 0,468 \text{ Hz}$$

y el período

$$= \frac{1}{0,468} = 2,14 \text{ s.}$$

Estabilidad de un sistema de dos máquinas. El circuito equivalente será el indicado en la figura 2.6 en el que M_1 y M_2 se refieren a las máquinas 1 y 2 respectivamente.

Las ecuaciones del movimiento son (en el caso de variaciones pequeñas),

$$M_1 p^2 \Delta \delta_1 + \left(\frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \right) \Delta \delta_{12} = 0$$

$$M_2 p^2 \Delta \delta_2 + \left(\frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \right) \Delta \delta_{12} = 0$$

y

$$\Delta \delta_1 - \Delta \delta_2 = \Delta \delta_{12},$$

como

$$p^2 \Delta \delta_{12} + \left[\frac{\left(\frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \right)}{M_1} - \frac{\left(\frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \right)}{M_2} \right] \Delta \delta_{12} = 0$$

la ecuación característica tiene dos raíces

$$p_1, p_2 = \pm j \sqrt{\frac{(\partial P_1 / \partial \delta_{12})}{M_1} - \frac{(\partial P_2 / \partial \delta_{12})}{M_2}}$$

Se asegura la estabilidad si la cantidad subradical es positiva. De aquí que el límite de estabilidad para pequeñas perturbaciones no es el mismo que el límite de potencia máxima estudiado en el capítulo 2 y de hecho es siempre mayor. Sin embargo, la diferencia nunca es grande y cuando una máquina forma efectivamente unas barras de potencia infinita ambos límites coinciden.

Influencia de la acción del regulador. En el análisis anterior se han considerado las oscilaciones que aparecen cuando existen variaciones pequeñas de carga en un sistema y se ha ignorado la influencia del funcionamiento regulador. Después de que ha transcurrido un cierto tiempo comienza a influir la característica de control del regulador sobre las potencias y las oscilaciones y eso será lo que consideraremos ahora. Ya se ha descrito la naturaleza básica del control del regulador en el capítulo 3 y se muestra en la figura 7.3 la característica idealizada velocidad-carga. El estudio que damos a continuación se basa en el método dado por Rudenburg (referencia 8).

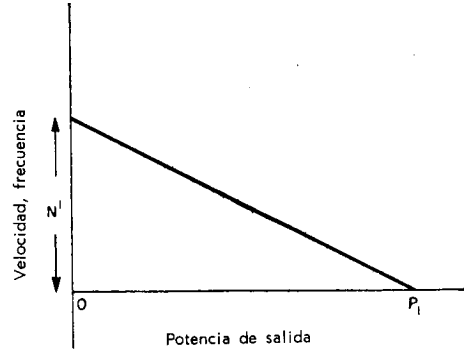


FIG. 7.3. Característica idealizada de un regulador.

Consideremos un sistema regulador con una constante de retraso de tiempo τ_g y una disminución de velocidad de N_1 rad/s en el caso de pasar de ausencia de carga a carga completa (P_1). δ es la variación del ángulo de funcionamiento del rotor y

$$\frac{d\delta_1}{dt} - \frac{d\delta_2}{dt} = \frac{d(\delta_1 - \delta_2)}{dt} = \frac{d\delta}{dt}$$

en donde $d\delta/dt$ es la variación de velocidad debida a ΔP y $(d\delta/dt) (1/\omega)$ es el valor por unidad o deslizamiento siendo ω la velocidad síncrona.

El regulador hace que la entrada de vapor a la turbina varíe con el tiempo de acuerdo con la desviación de velocidad, es decir,

$$\frac{d\Delta P}{dt} = \frac{P_1}{N_1 \tau_g} \frac{d\delta}{dt} \frac{1}{\omega}$$

(τ_g está comprendido entre 0,5 y 10 segundos).

El movimiento de la válvula piloto se ve influido por el retorno suplementario (fig. 3.1) derivado de la posición del servomotor principal, es decir, influida por la potencia:

$$\therefore \frac{d\Delta P}{dt} = \frac{P_1}{N_1 \tau_g} \frac{d\delta}{dt} \frac{1}{\omega} - \frac{\Delta P}{\tau_g}$$

o sea,

$$\tau_g \frac{d(\Delta P)}{dt} + \Delta P = \frac{P_1}{N_1} \cdot \frac{d\delta}{dt} \cdot \frac{1}{\omega} \quad (7.6)$$

En el caso de una máquina conectada a unas barras de potencia infinita

$$\frac{dP}{d\delta} = \text{coeficiente de potencia de sincronización} = k_s$$

y

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + k_s \delta + \Delta P = 0$$

a partir de lo cual

$$\frac{d(\Delta P)}{dt} = -M \frac{d^3 \delta}{dt^3} - k_s \frac{d\delta}{dt} \quad (7.7)$$

Además,

$$\Delta P = -k_s \delta - M \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (7.8)$$

A partir de 7.8, 7.7 y 7.6

$$\frac{d^3 \delta}{dt^3} + \frac{d^2 \delta}{dt^2} \cdot \frac{1}{\tau_g} + \left(\frac{k_s}{M} + \frac{P_1}{\omega N_1 \tau_g M} \right) \frac{d\delta}{dt} + \frac{k_s \cdot \delta}{M} = 0 \quad (7.9)$$

La condición en el caso en que no actúe el regulador está representada por $T_g = \infty$ - en cuyo caso la ecuación (7.9) se transforma en

$$\frac{d^3 \delta}{dt^3} + \frac{k_s}{M} \cdot \frac{d\delta}{dt} = 0$$

o sea,

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{k_s}{M} = 0$$

es decir, la ecuación (7.2).

Puede determinarse la estabilidad de este sistema mediante el criterio de Hurwitz-Routh. Si la ecuación característica de un sistema puede expresarse en la forma,

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + a_3 p^{n-3} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

entonces el determinante

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & . & . & . \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_1 & \dots & . & . & . \\ . & . & . & . & & . & . & . \\ . & . & . & . & & . & . & . \\ . & . & . & . & & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & a_n \end{vmatrix} > 0$$

en el caso de estabilidad, es decir las raíces de la ecuación característica tienen partes reales negativas. Eliminando la última fila y columna el determinante que resulta debe también ser mayor que cero para tener estabilidad y así sucesivamente, es decir,

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0; \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} > 0; \quad a_1 > 0$$

En la ecuación (7.9),

$$a_0 = 1$$

es decir, es positivo,

$$a_1 = \frac{1}{\tau_g}$$

es decir, es positivo,

$$a_1 a_2 = \frac{1}{\tau_g} \left(\frac{k_s N_1 \tau_g + P_1}{\omega N_1 \tau_g M} \right)$$

$$a_3 a_0 = \frac{k_s}{M} \cdot 1$$

Para tener estabilidad,

$$a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0$$

es decir,

$$P_1 + k_s \omega N_1 \tau_g > k_s \tau_g \omega N_1$$

$$P_1 > k_s N_1 \tau_g (\omega - \omega_s), \text{ y por tanto, } > 0$$

es decir, el sistema es siempre estable para este sistema de regulación sencilla (pero no siempre representativo).

7.4. Estabilidad del estado estacionario. - Consideraciones prácticas

El límite del estado estacionario es la potencia máxima que puede transmitirse en una red entre fuentes y cargas cuando el sistema está sometido a pequeñas perturbaciones. Los sistemas de potencia, como es natural, están sometidos constantemente a cambios cuando se producen variaciones de carga. Para obtener el valor límite de la potencia se añaden pequeños incrementos de carga al sistema; después de cada incremento se ajustan las excitaciones del generador para mantener las tensiones de los terminales constantes y se lleva a cabo un flujo de carga. Finalmente se alcanza una condición de inestabilidad.

Ya se han estudiado en el capítulo 2 los límites de estabilidad de las máquinas síncronas. Se vio que con tal de que el generador funcione dentro del «área de seguridad» del diagrama de funcionamiento, está asegurada la estabilidad, normalmente se permite un margen de un

20 % de seguridad y se amplía el límite mediante el empleo de reguladores automáticos de tensión. Con frecuencia los diagramas de funcionamiento no se utilizan directamente y en su lugar se emplea el circuito equivalente del generador utilizando la impedancia síncrona. El ángulo de carga de funcionamiento normal en el caso de las máquinas modernas está dentro del orden de los 60° eléctricos y para el valor límite de 90° esto hace que queden 30° para cubrir por la red de transporte. En un sistema complejo debe tomarse un punto de referencia a partir del cual se midan los ángulos de carga; este punto suele ser normalmente aquel en el cual se invierte el sentido del flujo de potencia.

El criterio más sencillo para la estabilidad síncrona del estado estacionario es $(\partial P / \partial \delta) > 0$, es decir que sea positivo el coeficiente de sincronización. El empleo de este criterio encierra las siguientes hipótesis:

- (a) los generadores se representan por impedancias constantes en serie con las tensiones en ausencia de carga;
- (b) los pares de entrada de las turbinas son constantes;
- (c) se prescinde de las variaciones de velocidad;
- (d) se prescinde del amortiguamiento electromagnético de los generadores;
- (e) son pequeñas las variaciones del ángulo de carga δ .

Ha de decidirse el grado de complejidad con el que ha de realizarse el análisis; por ejemplo, puede incluirse los efectos de la inercia de la máquina, la acción del regulador y la presencia de reguladores automáticos de tensión; sin embargo, estos elementos pueden aumentar grandemente la complejidad de los cálculos. El empleo del criterio $(\partial P / \partial \delta) = 0$ sólo da un resultado más bien bajo y, por tanto, se tiene un factor adicional de seguridad.

En un sistema con varios generadores y cargas, es importante la cuestión de dónde ha de aplicarse el incremento de carga. Un método prudencial consiste en admitir el incremento aplicado a una sola máquina, determinar la estabilidad y luego repetir sucesivamente esto para cada una de las demás máquinas. O bien, se mantienen constantes las salidas de potencia de todas las máquinas excepto las de aquellas dos que tengan los mayores ángulos de carga.

En el caso de cálculos realizados sin la ayuda de computadoras es normal reducir la red a la forma más sencilla que mantenga intactos los nudos de los generadores. Se calculan entonces los valores de los ángulos de carga de la potencia y de las tensiones para las condiciones dadas, determinándose $\partial P / \partial \delta$ para cada máquina y si es positiva se aumenta la carga repitiéndose el proceso.

En un sistema compuesto por un generador que suministra una carga a través de una red de líneas y transformadores de reactancia efectiva X_T el valor de $(dP/d\delta) = (EV/X_T) \cos \delta$, en donde E y V son las tensiones en los extremos de suministro y de recepción y δ el ángulo total entre el rotor del generador y el fasor de V . La potencia transmitida se incrementa evidentemente con tensiones del sistema más elevadas y reactancias menores y puede demostrarse fácilmente que la capacidad de la línea aumenta el límite de estabilidad. La determinación de $dP/d\delta$ no es muy difícil si pueden admitirse constantes las tensiones en

las cargas o si las cargas pueden representarse mediante impedancias. Pueden utilizarse las características $P - V$, $Q - V$ de la carga si las tensiones varían apreciablemente con la redistribución de la potencia en la red; sin embargo este proceso es extremadamente tedioso.

Ejemplo 7.2. En el diagrama lineal de la figura 7.4 se muestra un sistema compuesto de tres máquinas síncronas interconectadas. Investigar la estabilidad en régimen estacionario para los siguientes ángulos de carga de funcionamiento (en grados eléctricos).

$$\delta_{12} = 90^\circ, \delta_{13} = 30^\circ, \delta_{23} = 60^\circ$$

La reactancia de cada máquina es j por unidad y la f.e.m generada o tensión sin carga es de 1 por unidad. Supóngase despreciable la resistencia de las máquinas y líneas.

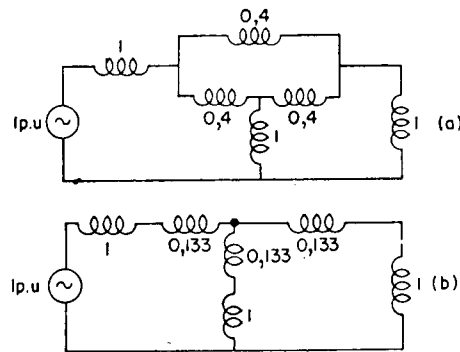


FIG. 7.5 (a) Aplicación del método de superposición para obtener las reactancias de transferencia del sistema de la figura 7.4.
(b) Red de 7.5a reducida por transformación.

Solución. Primero es necesario determinar la reactancia de transferencia de la red. Como la red está totalmente compuesta de reactancias, para mayor claridad se omitirá la j . El sistema puede representarse mediante el circuito equivalente indicado en la figura 7.5a cuando la máquina (1) está funcionando mientras que las restantes se representan sólo por su reactancia. La figura 7.5a puede reducirse a la figura 7.5b aplicando la transformación triángulo-estrella sobre la malla de las reactancias de 0,4 por unidad. La reactancia de cada rama de la estrella es

$$\frac{0,4 \times 0,4}{0,4 + 0,4 + 0,4}$$

o sea $0,133$ por unidad.

La corriente que la máquina (1) da a este circuito

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{1 + 0,133 + 0,565} \\ &= 0,59 \text{ por unidad} \end{aligned}$$

La corriente en la reactancia de la máquina (2) debida a (1)

$$I_{12} = 0,295 \text{ por unidad}$$

Análogamente

$$I_{13} = 0,295 \text{ por unidad}$$

De aquí que,

$$\begin{aligned} X_{12} &= \text{Reactancia de transferencia de (1) a (2)} \\ &= 3,39 \text{ por unidad} \end{aligned}$$

Análogamente

$$X_{13} = 3,39 \text{ por unidad}$$

Es evidente a partir de la inspección del circuito que

$$X_{23} = 3,39 \text{ por unidad}$$

$$\frac{dP}{d\delta_{12}} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos \delta_{12}$$

análogamente para δ_{23} y δ_{31} .

La salida de (1)

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{12} + P_{13} \\ dP_1 &= \frac{\partial P_{12}}{\partial \delta_{12}} d\delta_{12} + \frac{\partial P_{13}}{\partial \delta_{13}} d\delta_{13} \\ &= \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos \delta_{12} \cdot d\delta_{12} + \frac{E_1 E_3}{X_{13}} \cos \delta_{13} \cdot d\delta_{13} \end{aligned}$$

Se obtienen expresiones semejantes para dP_2 y dP_3 ; se mantiene constante P_2 y por lo tanto $dP_2 = 0$.

$$\begin{aligned} \delta_{12} &= 90^\circ, \quad \delta_{13} = 30^\circ, \quad \delta_{23} = 60^\circ \\ dP_1 &= \frac{1 \times 1}{3,39} \cos 90^\circ \cdot d\delta_{12} + \frac{1 \times 1}{3,39} \cos 30^\circ \cdot d\delta_{13} \\ 0 &= \frac{1 \times 1}{3,39} \cos 90^\circ \cdot d\delta_{12} + \frac{1 \times 1}{3,39} \cos 60^\circ \cdot d\delta_{23} \\ dP_3 &= \frac{1 \times 1}{3,39} \cos 30^\circ \cdot d\delta_{13} + \frac{1 \times 1}{3,39} \cos 60^\circ \cdot d\delta_{32} \end{aligned}$$

A partir de estas ecuaciones

$$\frac{dP_3}{d\delta_{31}} = \frac{1,366}{3,39} = 0,4$$

Además,

$$\frac{dP_1}{dP_{13}} = 0,256$$

De aquí que el sistema sea estable.

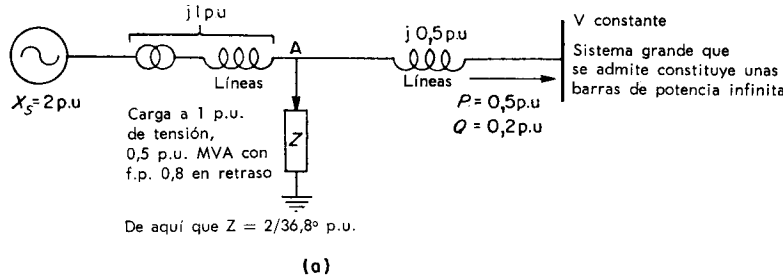


FIG. 7.6a. Diagrama lineal del sistema correspondiente al ejemplo 7.3.

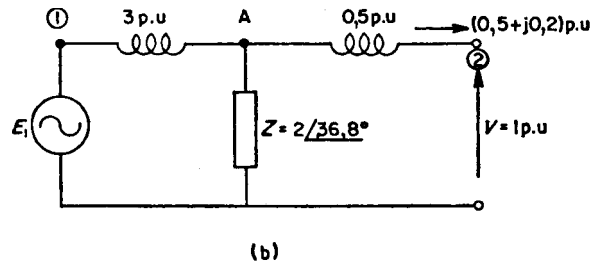


FIG. 7.6b. Circuito equivalente para el ejemplo 7.3.

Ejemplo 7.3. Investigar en el sistema indicado en la figura 7.6 la estabilidad en régimen estacionario.

Solución. Primeramente es necesario determinar la impedancia de transferencia.

$$Y_{11} = \frac{1}{j3 + \frac{j0,5(1,6 + j1,2)}{1,6 + j1,2 + j0,5}} = \frac{1}{3,423 \angle 88,8^\circ} = 0,293 \angle -88,8^\circ \text{ por unidad}$$

$$Y_{11} = \frac{1}{j3 + j0,5 + \frac{j3 \times j0,5}{2 \angle 36,8^\circ}} = \frac{1}{4 \angle 98,7^\circ} = 0,25 \angle -98,7^\circ \text{ por unidad}$$

De aquí que

$$\alpha_{11} = 90^\circ - 88,8^\circ = 1,2^\circ$$

$$\alpha_{12} = 90^\circ - 98,7^\circ = -8,7^\circ$$

La tensión en el punto de conexión A,

$$V_A = \sqrt{\left(V + \frac{QX}{V}\right)^2 + \left(\frac{PX}{V}\right)^2} = \sqrt{\left(1 + \frac{0,2 \times 0,5}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,5 \times 0,2}{1}\right)^2}$$

$$V_A = 1,105 \text{ p.u. a } 5,75^\circ \text{ de } V$$

$$I_R^2 = \frac{P^2 + Q^2}{V^2}$$

y la potencia reactiva absorbida por la línea desde A hasta las barras de potencia infinita

$$\begin{aligned} &= I_R^2 X = \left(\frac{0,5^2 + 0,2^2}{1^2} \right) 0,5 \text{ por unidad} \\ &= 0,145 \text{ por unidad} \end{aligned}$$

Si se representa la carga en A por una impedancia, entonces la carga real tomada a una tensión de 1,105 por unidad

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1,105}{1} \right)^2 0,5 \angle 36,8^\circ \\ &= 0,61 \angle 36,8^\circ \text{ por unidad} \\ &= 0,49 + j0,366 \text{ por unidad} \end{aligned}$$

La carga total que se transporta por el enlace del generador hasta A

$$\begin{aligned} &= 0,5 + 0,49 + j(0,2 + 0,145 + 0,366) \\ &= 0,99 + j0,71 \text{ por unidad} \end{aligned}$$

por unidad Tensión interna del generador

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\left(1,105 + \frac{0,71 \times 3}{1,105} \right)^2 + \left(\frac{0,99 \times 3}{1,105} \right)^2} = \sqrt{9,2 + 7,23} \\ &= 4,06 \angle 41,5^\circ \end{aligned}$$

Este ángulo se mide con respecto a A de modo que

$$\delta_{EV} = 41,5 + 5,75 = 47,25^\circ = \delta_{12}$$

La potencia procedente del generador

$$\begin{aligned} &= E^2 Y_{11} \sin \alpha_{11} + EV Y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) \\ &= 4,06 \times 0,293 \sin 1,2 + 4,06 \times 1 \times 0,25 \sin (51,2 + 8,7) \\ &= 1,09 \text{ por unidad} \end{aligned}$$

Potencia máxima = 1,26 por unidad y el sistema es estable.

7.5. Estabilidad transitoria. - Consideraciones del ángulo del rotor

La estabilidad transitoria se refiere a las influencias de perturbaciones grandes. Estas perturbaciones se deben normalmente a averías, de las cuales la más grave es el cortocircuito de las tres fases que es lo que gobierna los límites de estabilidad transitoria en Inglaterra. En otras partes los límites se basan sobre otros tipos de averías, especialmente la derivación de una sola fase a tierra que es, con mucho, la más frecuente en la práctica.

Cuando se produce una avería en los terminales de un generador síncrono la potencia de salida de la máquina se ve grandemente reducida cuando está alimentando a un circuito fundamentalmente inductivo. Sin embargo, la potencia de entrada al generador procedente de la turbina no tiene tiempo de variar durante el corto tiempo en que se produce la avería y el rotor tiende a aumentar su velocidad con objeto de almacenar la energía en exceso. Si la avería persiste durante bastante tiempo, el ángulo del rotor aumentará continuamente y se perderá el sincronismo. De aquí que el tiempo de funcionamiento del sistema de protección y de los interruptores de circuito sea de importancia fundamental.

Un aspecto de importancia creciente es el empleo de interruptores de circuito de *reconexión automática*. Este aparato se abre cuando se detecta la avería y se vuelve a cerrar después de un período de tiempo prescrito (normalmente menor que 1 segundo). Si la avería persiste, el interruptor de circuito se vuelve a abrir y luego se vuelve a cerrar como antes. Esta operación se repite una vez más y entonces si la avería todavía persiste, el interruptor de circuito permanece abierto. Debido a la naturaleza transitoria de la mayoría de las averías con frecuencia el interruptor de circuito se vuelve a cerrar con éxito y se evita el proceso más bien largo de investigar la avería y de desconectar la línea. La duración del período de funcionamiento del sistema de reconexión debe considerarse cuando se comprueben los límites de estabilidad transitoria; en particular debe incluirse el análisis del movimiento del rotor en este período y no solamente la primera oscilación como suele ser el caso. Si se multiplica la ecuación (7.1) por $2(d\delta/dt)$,

$$\begin{aligned} \left(2 \frac{d\delta}{dt}\right) \left(\frac{d^2\delta}{dt^2}\right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{2\Delta P}{M} \left(\frac{d\delta}{dt}\right) \\ \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 &= \frac{2}{M} \int_{\delta_0}^{\delta} \Delta P d\delta \end{aligned} \quad (7.10)$$

El rotor oscilará hasta que su velocidad angular relativa sea cero, en cuyo caso la máquina permanece estable; si $d\delta/dt$ no resulta cero el rotor continuará moviéndose y se perderá el sincronismo. De aquí que el criterio para la estabilidad sea que el área entre la curva $P - \delta$ y la línea que represente la potencia de entrada debe ser cero. A esto se le conoce como el *criterio de áreas iguales*. Hay que observar que se basa en la hipótesis de que se retiene o se pierde el sincronismo en la primera oscilación del rotor, lo cual en ciertos casos es dudoso. Físicamente este criterio significa que el rotor debe ser capaz de devolver al sistema toda la energía adquirida de la turbina durante el período de aceleración.

Un ejemplo sencillo del criterio de áreas iguales puede verse mediante un examen de la desconexión de una de las dos líneas paralelas que conectan un generador hasta unas barras de potencia infinita (fig. 7.7). Para que se mantenga la estabilidad las dos áreas sombreadas son iguales y el rotor permanece con un ángulo δ_2 , después de lo cual oscila hasta que se ve completamente amortiguado. En este caso particular la potencia de funcionamiento y el ángulo inicial pueden aumentarse hasta valores tales que el área sombreada entre δ_0 y δ_1 sea igual al área sombreada entre δ_1 y δ_3 en donde $\delta_3 = 180^\circ - S\delta_1$; ésta sería la condición para la máxima potencia de entrada. Más allá de δ_3 el rotor absorberá de nuevo energía de la turbina.

Las curvas del ángulo de potencia correspondientes a una avería en una de estas líneas paralelas se muestran en la figura 7.8. La avería se elimina en un tiempo correspondiente a δ_1 y el área sombreada entre δ_0 y δ_1 indicará la energía almacenada. El rotor oscila hasta que alcanza el valor δ_2 cuando las dos áreas son iguales. En este caso particular P_0 es la máxima potencia de funcionamiento para un tiempo de anulación de la avería correspondiente a δ_1 e inversamente δ_1 es el *ángulo crítico de eliminación de la avería* para P_0 . Si se disminuye el ángulo δ_1 es posible aumentar el valor de P_0 sin pérdida de sincronismo. El caso general, en que el ángulo de eliminación de la avería δ_1 no es crítico, se representa

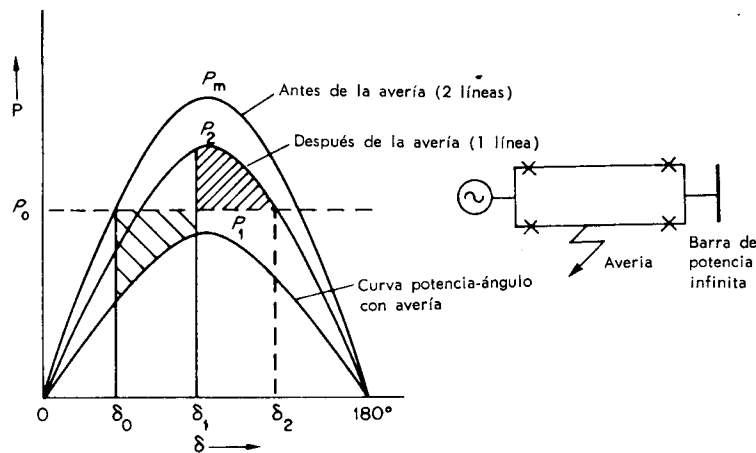


FIG. 7.8. Avería en una línea cuando existen dos líneas en paralelo. Criterio de áreas iguales. Se desprecian las resistencias. δ_1 es el ángulo crítico de eliminación de avería para una potencia de entrada P_0 .

en la figura 7.9. En este caso el rotor oscila hasta δ_2 en donde el área sombreada desde δ_0 a δ_1 es igual al área comprendida entre δ_1 y δ_2 . Se alcanzan las condiciones críticas cuando $\delta_2 = 180^\circ - \delta_1$. Al tiempo correspondiente al ángulo de eliminación de avería crítico se le denomina *tiempo de eliminación de avería crítico* para el valor particular (normalmente a carga completa) de la potencia de entrada. Este tiempo es de gran importancia para los técnicos de protección y de desconexión del circuito puesto que es el tiempo máximo permisible para que el equipo funcione sin que se produzca la inestabilidad. El ángulo crítico de eliminación de la avería en una de dos líneas paralelas puede determinarse del modo siguiente.

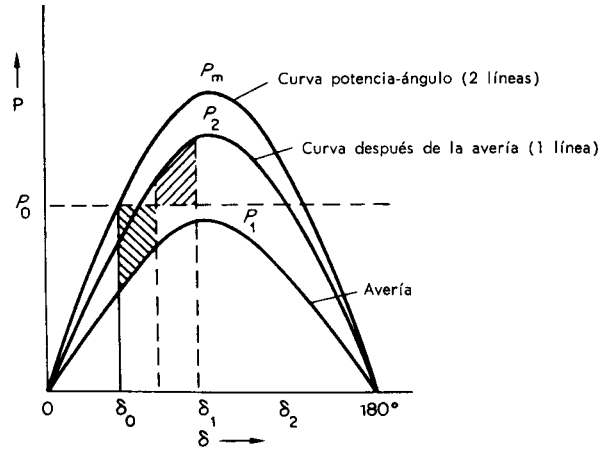


FIG. 7.9. Situación semejante a la de la figura 7.8 pero sin ser crítico δ_1 .

Aplicando el criterio de áreas iguales a la figura 7.8

$$\int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_0 - P_1 \sin \delta) d\delta + \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_0 - P_2 \sin \delta) d\delta = 0$$

$$[P_0 \delta + P_1 \cos \delta]_{\delta_0}^{\delta_1} + [P_0 \delta + P_2 \cos \delta]_{\delta_1}^{\delta_2} = 0$$

a partir de la cual como $\delta_2 = 180 - \arcsen\left(\frac{P_0}{P_2}\right)$

$$\cos \delta_1 = \frac{P_0(\delta_0 - \delta_2) + P_1 \cos \delta_0 - P_2 \cos \delta_2}{P_1 - P_2} \quad (7.11)$$

De donde se deduce el ángulo crítico de eliminación de la avería.

Ejemplo 7.4. Un generador funcionando a 50 Hz suministra una potencia de 1 por unidad a unas barras de potencia infinita a través de una red en la cual puede despreciarse la resistencia. Se produce una avería que reduce la potencia máxima transferible al 0,4 por unidad, mientras que antes de la avería esta potencia era 1,8 por unidad y después de haber desaparecido la avería 1,3 por unidad. Mediante el empleo del criterio de áreas iguales determinar el ángulo crítico de eliminación de avería.

Solución. Las curvas de ángulo de carga apropiadas constan en la figura 7.8. $P_0 = 1$ por unidad, $P_1 = 0,4$ por unidad, $P_2 = 1,3$ por unidad y $P_m = 1,8$ por unidad.

$$\delta_0 = \arcsen\left(\frac{1}{1,8}\right) = 33,8 \text{ grados eléctricos}$$

$$\delta_2 = 180 - \arcsen\left(\frac{1}{1,3}\right) = 180 - 50^\circ 24' = 129^\circ 36'$$

Aplicando la ecuación 7.11

$$\cos \delta_1 = \frac{1(-1,6718) + 0,4 \times 0,831 + 1,3 \times 0,77}{0,4 - 1,3} = 0,377$$

$$\delta_1 = 67^\circ 51' \text{ (grados eléctricos)}$$

En un sistema grande es normal dividir los generadores y cargas que abarca un generador equivalente simple conectado a un motor equivalente. El criterio principal es que las máquinas deben estar eléctricamente próximas cuando forman un generador o motor equivalente. Si se investiga la estabilidad con averías en diversos lugares la posición de la avería decidirá la división de las máquinas comprendidas en el generador y motor equivalente. Un sistema de potencia (en el que se incluye la generación) en el extremo receptor de una línea larga deberá constituir un motor equivalente, si no es lo suficientemente grande como para ser unas barras de potencia infinita.

Reducción a un sistema sencillo. Con un cierto número de generadores conectados a las mismas barras de distribución la constante de inercia (H) de la máquina equivalente,

$$H_e = H_1 \frac{S_1}{S_b} + H_2 \frac{S_2}{S_b} \dots H_n \frac{S_n}{S_b}$$

en donde $S_1 \dots S_n$ = MVA de las máquinas, S_b = MVA base. Esto se obtiene igualando la energía almacenada de la máquina equivalente a la total de las máquinas individuales. Por ejemplo, consideremos seis máquinas idénticas conectadas en las mismas barras de distribución teniendo cada una de ellas un valor de H de 5 MW-s/MVA y un valor nominal de 60 MVA. Haciendo que los MVA de la base sean iguales a los valores nominales combinados de las máquinas el valor efectivo de

$$H = 5 \times \frac{60}{6 \times 60} \times 6 = 5 \frac{\text{MW} \cdot \text{seg}}{\text{MVA}}$$

Es importante recordar que debe incluirse la inercia de las cargas: normalmente ésta será igual a la suma de las inercias de los motores de inducción que están conectados.

Dos máquinas síncronas conectadas mediante una reactancia pueden reducirse a una máquina equivalente y alimentar a través de la reactancia a un sistema de barras de potencia infinita. Las propiedades de la máquina equivalente se encuentran del modo siguiente.

La ecuación del movimiento correspondiente al sistema de dos máquinas es

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\Delta P_1}{M_1} - \frac{\Delta P_2}{M_2} = \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) (P_0 - P_m \sin \delta)$$

en donde δ es el ángulo relativo entre las máquinas. Obsérvese que,

$$\Delta P_1 = -\Delta P_2 = (P_0 - P_m \sin \delta)$$

P_0 es la potencia de entrada y P_m la potencia máxima transmisible.

En el caso de un generador simple de M_e y de la misma potencia de entrada conectado al sistema de potencia infinita.

$$M_e \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_0 - P_m \sin \delta$$

Por lo tanto,

$$M_e = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \quad (7.12)$$

Este generador equivalente tiene la misma entrada mecánica que las máquinas reales y el ángulo de carga δ que posee respecto a las barras de distribución es el ángulo existente entre los rotores de las dos máquinas.

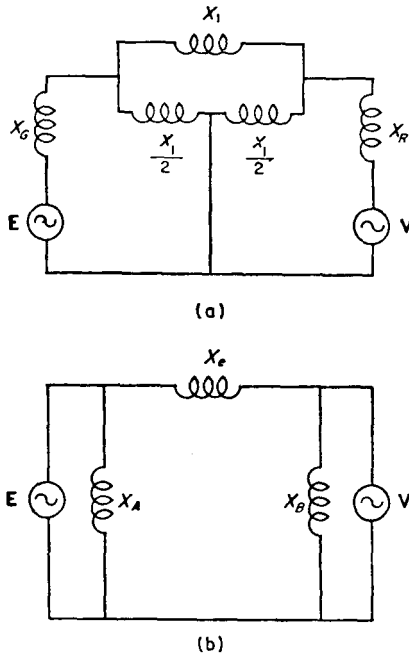


FIG. 7.10a. Circuito equivalente de un generador conectado a una barra de potencia infinita a través de dos líneas una de las cuales tiene una avería trifásica a mitad de su longitud.

FIG. 7.10b. Figura 7.10a después de ser reducida X_1 = reactancia de línea, X_G = reactancia de generador más transformador, X_R = reactancia del extremo receptor del transformador.

Hasta ahora se ha admitido que las potencias transferibles antes, durante y después de la avería son las máximas. Estos valores pueden obtenerse del modo descrito en el capítulo 2. Para el caso común de una avería de las tres fases en la mitad de una de las dos líneas paralelas como se ve en la figura 7.8, se sustituye la malla formada por X_1 y $X_2/2$ (fig. 7.10a) por la estrella equivalente como se indica en la figura 7.10b. La potencia transmitida durante la avería es $E_g V / X_s \sin \delta$ cuando X_A y X_B son cargas puramente inductivas. La reactancia de transferencia antes y después de la avería se obtiene fácilmente a partir del circuito equivalente. Con averías no equilibradas se transmite más potencia du-

rante el período de avería que en el caso de cortocircuito trifásico y los límites de estabilidad son más altos.

Influencia de los reguladores automáticos de tensión. Éstos pueden representarse en la ecuación del movimiento del modo siguiente,

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + K_d \frac{d\delta}{dt} = (P_0 - P_m \sin \delta) - P_e \quad (7.13)$$

en el que K_d es el coeficiente de amortiguamiento,

P_0 es la potencia de entrada,

ΔP_0 es la variación de la potencia de entrada debida a la acción del regulador,

P_e es la potencia eléctrica de salida modificada por el resultado de tensión.

La ecuación (7.13) se resuelve mejor mediante una computadora analógica o digital. En la mayor parte de los estudios se desprecian los efectos producidos por los reguladores, pero en investigaciones recientes ha empezado a analizarse su influencia sobre los límites de estabilidad.

7.6. Estabilidad transitoria. – Consideración del tiempo

Curva oscilante. En la sección anterior se ha prestado especial atención a la determinación de la posición angular del rotor; en la práctica los tiempos correspondientes son más importantes. Los técnicos en protecciones exigen tiempos permitidos, más que ángulos, cuando se especifican las condiciones de los relés. La solución de la ecuación (7.1) respecto al tiempo se realiza mediante métodos numéricos y la curva resultante tiempo-ángulo se conoce como curva oscilante. Ahora se dará detalladamente un método sencillo por etapas indicado por Dahl (referencia 6) y se mencionarán otros métodos más complicados que se adaptan al cálculo digital.

En este método se determina la variación de la posición angular del rotor en un intervalo de tiempo corto. Al realizar los cálculos se hacen las siguientes hipótesis:

- (a) la potencia aceleradora ΔP al principio del intervalo de tiempo se considera constante desde el punto medio del intervalo anterior hasta el punto medio del intervalo considerado;
- (b) la velocidad angular es constante en un intervalo completo y se calcula para el valor medio de este intervalo. Estas hipótesis se comprenderán probablemente mejor haciendo referencia a la figura 7.11.

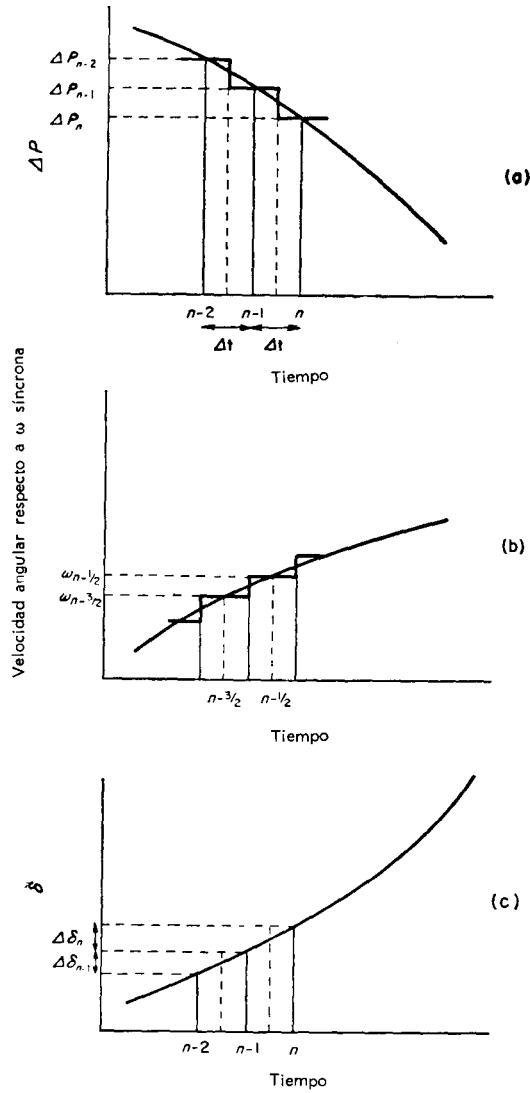


FIG. 7.11a, b y c. Variación de ΔP , ω y $\Delta \delta$ con el tiempo. Ilustración del método por etapas para obtener la curva δ -tiempo.

A partir de la figura 7.11.

$$\omega_{n-\frac{1}{2}} - \omega_{n-\frac{3}{2}} = \frac{d^2 \delta}{dt^2} \Delta t = \frac{\Delta P_{n-1}}{M} \Delta t$$

La variación de δ en el intervalo $(n-1)$, es decir desde los instantes $(n-1)$ a $(n-2)$

$$= \delta_{n-1} - \delta_{n-2} = \Delta \delta_{n-1} = \omega_{n-\frac{3}{2}} \Delta t$$

En el intervalo n ,

$$\Delta \delta_n = \delta_n - \delta_{n-1} = \omega_{n-\frac{1}{2}} \Delta t$$

A partir de lo anterior,

$$\begin{aligned}
\delta_n - \delta_{n-1} &= \Delta t \left(\omega_{n-\frac{1}{2}} - \omega_{n-\frac{3}{2}} \right) \\
&= \Delta t \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta P_{n-1}}{M} \\
\Delta \delta_n &= \Delta \delta_{n-1} + \frac{\Delta P_{n-1}}{M} (\Delta t)^2
\end{aligned} \tag{7.13}$$

Debe señalarse que $\Delta \delta_n$ y $\Delta \delta_{n-1}$, son las *variaciones* de los ángulos.

La ecuación (7.13) es la base del método numérico. El intervalo de tiempo Δt utilizado deberá ser tan pequeño como sea posible (sin embargo, cuanto menor sea Δt , mayor será la cantidad de trabajo que hay que realizar) y suele utilizarse con frecuencia un valor de 0,05 segundos. Cualquier variación en las condiciones de funcionamiento produce una variación brusca en el valor de ΔP . Por ejemplo, en el comienzo de una avería ($t = 0$), el valor de ΔP es inicialmente cero y luego, inmediatamente después de que se produzca dicha avería, toma un valor definido. Cuando se han de aplicar dos valores de ΔP se utiliza la media. El procedimiento se ilustra mejor mediante un ejemplo.

Ejemplo 7.5. En el sistema descrito en el ejemplo 7.4 la constante de inercia del generador más la de la turbina es de 2,7 por unidad. Obtener la curva oscilante para un tiempo de eliminación de avería de 125 milisegundos.

Solución. $H = 2,7$ por unidad, $f = 50$ Hz, $G = 1$ por unidad.

$$M = \frac{HG}{180f} = 3 \times 10^{-4} \text{ p.u.}$$

Se utilizará un intervalo de tiempo $\Delta t = 0,05$ segundos. De aquí que

$$\frac{(\Delta t)^2}{M} = 8,33$$

El ángulo de funcionamiento inicial

$$\delta_0 = \arcsen\left(\frac{1}{1,8}\right) = 33,8^\circ$$

En el instante anterior a la avería la potencia acelerada $\Delta P = 0$. Inmediatamente después de la avería,

$$\begin{aligned}
\Delta P &= 1 - 0,4 \text{sen} \delta \\
&= 0,78 \text{ p.u.}
\end{aligned}$$

El primer valor es el correspondiente al punto medio del período precedente y el segundo corresponde al punto medio del período considerado. El valor que hay que tomar para ΔP en el comienzo de este período es $(0,780/2)$, es decir 0,39 por unidad. Para $t = 0$, $\delta = 33,8^\circ$

$$\begin{aligned}
\Delta t_1 &= 0,05 \text{ s} & \Delta P &= 0,39 \text{ p.u.} \\
\Delta \delta_n &= \Delta \delta_{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{M} \Delta P_{n-1} \\
\Delta \delta_n &= 8,33 \times 0,39 = 3,23^\circ \\
\delta_{0,05} &= 33,8 + 3,23 = 37,03^\circ \\
\Delta t_2; \Delta P &= 1 - 0,4 \text{sen} 37,03^\circ = 0,76 \text{ p.u.} \\
\Delta \delta_n &= 3,23 + 8,33 \times 0,76 = 9,56^\circ \\
\delta_{0,1} &= 37,03 + 9,56 = 46,59^\circ \\
\Delta t_3; \Delta P &= 1 - 0,4 \text{sen} 46,59^\circ = 0,71 \text{ p.u.} \\
\Delta \delta_n &= 9,56 + 5,9 = 15,46^\circ \\
\delta_{0,15} &= 46,59 + 15,46 = 62,05^\circ
\end{aligned}$$

La avería se elimina después de un período de 0,125 segundos. Cuando se produce esta discontinuidad en el punto medio de un período (0,1 a 0,15 segundos) no se necesita ninguna operación de promedio especial (fig. 7.12). Si por otra parte la avería se elimina en 0,15 segundos se necesitará promediar dos valores.

A partir de $t = 0,15$ s hacia adelante,

$$\begin{aligned}
&P = 1 - 1,3 \text{sen} \delta \\
\Delta t_4 &\Delta P = 1 - 1,3 \text{sen} 62,05^\circ = -0,145 \text{ p.u.} \\
&\Delta \delta_n = 15,46 + 8,33(-0,145) = 14,25^\circ \\
\therefore &\delta_{0,2} = 14,25 + 62,05 = 76,3^\circ \\
\Delta t_5 &\Delta P = 1 - 1,3 \text{sen} 76,3^\circ = -0,26 \text{ p.u.} \\
\therefore &\Delta \delta_n = 14,25 - (8,33 \times 0,26) = 12,09^\circ \\
&y \\
\Delta t_6 &\Delta P = 1 - 1,3 \text{sen} 88,39^\circ = -0,3 \text{ p.u.} \\
&\Delta \delta_n = 12,09 - 2,5 = 9,59^\circ \\
\therefore &\delta_{0,3} = 97,98^\circ
\end{aligned}$$

Si se continúa este proceso δ comienza a disminuir y el generador permanece estable. Se obtendrán curvas diferentes para los demás valores de los tiempos de eliminación de avería. Es evidente, por la forma en que se realiza el cálculo, que para una avería sostenida δ aumentará continuamente y se perderá la estabilidad. El tiempo crítico de eliminación de la avería deberá calcularse para condiciones que tengan en cuenta la transferencia mínima de potencia desde el generador. Los interruptores de circuito y los aparatos de protección asociados funcionan en tiempos que dependen de su complicación; estos tiempos pueden ser del orden de algunos ciclos de la tensión alterna. En la figura 7.13a se muestra una curva típica para una máquina grande durante varios segundos. En el caso de una posición determinada de la avería, un tiempo de eliminación de la misma más rápido implica un valor permisible mayor de la potencia de entrada P_0 . En la figura 7.13b se muestra una relación típica entre el tiempo crítico de eliminación de avería y la potencia de entrada; puede considerarse como un límite de estabilidad. El tiempo crítico de eliminación de avería aumenta cuando crece la constante de inercia (H) de los turbogeneradores. Con

frecuencia la primera oscilación de la máquina es suficiente para indicar la estabilidad. Sin embargo, si el resultado es marginal deberá continuarse durante varias oscilaciones el proceso por etapas.

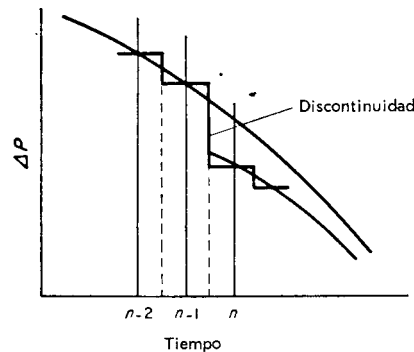


FIG. 7.12. Discontinuidad en ΔP en mitad de un período de tiempo.

7.7. Empleo de las computadoras en los estudios de estabilidad transitoria

Analizadores de corriente alterna. El analizador se utiliza para obtener el nuevo valor de ΔP para cada valor de δ . Por consiguiente, de hecho se lleva a cabo un flujo de carga para cada nueva serie de ángulos de rotor, habiéndose obtenido δ del mismo modo que en el ejemplo 7.5. En un sistema grande con muchas máquinas este proceso es extremadamente tedioso y se utiliza la representación más simple posible de las máquinas y cargas, por ejemplo, se ignora la saliencia de los generadores. En los primeros cálculos del analizador se obtendrán las condiciones previas a la avería y las potencias de salida, tensiones y ángulo de carga de las diversas máquinas que intervienen en el proceso. Se aplica entonces la avería y se obtienen los valores de ΔP y E . A partir de ellos se obtienen los nuevos valores de los ángulos de carga que se introducen en el analizador repitiéndose el proceso. La línea averiada se elimina finalmente de la red y se comprueba la estabilidad en régimen estacionario.

Computadoras analógicas. Se reduce la red a la forma más simple compatible con la retención de los nudos de las máquinas. Se introducen entonces las ecuaciones diferenciales en la computadora y le obtienen las soluciones. Un sistema con varias máquinas consumirá los recursos de las computadoras mayores.

Micro-máquinas. Los estudios con microrredes se basan en el empleo de modelos a escala eléctrica de las máquinas reales. Se han tenido serias dificultades para reproducir en un generador pequeño, tamaño de laboratorio, las constantes de tiempo de las máquinas reales, pero sin embargo se han llevado a cabo gran cantidad de trabajos interesantes sobre estos modelos.

Computadoras digitales. Los métodos utilizados son básicamente los empleados en los analizadores de corriente alterna. La computadora puede reducir la red a los nudos de la máquina primera y luego resolver las ecuaciones o bien realizar un flujo de carga complejo para cada nuevo ángulo de carga sobre el sistema completo. El primer método es más

rápido, pero se pierde la información relativa a los flujos de potencia durante las oscilaciones del rotor. La mayor parte de las hipótesis sobre generador y carga utilizados por los analizadores se emplean también en el caso de las computadoras digitales. Es ampliamente utilizado el método de Runge-Kutta en los programas digitales para los procesos de integración y también se utilizan rutinas que predicen las correcciones.

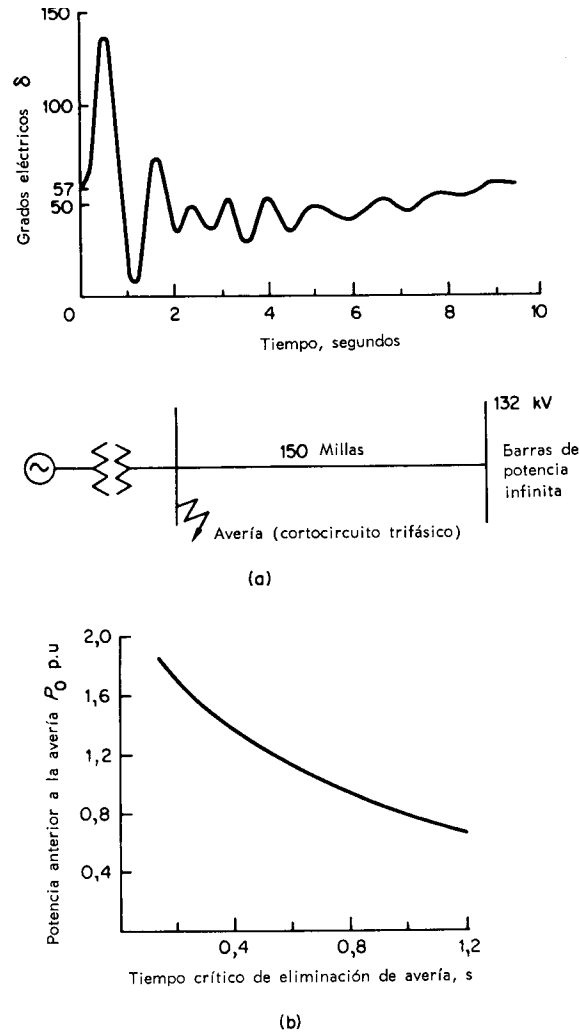


FIG. 7.13a. Curva de oscilación típica; límites de estabilidad típicos.

7.8. Estabilidad de las cargas

En el capítulo 4 se consideraron las características potencia-tensión de una línea que alimenta una carga. Se vio que en el caso de un factor de potencia de una carga determinada se alcanzaba un valor de potencia transmitido, más allá de lo cual un decrecimiento adicional de la impedancia de carga produce tensiones grandemente reducidas, es decir, se produce la inestabilidad de tensión. Si la carga es puramente estática, por ejemplo la representada por una impedancia, el sistema funcionará establemente a estas tensiones tan bajas. A veces, cuando se utilizan analizadores de corriente alterna, esta condición de

tensión más baja se obtiene inadvertidamente y se obtiene como resultado un flujo de carga inesperado. Si la carga contiene elementos no estáticos tales como motores de inducción, la naturaleza de la característica de la carga es tal, que más allá del punto crítico los motores disminuirán su velocidad hasta un valor determinado o llegarán a detenerse. Por consiguiente, tiene importancia considerar la estabilidad de las cargas compuestas que normalmente incluirán una gran proporción de motores de inducción.

El proceso de colapso de la tensión puede deducirse estudiando las características $V - Q$ de un motor de inducción (fig. 2.51); por debajo de una tensión determinada, la potencia reactiva consumida aumenta al disminuir la tensión, hasta que $(dQ/dV) = \infty$ en donde la tensión se colapsa. En los sistemas de potencia surge el problema debido a la impedancia de la conexión entre la carga y una barra de potencia infinita y evidentemente se ve agravado cuando esta impedancia es alta (conexión eléctricamente débil). La causa de una impedancia anormalmente elevada es la pérdida de una línea de las dos o más que forman la conexión. Por consiguiente, es interesante estudiar el proceso en su forma básica que consiste en una carga alimentada a través de una reactancia a partir de una fuente de tensión constante (fig. 7.14). Ya se han dado dos criterios para la inestabilidad de carga, es decir $(dP/ds) = 0$ y $(dQ/dV) = \infty$; desde el punto de vista del sistema los colapsos de tensión tienen lugar cuando $(dE/dV) = 0$ o $(dV/dE) = \infty$. Cada valor de E produce un valor correspondiente para V y la representación de $E - V$ se indica en la figura 7.15 y también la representación de $V - X$ para diversos valores de E en la figura 7.16. En estos gráficos se muestra claramente la condición de funcionamiento crítico y es aparente la mejora producida por valores más elevados de E , indicando la importancia de la tensión de funcionamiento del sistema desde el punto de vista de la carga.

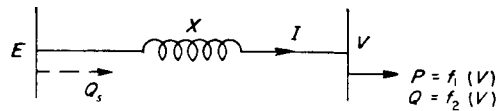


FIG. 7.14. Sistema con tensión dependiendo de la carga del modo siguiente:
 $P = f_1(V)$ y $Q = f_2(V)$; $Q_s = \text{vars suministrados} = Q + I^2 X$.
 $E = \text{Tensión de suministro}$.

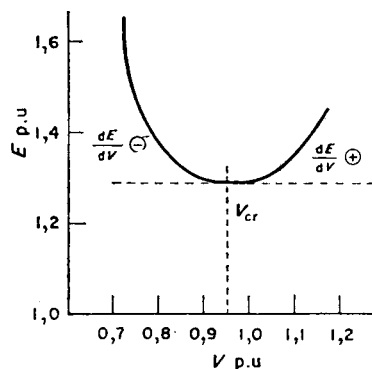


FIG. 7.15. Relación $E - V$ para el sistema de la figura 7.14, V_{cr} = tensión crítica a partir de la cual se presenta la inestabilidad.

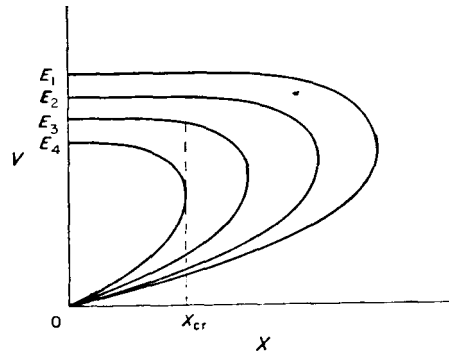


FIG. 7.16. Relación $V - X$. Influencia de la variación de la tensión de suministro E . X_{cr} = Reactancia crítica del enlace de transmisión.

En el circuito indicado en la figura 7.14

$$E = V + \frac{QX}{V}, \text{ si } \frac{PX}{V} \ll \frac{V^2 + QX}{V} \quad (\text{ecuación 2.6})$$

$$\frac{dE}{dV} = 1 + \left(\frac{dQ}{dV} X V - QX \right) \frac{1}{V^2}$$

que es nula en el límite de estabilidad y negativa en la región inestable.

En el límite,

$$\frac{dE}{dV} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{dQ}{dV} = \left(\frac{QX}{V^2} - 1 \right) \frac{V}{X} = \frac{Q}{V} - \frac{V}{X}$$

A partir de 2.6

$$\begin{aligned} \frac{Q}{V} &= \frac{E}{X} - \frac{V}{X} \\ \frac{dQ}{dV} &= \frac{E}{X} - \frac{2V}{X} \end{aligned} \quad (7.15)$$

Ejemplo 7.6. Se alimenta una carga desde una barra de distribución infinita de 275 kV a través de una línea de 70 Ω de reactancia fase a neutro. La carga se compone de una demanda de potencia constante de 200 MW y de una demanda de potencia Q que está relacionada con la tensión de carga V a través de la ecuación:

$$(V - 0,8)^2 = 0,2(Q - 0,8),$$

en donde las magnitudes de base para V y Q son 275 kV y 200 MVar respectivamente.

Examinar la estabilidad de tensión de este sistema indicando claramente las hipótesis que se hacen en el análisis.

Solución: Se ha demostrado que

$$E = \sqrt{\left(V + \frac{Q}{X}\right)^2 + \left(\frac{PV}{X}\right)^2}$$

Si

$$\frac{PV}{X} < \frac{V^2 + QX}{V}, \text{ entonces } E = \frac{V^2 + QX}{V}$$

$$\frac{dE}{dV} = 1 + \left(\frac{dQ}{dV} XV - QX\right) \frac{1}{V^2} = 0$$

En este problema,

$$\left. \begin{array}{l} P = 200 \text{ MW} \\ Q = 200 \text{ MVar} \end{array} \right\} \text{valores trifásicos}$$

y 1 por unidad

$$\begin{aligned} X &= \frac{70 \times 200}{275^2} \text{ por unidad} \\ &= 0,185 \text{ por unidad} \end{aligned}$$

$$E = V + \frac{QX}{V}$$

$$1 = V + \frac{0,185}{V} \left(\frac{(V - 0,8)^2}{0,2} + 0,8 \right)$$

$$V^2 = V - 0,925V^2 - 0,59 + 1,48V - 0,148$$

$$1,925V^2 - 2,48V + 0,74 = 0$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{+2,48 \pm \sqrt{2,48^2 - 4 \times 1,925 \times 0,74}}{2 \times 1,925} \\ &= \frac{2,48 \pm 0,67}{3,85} \end{aligned}$$

Tomando el valor superior, $V = 0,818$ por unidad.

$$\begin{aligned} Q \text{ para esta } V &= \frac{(0,818 - 0,8)^2}{0,2} + 0,8 \\ &= 0,8016 \text{ por unidad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dV} &= 1 + \left[10(0,818 - 0,8) \times 0,185 \times 0,818 - 0,8016 \times 0,185 / V^2 \right] \\ &= 1 + \left(\frac{0,027 - 0,148}{0,818^2} \right) \end{aligned}$$

que es positivo, es decir el sistema es estable.

Nota. $PX/V \doteq 0,16$ y $(V^2 + QX)/V \doteq 1$

$\therefore$ la aproximación es razonable.

Cuando la reactancia entre la fuente y la carga es muy alta no sirve de ayuda el empleo de transformadores de conexiones variables. Existen en la línea de suministro caídas de tensión grandes y al «subir» las conexiones de los transformadores éstas aumentan debido a las corrientes de suministro crecientes. De aquí que se hayan observado efectos peculiares en las variaciones de las conexiones cuando se han presentado en la práctica condiciones próximas a un colapso de tensión, es decir al «subir» el conexionado variable se reduce la tensión secundaria y viceversa. Un síntoma de la aproximación de las condiciones críticas es la lentitud en las respuestas a las variaciones de las conexiones en estos transformadores. La forma anterior de inestabilidad es esencialmente una forma de inestabilidad en estado estacionario y para valorar por completo esta última, no sólo debe tenerse en cuenta el criterio síncrono, $(dP/d\delta) \geq 0$, aunque sea el más probable que se presente, sino además el criterio de inestabilidad de carga, $(dV/dE) = \infty$.

Empleo de computadoras. Es difícil detectar la potencia transmitida en la región próxima a las condiciones de colapso de tensión. Una computadora detectará esta condición mediante una divergencia y es difícil asegurar que esto se debe a la red o a las demás condiciones. Un método posible consiste en programar la característica de potencia-tensión de la línea y de la carga; la intersección de estas dos características dará las condiciones de funcionamiento del sistema.

En los estudios de estabilidad estacionaria los aumentos de carga adicionados en cada etapa son pequeños y esto hace que sean de dudosa exactitud los resultados de los analizadores de redes de corriente alterna. Sin embargo, utilizando una computadora digital, pueden realizarse sucesivos flujos de carga con una elevada exactitud en el cálculo.

7.9. Otros aspectos de la inestabilidad de tensión

Averías en los alimentadores de los motores de inducción. Una causa más común de la detención de los motores de inducción se produce cuando la tensión de suministro es nula o muy baja durante un período de tiempo breve debido a una avería en el sistema de suministro. Cuando se restaura la tensión de suministro los motores de inducción se aceleran e intentan alcanzar sus condiciones de funcionamiento previas. Sin embargo, al acelerarse absorben una gran corriente y esto, más el hecho de que la impedancia del sistema ha aumentado debido a la pérdida de una línea, da como resultado una tensión muy disminuida en los bornes del motor. Si esta tensión es demasiado baja las máquinas se detendrán.

Inestabilidad de régimen estacionario debida a los reguladores de tensión. Consideremos un generador alimentando unas barras de potencia infinita a través de dos líneas, una de las cuales se elimina repentinamente. El ángulo de carga del generador queda instantáneamente sin variar y por lo tanto la potencia de salida disminuye debido a la reactancia mayor del sistema haciendo así que se eleve la tensión del generador. El regulador automático de tensión del generador debilita entonces su campo para mantener la tensión constante, es

decir hace disminuir la fuerza electromotriz interna y pueda dar como resultado una inestabilidad síncrona.

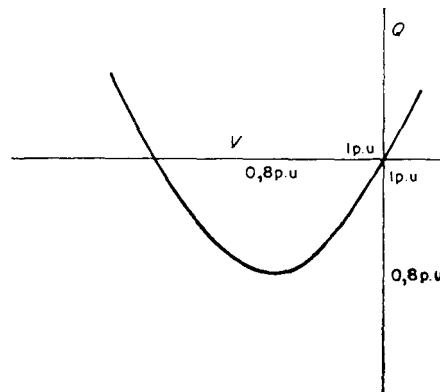


FIG. 7.17. Ejemplo 7.6. Característica potencia reactiva — tensión.

Referencias

LIBROS

1. Crary, S. B., *Power System Stability, Vol. I (Steady State Stability), Vol. II (Transient Stability)*, Wiley, New York, 1945.
2. Kimbark, E. W., *Power System Stability, Vols. 1, 2 y 3*, Wiley, New York, 1948.
3. Stagg, C. W. y A. H. El-Abiad, *Computer Methods in Power System Analysis*, McGraw Hill, New York, 1968.
4. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, Westinghouse Electric Corp., East Pittsburgh, Pennsylvania, 1964.
5. Mortlock, J. R. y M. W. Humphrey Davies, *Power System Analysis*, Chapman and Hall, London, 1952.
6. Dahl, O. G. C., *Electric Power Circuits, Vol. II*, McGraw-Hill, New York, 1938.
7. Venikov, V. A., *Transient Phenomena in Electrical Power Systems* (traducido directamente del ruso), Pergamon, London, 1964.
8. Rudenberg, R., *Transient Performance of Electric Power Systems*, M.I.T. Press, 1969.
9. Chestnut, H. y R. W. Mayer, *Servomechanisms and Regulating System Design*, Wiley, New York, 1951.

ARTÍCULOS

10. Miles, J. G., 'Analysis of overall stability of multimachine power systems', *Proc. I.E.E.*, **109A** 203 (1961).
11. Lane, C. M., R. W. Long y J. N. Powers, 'Transient-stability studies, II', *Trans. A.I.E.E.*, 78, Parte III, 1291 (1959).
12. Taylor, D. G., 'Analysis of synchronous machines connected to power-system networks', *Proc. I.E.E.*, **110C**, 606 (1963).
13. Humpage, W. D. y B. Stott, 'Effect of autoreclosing circuit-breakers on transient stability in e.h.v. transmission systems', *Proc. I.E.E.*, **111** (7), 1287 (1964).

14. Humpage, W. D. y B. Stott, 'Predictor-correct methods of numerical integration in digital-computer analyses of power-system transient stability', *Proc. I.E.E.*, **112**, 1557 (1965).
15. Scott, E. C., W. Canon, A. Chorlton y J. H. Banks, 'Multigenerator transient-stability performance under fault conditions', *Proc. I.E.E.*, **110**, 1051 (1963).
16. Sicy, J., 'The influence of regulating transformers for the excitation of alternators on system voltages and stability', C.I.G.R.E., N.º 323 (1962).
17. Stagg, G. W., A. F. Gabrielle, D. R. Moore y J. F. Hohenstein, 'Calculation of transient stability problems using a high speed digital computer', *Trans. A.I.E.E.*, **78** (1959).
18. Johnson, D. L. y J. B. Ward, 'The solution of power system stability problems by means of digital computers', *Trans. A.I.E.E.*, **75**, Parte III, 1321 (1956).
19. Gabbard, J. L., Jr. y J. E. Rowe, 'Digital computation of induction-motor transient stability', *Trans. A.I.E.E.*, **76**, Parte III, 970 (1957).
20. Brereton, D. S., D. G. Lewis y C. C. Young, 'Representation of induction-motor loads during power-system stability studies', *Trans. A.I.E.E.*, **76**, Parte III, 451 (1957).
21. Dyrkacz, M. S., C. C. Young y F. J. Maginniss, 'A digital transient stability program including the effects of regulator, exciter, and governor response', *Trans. A.I.E.E.*, **79**, Parte III, 1245 (1960).
22. Brown, H. E., H. H. Happ, C. E. Person y C. C. Young, 'Transient stability solution by an impedance matrix method', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, **84**, 1204 (1965).
23. Lokay, H. E. y R. L. Bolger, 'Effect of turbine-generator representation in system stability studies', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, **84**, 933 (1965).
24. Olive, D. W., 'New techniques for the calculation of dynamic stability', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, **85**, 767 (1966).
25. Shipley, R. B., N. Sato, Coleman y C. F. Watts, 'Direct calculation of power system stability using the impedance matrix', *Trans. I.E.E.E., P.A. & S.*, **85**, 777 (1966).
26. Harley, R. G. y B. Adkins, 'Calculation of the angular back swing following a short circuit of a loaded alternator', *Proc. I.E.E.*, **117**, 377 (1970).
27. Dharma Rao, N., 'Routh-Hurwitz condition and Lyapunov methods for the transient stability problem', *Proc. I.E.E.*, **116**, 533 (1969).
28. Kapoor, S. C., S. S. Kalsi y B. Adkins, 'Improvement of alternator stability by controlled quadrature excitation', *Proc. I.E.E.*, **116**, 771 (1969).
29. Coles, H. E., 'Dynamic performances of a turboalternator using 3-term governor control and voltage regulation', *Proc. I.E.E.*, **115**, 266 (1968).

Problemas

- 7.1. Se conecta un generador de rotor cilíndrico y de reactancia síncrona 1 p.u. a un transformador, de 0,1 p.u. de reactancia. El transformador alimenta una línea de 0,2 p.u. de reactancia la cual termina en un transformador (0,1 p.u. de reactancia) a cuya parte de baja tensión se conecta un motor síncrono. El motor es del tipo de rotor cilíndrico y posee una reactancia de 1 p.u. En la parte de la línea del transformador generador se coloca una reactancia estática trifásica de 1 p.u. por fase a través de un conmutador. Calcular el límite de potencia de régimen estacionario cuando se conecta la reactancia y al eliminarla. Todas las reactancias por unidad se expresan sobre una base de 10 MVA y puede despreciarse la resistencia. La tensión interna del

generador es 1,2 p.u. y la del motor 1 p.u. (5 MW y 3,14 MW para la reactancia en paralelo).

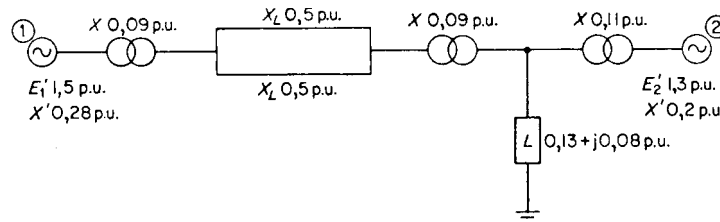


FIG. 7.18. Diagrama lineal del sistema del problema 7.2.

- 7.2. En el sistema indicado en la figura 7.18 dos generadores de rotor cilíndrico equivalentes alimentan a una carga que puede representarse por la impedancia constante indicada en la figura. Determinar Z_{11} , Z_{12} y Z_{22} del sistema y calcular δ_{12} si P_1 es 1,2 p.u. Todos los valores por unidad se expresan sobre la misma base y puede despreciarse la resistencia del sistema (excepto la carga). ($Z_{11} = 0,78 \angle 87,8^\circ$, $Z_{12} = 1,17 \angle 112^\circ$, $Z_{22} = 0,22 \angle 62,5^\circ$)
- 7.3. En el caso del sistema de tres máquinas síncronas indicado en la figura 7.4 investigar la estabilidad de estado estacionario para los siguientes ángulos de funcionamiento: (a) $\delta_{12} 75^\circ$, $\delta_{13} 45^\circ$, $\delta_{23} 30^\circ$. (b) $\delta_{12} 85^\circ$, $\delta_{13} 90^\circ$, $\delta_{23} -10^\circ$. [(a) estable y (b) inestable.]
- 7.4. Un generador hidroeléctrico alimenta una carga a través de dos líneas de 132 kV en paralelo, teniendo cada una de ellas una reactancia total de 70Ω de fase a neutro. La carga se compone de motores de inducción que funcionan a $\frac{3}{4}$ de la plena carga y absorben 30 MVA. Una central de generación local alimenta directamente a las barras de distribución de la carga. Determinar los parámetros de un circuito equivalente compuesto de una máquina simple conectada a unas barras de potencia infinita a través de una reactancia, que represente el sistema anterior cuando se produzca una avería simétrica trifásica a mitad de camino de la línea.

Los datos de la máquina son los siguientes:

Generador hidroeléctrico: valor nominal 60 MW con un factor de potencia de 0,9 en retraso;

reactancia transitoria 0,3 p.u.;

constante de inercia 3 kW-s/kVA.

Motor de inducción: reactancia transitoria compuesta 3 p.u.;

constante de inercia 1 kW-s/kVA.

Generador local: valor nominal 30 MVA; reactancia transitoria 0,15 p.u.;

constante de inercia 10 kW-s/kVA.

($X = 9,9$ p.u., $M = 0,000121$ p.u. sobre una base de 100 MVA.)

- 7.5. En el sistema descrito en el ejemplo 7.4 determinar las curvas oscilantes para tiempos de eliminación de avería de 250 y 500 milisegundos.
- 7.6. Las características $P - V$, $Q - V$ de una carga de subestación son las siguientes:

V	1,05	1,025	1	0,95	0,9	0,85	0,8	0,75
P	1,03	1,017	1	0,97	0,94	0,92	0,98	0,87
Q	1,09	1,045	1	0,93	0,885	0,86	0,84	0,85

La subestación se alimenta a través de un enlace, de reactancia total 0,8 p.u. y resistencia despreciable. Con una tensión de carga nominal $P = 1$ y $Q = 1$ p.u. Determinando la característica tensión suministrada–tensión recibida, examinar la estabilidad del sistema mediante el empleo de dE/dV . Todas las cantidades son por unidad.

- 7.7. Se alimenta una carga de un motor de inducción a través de un transformador, de 0,1 p.u. de reactancia, desde el extremo receptor de una subcentral que se alimenta a partir de un generador y mediante una línea de transporte, de reactancia total 0,3 p.u. Los datos de las centrales son los siguientes: Generador $X_S = 1,1$, $X' = 0,3$. Carga del motor de inducción $X_S = 0,2$, $R_2 = 0,03$, potencia de salida mecánica independiente de la velocidad. Todos los valores por unidad son en una base de 60 MVA. Examinar la estabilidad de la carga cuando el motor absorbe 50 MW y si el generador (a) no tiene regulador automático de tensión, (b) posee un regulador automático de tensión que actúa continuamente.
- 7.8. Un gran generador síncrono, de reactancia síncrona 1,2 p.u., suministra una carga a través de una línea de enlace que comprende un transformador, de 0,1 p.u. de reactancia y una línea aérea, de reactancia inicial 0,5 p.u.; la resistencia es despreciable. La tensión en la barra de distribución de la carga es 1 p.u. y la carga posee un valor $(0,8 + j0,6)$ p.u. independientemente de la tensión. Admitiendo que la tensión interna del generador permanece invariable, determinar el valor de la reactancia de la línea en la cual se produce la inestabilidad.
Respuesta: Inestable cuando $X = 0,5$ p.u., es decir la inicial.
- 7.9. Se alimenta una carga desde unas barras de potencia infinita de tensión 1 p.u. a través de una línea de enlace de reactancia en serie X p.u. y de resistencia y admitancia en shunt despreciables. La carga se compone de una componente de potencia constante de 1 p.u. a una tensión 1 p.u. y una componente de potencia reactiva por unidad (Q) que varía con la tensión recibida (V) de acuerdo con la ley

$$(V - 0,8)^2 = 0,2(Q - 0,8)$$

Todos los valores por unidad corresponden a tensiones normales y bases MVA. Determinar el valor de X en el que la tensión recibida tiene un solo valor y cuál es el módulo correspondiente del mismo.

Explicar el significado de este resultado en el sistema descrito. Utilizar ecuaciones de caída de tensión aproximadas.

Solución:

$$X = 0,25 \text{ p.u.}$$

$$V = 0,67 \text{ p.u.}$$